Die Wissenschaft

BAND 109

RUDOLF KOLLATH

Teilchenbeschleuniger



FRIEDR. VIEWEG & SOHN
BRAUNSCHWEIG

RUDOLF KOLLATH

Teilchenbeschleuniger

DIE WISSENSCHAFT

Sammlung von Einzeldarstellungen aus allen Gebieten der Naturwissenschaft

Herausgegeben von Prof. Dr. Wilhelm Westphal

RUDOLF KOLLATH

Teilchenbeschleuniger

Unter Mitarbeit von
H. Ehrenberg, R. Hagedorn, K. Johnsen,
W. Rech, H. Schopper,
E. Senkowski, H. Steinwedel

Herausgegeben von R. Kollath

2., neubearbeitete Auflage
Mit 149 Abbildungen



FRIEDR. VIEWEG & SOHN
BRAUNSCHWEIG

DIE WISSENSCHAFT

Band 109



1962

Satz und Druck: ACO DRUCK GMBH, Braunschweig
Printed in Germany

Vorwort zur 2. Auflage

Mit diesem Buch wird der Versuch gemacht, die Grundprinzipien der Teilchenbeschleuniger im Zusammenhang miteinander zu erläutern und eine Vorstellung von dem Aufbau und der Wirkungsweise dieser Maschinen zu geben. Die mathematische Behandlung ist auf das grundsätzlich Notwendige beschränkt; längere Ableitungen sind nur dann eingefügt, wenn sie für das Verständnis unbedingt notwendig erscheinen. Zwecks eingehenderen Studiums muß auf die Spezialliteratur verwiesen werden.

Seit der Drucklegung der 1. Auflage (1954) hat sich das Gebiet der Teilchenbeschleunigung so stark erweitert, daß allein schon die Durcharbeit der Literatur von einem einzelnen Autor nicht mehr zu bewältigen war. Deshalb ist es sehr dankenswert, daß sich verschiedene Kollegen bereitgefunden haben, große Teile dieser Auflage völlig neu zu bearbeiten. Ihnen allen sei an dieser Stelle herzlich gedankt, ebenso dem Herausgeber für wertvolle Ratschläge und dem Verlag für sein Entgegenkommen bei der Berücksichtigung vieler Wünsche, insbesondere aber Herrn Dr. Rech für unermüdliche Hilfe bei der Koordinierung der Beiträge und bei der Durchsicht der Korrekturen.

Wenn es gelingt, neben den Studenten auch diesem oder jenem Wissenschaftler, der sich auf anderen Gebieten betätigt, dem Ingenieur oder Arzt in Forschung und Praxis einen Einblick in die physikalisch wie technisch interessante Entwicklung der Teilchenbeschleuniger zu vermitteln, so ist der Zweck des Buches völlig erreicht.

Mainz, September 1962 *R. Kollath*

Physikalisches Institut der
Johannes-Gutenberg-Universität

Inhaltsverzeichnis

Kapitel IX. **Das Isochroncyclotron**

Kapitel X. **Das AG-Elektronen-Synchrotron**
(500 MeV-Elektronen-Synchrotron Bonn) (H. Ehrenberg)

Kapitel XI. **Das AG-Protonen-Synchrotron** (R. Kollath und W. Rech)

Kapitel XII. **Linearbeschleuniger** (K. Johnsen)

Quellennachweis für die Abbildungen

Abb.	Seite	Quelle
12	21	ZS. Nat. Forsch. **2a** (1947), S. 635, Abb. 2, Springer, Berlin
16	35	Z. ang. Phys. **5** (1953), S. 190, Abb. 2, Springer, Berlin
18a	47	nach Phys. Rev. **81** (1951), S. 214, Abb. 1, Am. Inst. of Phys. Inc.
18b	47	nach Phys. Rev. **89** (1953), S. 129, Abb. 8, 9 Am. Inst. of Phys. Inc.
23	53	Diapositiv 57751 der NV Philips Fabr.
24	55	BBC-Mitteilungen Klischee Nr. 70267/1
28	66	nach Phys. Rev. **70** (1946), S. 253, Abb. 1, Am. Inst. of Phys. Inc.
29	68	nach Adv. in Electronics I (1948), S. 294, Abb. 14, Verl. Acad. Press. Inc., New York
31	75	Skizze des Verfassers freundlicherweise überlassen von D. E. Barnes
33	78	Phys. Rev. **74** (1948), S. 53, Abb. 1, Am. Inst. of Phys. Inc.
34	79	nach Phys. Rev. **74** (1948), S. 53, Abb. 2, 3, Am. Inst. of Phys. Inc.
35	79	skizziert nach Photo aus Phys. Rev. **74** (1948), S. 56, Abb. 6, Am. Inst. of Phys. Inc.
36	81	Dem Verfasser freundlicherweise überlassen von Prof. Dee (Glasgow)
37	82	Dem Verfasser freundlicherweise überlassen von Mr. D. A. Layne, Royal Cancer Hospital, London
38	83	Finkelnburg, Atomphysik, S. 247, Abb. 132, 3. Auflage, Verlag Springer (1954)
39	84	nach Journ. Appl. Phys. **18** (1947), S. 817, Abb. 8, 9, 10
45	113	Phys. Rev. **53** (1938), S. 417, Abb. 9c, Am. Inst. of Phys. Inc.
46	113	Rep. Progr. Phys. **13** (1950), S. 302, Abb. 5, Verl. d. Phys. Soc.
47	114	nach Phys. Rev. **53** (1938), S. 417, Abb. 9a, b, Am. Inst. of Phys. Inc.
52	120	Medical Research Council Rep. Nr. 533, S. 8, Abb. 4 (1950)
53	123	Medical Research Council Rep. Nr. 533, S. 6, Abb. 2 (1950)
54	125	J. H. Fremlin, J. S. Gooden, Rep. Prog. Phys. **13,** 295 (1950).
55	127	Rep. Progr. Phys. **13** (1950), S. 320, Abb. 14, Verl. d. Phys. Soc.
60	146	vgl. Unterschrift
62	151	vgl. Unterschrift
63	152	vgl. Unterschrift
64	155	Rep. Progr. Phys. **13** (1950), S. 323, Abb. 24, Verl. d. Phys. Soc.
65a,b	156/7	le Couteuer, K. I., Proc. Roy. Soc. A **232,** 236 (1955).
66	159	vgl. Unterschrift

Abb.	Seite	Quelle
67	160	Atomwirtschaft IV (1959), Sonderheft Teilchenbeschleuniger, S. 332, Abb. 12
73	172	Nach Rep. Progr. Phys. **13** (1950), S. 338, Abb. 34b, Verl. d. Phys. Soc.
74	176	CERN Symposium 1956, Bd. 1, S. 129, Abb. 1
75	179	CERN Symposium 1956, Bd. 1, S. 495, Abb. 1
77	182	CERN Symposium 1956, Bd. 1, S. 348, Abb. 7
88	207	Bericht Konferenz über d. AG-Protonen-Synchroton, Genf (1953), S. 67, Abb. 8
89	211	Bericht Konferenz über d. AG-Protonen-Synchroton, Genf (1953), S. 93, Abb. 1, 2, 6
96	231	Zur Verfügung gestellt vom Forschungsinstitut der AEG, Frankfurt/M-Niederrad
97	232	Zur Verfügung gestellt vom Forschungsinstitut der AEG, Frankfurt/M-Niederrad
99	237	Zur Verfügung gestellt vom Forschungsinstitut der AEG, Frankfurt/M-Niederrad
100	238	Zur Verfügung gestellt vom Forschungsinstitut der AEG, Frankfurt/M-Niederrad
101	239	Zur Verfügung gestellt vom Forschungsinstitut der AEG, Frankfurt/M-Niederrad
102	242	Die Atomwirtschaft IV (1959), S. 300, Abb. 1
104	244	Die Atomwirtschaft IV (1959), S. 300, Abb. 2
106	247	Die Atomwirtschaft IV (1959), S. 342, Abb. 3
107	247	Die Atomwirtschaft IV (1959), S. 341, Abb. 2
108	248	Die Atomwirtschaft IV (1959), S. 342, Abb. 4
111	250	Die Atomwirtschaft IV (1959), S. 302, Abb. 3
113	255	Die Atomwirtschaft IV (1959), S. 314, Abb. 4
114	260	CERN's 25 GeV Proton Synchrotron (1960), S. 16, Fig. 3
115	261	CERN's 25 GeV Proton Synchrotron (1960), S. 13, Abb. 7
116	263	CERN's 25 GeV Proton Synchrotron (1960), S. 8, Abb. 1
117a,b	266/7	CERN's 25 GeV Proton Synchrotron (1960), S. 19, Abb. 8
129	292	Druckschrift der Metropolitan-Vickers Electr. Exp. Co. Ltd., Manchester/England nach Proc. Phys. Soc. **61** (1948), S. 273, Abb. 3
131	294	Die Atomwirtschaft IV (1959), S. 331, Abb. 6
133	296	Stanford Univ. Microwave Lab. Rep. 185, Abb. 9. 6, 7. 14
134	297	Metrovic special publication 7905/5
135	300	Stanford Univ. Microwave Lab. Rep. 185, Abb. 12. 2c
136	301	Nature **171** (1953), S. 298, Abb. 1
137	302	Philips Techn. Rundschau **15** (1954), S. 296
138	304	Stanford Univ. Microwave Lab. Rep. 185, Abb. 1.2
145	317	Stahl u. Eisen **73** (1953), S. 709, Abb. 6
147	319	Zur Verfügung gestellt v. Brown, Boveri & Cie., Baden/Schweiz
148	320	Stahl u. Eisen **73** (1953), S. 713, Abb. 15
149	320	Metrovick Klischee Nr. 97845

Einführung

Eine der wichtigsten Fragen der heutigen Physik ist die nach der Natur der Kräfte zwischen den Elementarteilchen Proton bzw. Neutron, der Kräfte also, die die Kerne zusammenhalten. Die Kernkräfte hängen eng zusammen mit der Entstehung bzw. der Absorption von Mesonen, Elementarteilchen mit einer Masse zwischen der des Elektrons und des Protons. Bis vor etwa 15 Jahren waren diese Mesonen einer Untersuchung nur als Sekundärprodukte der kosmischen Strahlung („Höhenstrahlung") zugänglich, in der sie auch zuerst nachgewiesen worden sind. Deshalb war der Wunsch der Physik begreiflich, Mesonen direkt im Laboratorium zu erzeugen, um ihre Eigenschaften und ihre Wechselwirkung mit Materie unter reproduzierbaren und kontrollierbaren Bedingungen untersuchen zu können. Dafür braucht man aber Teilchen großer Energie. Zweifellos hat nach dem zweiten Weltkrieg die schnelle Entwicklung der Teilchenbeschleuniger ihren stärksten Antrieb von dieser Richtung her erhalten und vor allem ihre charakteristische Tendenz, den Wettlauf zu immer größeren Energien.

Die Ziele dagegen, die man sich im Anfang der Entwicklung um 1930 herum stellte, waren wesentlich bescheidener: Einerseits wollte man mit Teilchen experimentieren, deren Energien vergleichbar waren den Energien natürlicher radioaktiver Strahlen, man wollte aber auch damals schon energiereiche Röntgenstrahlen und Elektronen erzeugen, um sie der Medizin für Therapiezwecke zur Verfügung zu stellen. Diese doppelte Ausgangsstellung — einerseits reines Werkzeug für die Kernforschung, andererseits praktisches Gerät für medizinische und, wie sich später herausstellte, auch technische Zwecke — hat sich bis heute in dieser Entwicklung erhalten: neben die Tendenz zur Entwicklung zu immer größeren Energien tritt eine andere, nämlich möglichst handliche, technische Geräte von begrenzter Energie, aber großer Strahl*leistung* zu schaffen. In der folgenden Gesamtdarstellung der Entwicklung braucht auf diese verschiedenen Gesichtspunkte nicht oder nur andeutungsweise eingegangen zu werden; es wird aber am Schluß des Buches eine kurze Übersicht über die verschiedenen Anwendungen der Teilchenbeschleuniger gegeben.

Entsprechend den eben skizzierten bescheideneren Zielen im Anfang der Entwicklung gingen die ersten Versuche zur Beschleunigung von geladenen Teilchen auf große Energien dahin, eine möglichst große Gleichspannung zu erzeugen, die von den Teilchen *einmal* durchlaufen werden sollte. Hierher gehören als wichtigste Vertreter der Stoßspannungsgenerator, der Kaskadengenerator und der Bandgenerator. Letzterer, auch *van-de-Graaff*-Generator

genannt, behauptet heute noch seinen wichtigen Platz, als Einschußmaschine für größere Beschleuniger sowie in kernphysikalischen Untersuchungen, wo es auf gute Spannungskonstanz und große Teilchenströme ankommt. Es ist klar, daß bei Spannungen von einigen Millionen Volt die Dimensionen dieser Geräte (wegen der notwendigen Isolierung) und damit die Kosten bereits eine praktische Grenze bedingen. Es bedurfte offenbar einer grundsätzlich neuen Idee, um hier weiterzukommen. Diese neue Idee besteht darin, nicht die Teilchen eine sehr große Spannung nur einmal, sondern eine – evtl. auch wesentlich kleinere – Spannung *mehrfach* durchlaufen zu lassen, so daß sich die bei jedem Durchgang durch die Spannungsstrecke gewonnenen kinetischen Energien allmählich zu einer sehr großen *akkumulieren.* Speziell Geräte nach diesem Grundgedanken der Energieakkumulierung werden heute im üblichen Sprachgebrauch als „Teilchenbeschleuniger" bezeichnet.

Für das Prinzip der Akkumulierung der Energie gibt es zwei Wege, die auch beide praktisch ausgenutzt werden[1]):

a) Der kreisförmige Umlauf eines Teilchens in dem elektrischen Wirbelfeld um einen sich zeitlich ändernden magnetischen Fluß herum (Prinzip des Transformators, „Induktionsbeschleuniger", Hauptvertreter: Betatron).
b) Hochfrequente Wechselspannung zwischen den Beschleunigungselektroden, die bei sämtlichen anderen Beschleunigern benutzt wird (z. B. Cyclotron, Synchrotron, Linearbeschleuniger).

Grundsätzlich ergibt sich hiermit eine der verschiedenen Einteilungsmöglichkeiten für das Gebiet, die aber im nachfolgenden nicht benutzt wird (vgl. Kap. 3).

Es bleibt noch kurz zu erläutern, was unter dem Begriff „große Energien" zu verstehen sein soll, wobei der Vollständigkeit wegen zunächst einige Worte über die benutzte Energieeinheit gesagt werden müssen. Da es sich hier grundsätzlich um Energien handelt, die als Eigenschaft eines *einzelnen* Teilchens auftreten, ist die übliche Energieeinheit Wattsekunde (Ws) zu groß. Es hat sich eingebürgert, Teilchenenergien in Elektronenvolt (eV) zu messen. 1 eV ist die kinetische Energie, die ein mit der Elementarladung e behaftetes Teilchen gewinnt, wenn es eine Potentialdifferenz (Spannung) von 1 Volt durchläuft. So treffen z. B. in einer mit 50 kV betriebenen Röntgenröhre die einzelnen Elektronen mit einer kinetischen Energie von 50 keV auf die Antikathode auf. Es handelt sich im folgenden aber um wesentlich größere Energien, daher wird als praktische Einheit 10^6 eV = 1 MeV bzw. 10^9 eV = 1 GeV benutzt. Der Zusammenhang zwischen

---

[1]) Ein weiterer Weg wurde in neuerer Zeit bei der Beschleunigung von Teilchen bis zu etwa 30 MeV mit dem Tandemgenerator beschritten. In dieser Maschine werden Ionen umgeladen und können somit die von einem *van-de-Graaff*-Generator erzeugte Spannung mehrmals durchlaufen.

Wattsekunde und Elektronenvolt ergibt sich aus dem Verhältnis zwischen der Elementarladung e und der Ladung 1 As (Coulomb) zu:

$$1\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{Ws}.$$

Nunmehr können wir die *untere Grenze* für die hier betrachteten Energien sofort angeben; sie liegt in der Größenordnung einiger MeV, nämlich dort, wo die *van-de-Graaff*-Generatoren versagen. Die *obere* Energiegrenze hat sich in den letzten Jahren immer weiter hinausgeschoben; mit den z. Z. größten in Betrieb befindlichen Geräten wurden bereits 25 bis 30 GeV erreicht; außerdem sind schon Geräte bis 60 GeV im Bau. Diese Teilchenbeschleuniger haben so große Dimensionen (lineare Ausdehnungen bis zu einigen Kilometern!), daß wir zunächst die *obere Grenze* für die hier in Frage kommenden Energien auf einige 10^2 GeV festlegen können, ohne uns in naher Zukunft korrigieren zu müssen.

So ungeheuer groß diese Energien auch auf den ersten Blick erscheinen, so muß doch betont werden, daß wir damit erst in den unteren Energiebereich der kosmischen Strahlung einzudringen im Begriff sind, bei der schon Teilchen mit Energien von 10^5 GeV und mehr beobachtet worden sind. Auch in Zukunft wird die Benutzung der kosmischen Strahlung als Quelle sehr energiereicher Teilchen also kaum durch die Entwicklung der Teilchenbeschleuniger abgelöst werden. Beide Forschungsgebiete ergänzen sich vielmehr, und durch die Teilchenbeschleuniger wird eine Brücke geschlagen zwischen dem Energiegebiet der natürlichen Radioaktivität und dem der kosmischen Strahlung.

Kapitel I

Elementare Übersicht und Einteilung des Stoffes

1. Eigenschaften und Herstellung der zu beschleunigenden Teilchen

In den verschiedenen Teilchenbeschleunigern können grundsätzlich alle geladenen Teilchen beschleunigt werden, in der Praxis aber vor allem solche, die sich relativ leicht in genügender Menge herstellen lassen, also

a) die Elementarteilchen: Elektronen, Protonen, Deuteronen, α-Teilchen,

b) ferner die einfach oder mehrfach geladenen Ionen der Elemente des periodischen Systems über Wasserstoff und Helium hinaus. Dabei wird man den *Atom*-Ionen im allgemeinen den Vorzug geben, da die Molekül-Ionen durch Zusammenstoß mit Gasmolekülen während der Beschleunigung oder beim Auftreffen auf Materie zerfallen, wodurch die Verhältnisse unübersichtlich werden.

Tabelle 1. *Einige wichtige Konstanten der Elementarteilchen*

Teilchenart	Ruhmasse	Ladung	Masse/Ladung	Ruhenergie in MeV
Elektron	m_0	$-e$	$-m_0/e$	0,5110
Proton	M_0	$+e$	$+M_0/e$	$938{,}2_5$
Deuteron ...	$\approx 2\,M_0$	$+e$	$\approx +2\,M_0/e$	$1890{,}3_1$
α-Teilchen ..	$\approx 4\,M_0$	$+2\,e$	$\approx +2\,M_0/e$	$3756{,}6_3$

Den Werten der Ruhenergie liegen folgende Konstanten zugrunde[1]):

Lichtgeschwindigkeit:	$c =$	(2,997 92	$\pm$ 0,000 08) $\cdot 10^8$ m/s
Ruhmasse Elektron:	$m_0 =$	(0,910 85	$\pm$ 0,000 06) $\cdot 10^{-30}$ kg
Massenverhältnis:	$m_p/m_0 =$	1 836,13	$\pm$ 0,04
Massenverhältnis:	$M_{Deut}/m_p =$	2,014 735	$\pm$ 0,000 006
Massenverhältnis:	$M_\alpha/m_p =$	4,003 879 7	$\pm$ 0,000 001 6

[1]) Nach *Du Mond* u. *Cohen* [2], mit Ausnahme des Massenverhältnisses M_α/m_p, das einer neueren Arbeit von *Bieri* und *Mattauch* [1] entnommen ist.

Wir stellen in Tabelle 1 zunächst die Eigenschaften der uns hier vornehmlich interessierenden Elementarteilchen zusammen. e ist die elektrische Elementarladung, m_0 die Ruhmasse des Elektrons, M_0 die Ruhmasse des Protons; in der dritten Kolonne ist das Verhältnis von Masse zur Ladung angegeben, das speziell für die Kreisbeschleuniger wesentlich ist, und in der letzten Kolonne die Ruhenergie E_0 der Teilchen, von der gleich noch zu sprechen ist. Wenn sich die Geschwindigkeit eines Teilchens der Lichtgeschwindigkeit nähert, beginnt seine Masse sich merklich über die in Tabelle 1 angegebene Ruhmasse hinaus zu vergrößern. Da dieser Fall bei den Teilchenbeschleunigern im allgemeinen eintritt, sollen einige Größen und ihre Zusammenhänge unter Berücksichtigung der relativistischen Massenveränderlichkeit zusammengestellt werden. Dazu brauchen wir die beiden Grundgleichungen:

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{1,I}$$

(Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit)

$$E = M\,c^2 = M_0\,c^2 + E_k = E_0 + E_k \tag{2,I}$$

(E Gesamtenergie, E_k kinet. Energie; Satz von der Äquivalenz von Energie und Masse).

Die zweite Beziehung läßt sich unter Verwendung der ersten und mit dem Impuls $p = M\,v$ auch in die Form bringen:

$$E^2 = E_0{}^2 + p^2\,c^2. \tag{3,I}$$

Vielfach ist es besonders übersichtlich, alle auftretenden Größen auf E_k/E_0 als Variable zu beziehen, d. h. also auf die relative kinet. Energie, bezogen auf die Ruhenergie des Teilchens, wodurch dimensionslose Beziehungen entstehen. Dann erhalten wir für die vielgebrauchten Größen M, v, p die folgenden Ausdrücke:

für die relative Teilchenmasse bzw. Gesamtenergie

$$M/M_0 = 1 + E_k/E_0 = E/E_0, \tag{4,I}$$

für die relative Teilchengeschwindigkeit

$$v/c = \beta = \frac{\sqrt{(E_k/E_0)^2 + 2\,E_k/E_0}}{1 + E_k/E_0} \tag{5,I}$$

für den relativen Teilchenimpuls

$$p/M_0\,c = M\,v/M_0\,c = \sqrt{(E_k/E_0)^2 + 2\,E_k/E_0}. \tag{6,I}$$

Der Zusammenhang zwischen Gesamtenergie und Impuls ist gegeben durch

$$E^2 = E_0{}^2 + p^2\,c^2 \quad [= (E_k + E_0)^2]. \tag{7,I}$$

Zum besseren Verständnis des physikalischen Inhalts von (4,I) und (5,I) ist in den Abb. 1a bzw. 2a als Ordinate die Teilchenmasse in Einheiten der Ruhmasse bzw. die Teilchengeschwindigkeit in Einheiten der Lichtgeschwin-

digkeit über der kinetischen Energie mit der Ruhenergie als Einheit aufgetragen. Wir erhalten je eine Kurve, die für alle Teilchen gemeinsam gilt. Führt man dagegen an Stelle der Ruhenergie als Abszisseneinheit die kinetische Energie in MeV ein (Abb. 1b bzw. 2b), so ergibt sich entsprechend den verschiedenen Massen für jedes Teilchen eine spezielle Kurve. Man erkennt, daß sich beim Elektron die relativistische Massenzunahme wegen seiner kleinen Ruhmasse wesentlich früher bemerkbar macht, als bei den schweren Teilchen. Bei den Energien, bei denen sich die Massenveränderlichkeit auch für schwere Teilchen bemerkbar zu machen beginnt, ist die Elektronenmasse bereits so groß, daß die Massen aller Teilchen praktisch in ein und dieselbe Gerade einmünden. Es ist klar, daß besonders die theoretische Behandlung aller hierher gehörenden Fragen sich mit der Ruhenergie als Einheit der kinetischen Energie (Abb. 1a, 2a) wesentlich bequemer durchführen läßt,

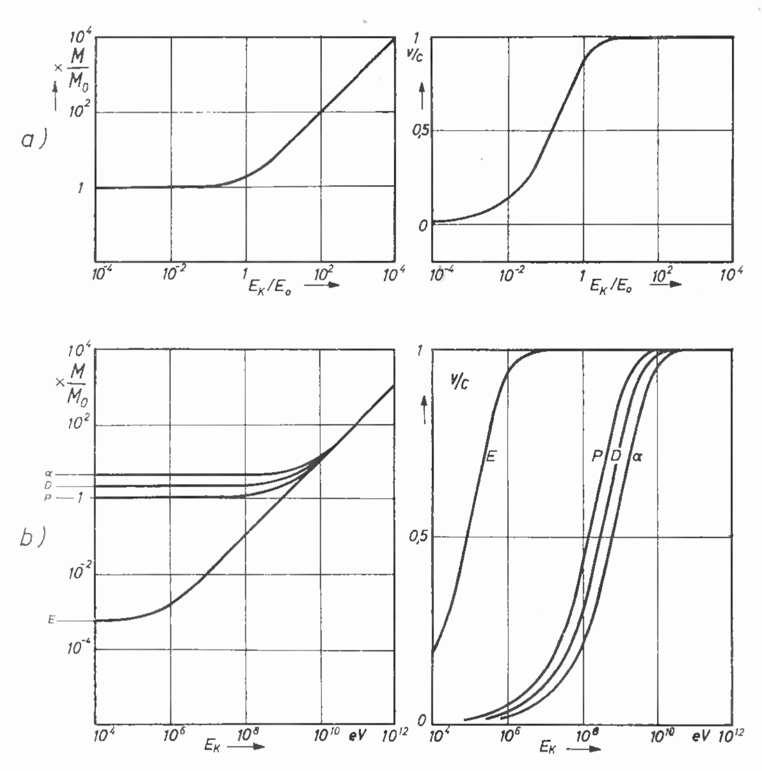


Abb. 1: Gesamtmasse Abb. 2: Lineargeschwindigkeit
geladener Teilchen als Funktion ihrer kinetischen Energie
a) kinetische Energie mit der Ruhenergie als Einheit,
b) kinetische Energie in Elektronenvolt

weil hierbei mit nur *einer* Beziehung das Verhalten *aller* Teilchen beschrieben werden kann.

Es seien nun noch einige allgemein orientierende Bemerkungen zur Erzeugung von Strahlen geladener Teilchen gemacht; spezielle Formen von Elektronen- und Ionenquellen für die verschiedenen Teilchenbeschleuniger werden in den betreffenden Spezialkapiteln beschrieben. Die Herstellung von Elektronenstrahlen mittels des glühelektrischen Effekts (Wolfram-Glühdraht, Oxydkathoden) kann als bekannt vorausgesetzt werden. Bei der Herstellung von Ionenstrahlen wird heute allgemein die Ionisation durch Elektronenstoß in verschiedener Form benutzt. Eine grundsätzliche Anordnung (Abb. 3) ist wegen der Trennung der verschiedenen not-

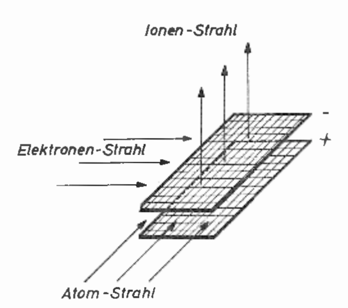


Abb. 3: Prinzip einer Anordnung zur Erzeugung von Ionen durch Elektronenstoß

wendigen Komponenten besonders instruktiv: Ein Elektronenstrahl, in der Zeichenebene von links kommend, kreuzt einen von vorn die Zeichenebene senkrecht durchstoßenden Atomstrahl, der z. B. von einem kleinen Verdampfungsofen erzeugt wird. Der Treffpunkt des Elektronen- und des Atomstrahls liegt zwischen zwei horizontalen Netzen, von denen das obere gegen das untere negativ aufgeladen ist. Bei Zusammenstößen zwischen Elektronen und Atomen werden durch Ionisierungsvorgänge positive Ionen gebildet, die wegen des elektrischen Feldes zwischen den Netzen als Ionenstrahl durch das negativ geladene Netz nach oben herausgezogen werden. Man braucht natürlich Elektronen und Atome nicht als gesonderte Strahlen herzustellen, sondern kann z. B. eine Gasentladung benutzen, in der gleichzeitig viele Elektronen und Atome dauernd zusammenstoßen, in der daher stets Ionen in großer Zahl vorhanden sind und durch Felder herausgezogen werden können.

Tabelle 2: *Abreißenergien für das erste, zweite, dritte ... Elektron beim N-Atom (nach Landolt-Börnstein)*

Ionisierungszustand	N^{+}	N^{2+}	N^{3+}	N^{4+}	N^{5+}	N^{6+}	
Abreißenergie (n-te Ionisierung)	14	29	47	77	97	550	eV

Auf dem beschriebenen Wege ist es unschwer möglich, Wasserstoff- und Heliumkerne zu gewinnen. Dagegen bereitet es, selbst wenn die ionisierenden Elektronen genügend Energie haben, erhebliche Schwierigkeiten, hochionisierte Ionen von Atomen höherer Ordnungszahl herzustellen, da die Wahrscheinlichkeit der Bildung dieser hochionisierten Ionen mit wachsender Ionenladung sehr rasch abnimmt. Es steigt nicht nur die notwendige Ionisierungsenergie für das Abreißen des zweiten, dritten ... Elektrons, z. B. beim N-Atom, rasch an, wie Tabelle 2 zeigt (der große Sprung der Ionisierungsenergie beim Übergang von N^{5+} zu N^{6+} ist durch den Schalenaufbau der Elektronenhülle bedingt), sondern es nimmt vor allem die Wahrscheinlichkeit stark ab, daß ein bereits mehrfach ionisiertes Atom nochmals von Elektronen getroffen wird, bevor es wieder Elektronen einfängt. In Gasentladungen stehen Elektronen mit der notwendigen Energie relativ selten zur Verfügung, und die Rekombinationswahrscheinlichkeit für Ionen ist so groß, daß man zur Beschleunigung vielfach geladener Ionen andere Wege beschritten hat.

2. Grundzüge der Entwicklung der Teilchenbeschleuniger und elementare Darstellung der wichtigsten Typen

Um das Verständnis für die Darstellung allgemeiner Gesichtspunkte und für die hier gewählte Einteilung des Gebietes der Teilchenbeschleuniger zu erleichtern, soll dieser Abschnitt den Leser mit den Grundzügen der Entwicklung der Teilchenbeschleuniger und mit ihren verschiedenen Typen in elementarer Weise bekanntmachen. In großen Zügen folgt die Darstellung auch der historischen Entwicklung, doch stehen didaktische Erfordernisse im Vordergrund. Historische Bemerkungen werden, wenn notwendig, den speziellen Kapiteln beigegeben, die sich mit den verschiedenen Beschleunigern eingehend befassen.

Der Gedanke der „Akkumulierung der Energie", von dem bereits in der Einführung gesprochen wurde und von dem die Entwicklung der Teilchenbeschleuniger eigentlich ihren Ausgang nimmt, wurde zuerst von *Wideröe* 1928 praktisch erprobt. Seine Anordnung, die in Abb. 4 schematisch dar-

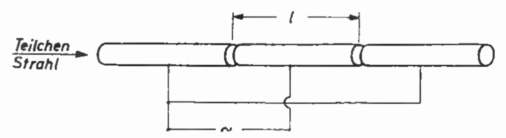


Abb. 4: Grundtypus des Linearbeschleunigers. (Beziehung zwischen der Zylinderlänge l, der Schwingungsdauer T der Wechselspannung und der Teilchengeschwindigkeit v: $l/v = T/2$)

gestellt ist, stellt den Grundtypus des *Linearbeschleunigers* dar. Ein Strahl geladener Teilchen durchläuft eine Reihe von röhrenförmigen Metallelektroden, die abwechselnd an die beiden Pole einer hochfrequenten Wechselspannungsquelle gelegt sind. Im Innern der Röhre befinden sich die

Ionen in einem praktisch feldfreien Raum und sind so der Einwirkung der Wechselspannung entzogen. Wird jetzt die Laufzeit der Ionen innerhalb einer Röhre gerade der halben Schwingungsdauer der Wechselspannung gleichgemacht, so finden Ionen, die z. B. zwischen dem ersten und zweiten Zylinder beschleunigt wurden, zwischen dem zweiten und dritten Zylinder auch gerade wieder ein sie beschleunigendes Feld vor. Wird die Länge der Röhren bei vorgegebener Frequenz der Wechselspannung auf die wachsende Geschwindigkeit der Teilchen abgestimmt, dann kann sich dieser Vorgang zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Röhrenelektroden beliebig oft wiederholen. *Wideröe* beschleunigte Na^+- und K^+-Ionen bei einer Spitzenspannung von 25 kV in zwei Durchgängen auf eine Energie von 50 keV. Eine ähnliche Anordnung benutzten später auch *Lawrence* und *Sloan*, um Hg-Ionen auf 1,26 MeV Energie zu bringen; dann erfolgte ein Stillstand in der Entwicklung des Linearbeschleunigers, dessen Grundgedanke erst nach dem zweiten Weltkrieg wieder aufgenommen wurde.

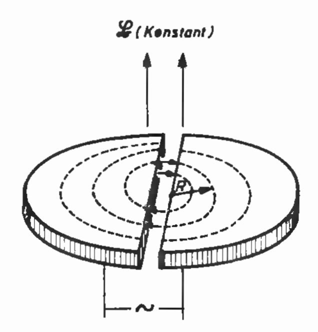


Abb. 5: Schematische Skizze des Cyclotrons ($v \sim R$)

Bei der eben besprochenen Anordnung steigt die Länge der Röhren proportional zur Teilchengeschwindigkeit an, und die Apparatur erreicht daher bald beträchtliche Ausmaße; man braucht also eine *hohe* Wechselfrequenz, um die Länge der Röhren genügend klein zu halten. Die damit verbundenen erheblichen Schwierigkeiten überwand *Lawrence* durch den genialen Gedanken, den Strahlweg mittels eines Magnetfeldes senkrecht zur Richtung der Teilchenbahn zu einer Spirale aufzuwickeln (Abb. 5), so daß die Teilchen auf ihrer Bahn nach Zurücklegung je eines Halbkreises wieder beschleunigt werden. Das auf diese Weise entstandene *Cyclotron* besteht aus den beiden Hälften einer flachen Metalldose, die voneinander isoliert aufgestellt und an die beiden Pole einer hochfrequenten Wechselspannung gelegt sind. Beim Durchgang durch den Zwischenraum werden die Teilchen jedesmal beschleunigt und durchlaufen anschließend in einem praktisch feldfreien Raum in den Halbdosen einen sich mit wachsender Geschwindigkeit ständig erweiternden Halbkreis (konstantes Magnetfeld!). Im ganzen gesehen bildet sich also eine Art spiralförmiger Bahn aus, die aus aneinander gesetzten

Halbkreisen mit jedesmal vergrößertem Radius besteht. Daß die Teilchen dabei trotz längerer Bahn jedesmal wieder rechtzeitig an der Beschleunigungsstrecke ankommen, d. h. „im Takt“ bleiben, ist durch die Proportionalität von Bahnumfang und Bahngeschwindigkeit begründet. Im homogenen Magnetfeld werden also Kreise mit verschiedenem *Radius* in gleichen Zeiten durchlaufen, jedenfalls solange die Masse des beschleunigten Teilchens sich noch nicht merklich relativistisch vergrößert. Die beginnende Massenveränderlichkeit legt die erreichbare Grenzenergie für das Cyclotron fest. Daher führt eine Beschleunigung von *Elektronen* mit dem Cyclotron *nicht* zu großen Energien, denn die Massenveränderlichkeit des Elektrons macht sich schon bei relativ kleinen Energien bemerkbar (vgl. Abb. 2). Erst durch wesentliche Fortschritte der Hochfrequenztechnik und Verwirklichung neuer Gedanken nach dem zweiten Weltkrieg gelang es hier zu größeren Energien vorzustoßen.

Bis zum Ende des zweiten Weltkrieges war das Cyclotron das einzige Gerät, mit dem Ionen auf erhebliche Energien (von der Größenordnung 20 bis 40 MeV) beschleunigt werden konnten. Parallel zur Entwicklung des Cyclotrons, wenn auch viel zögernder, ging eine ganz andersartige Entwicklung vor sich, mit dem Ziel, auch *Elektronen* auf sehr große Energien zu beschleunigen, die des *Betatrons*. Schon 1922 hatte *Wideröe* (unabhängig von einer etwa gleichzeitig erschienenen Patentschrift von *Slepian*) den Gedanken, daß man zur Beschleunigung von Elektronen das elektrische Wirbelfeld ausnutzen könnte, das um einen zeitlich sich ändernden magnetischen Fluß herum entsteht. Er dachte dabei an einen Transformator, dessen Sekundärwicklung durch eine Vakuumröhre ersetzt wird. Um die Elektronen auf einem Kreis um den Kern des Trafos herumlaufen zu lassen, benötigt man wie beim Cyclotron ein magnetisches Feld in Richtung der Trafoachse (magnetisches „Führungsfeld“), so daß das Gerät im Prinzip die in Abb. 6 wiedergegebene Form annimmt. *Wideröe* konnte nun zeigen, daß man das Führungsfeld und das Kernfeld aus der gleichen Stromspule (Primärspule)

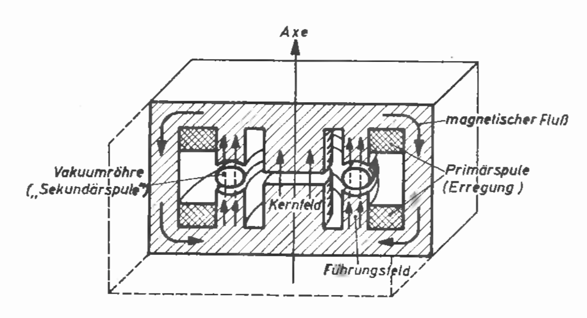


Abb. 6: Schematische Skizze des Aufbaus eines Betatrons in Analogie zu einem Transformator (vordere Hälfte weggeschnitten)

speisen kann, wobei nur die Stärken der beiden Felder in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen müssen. Das auf dieser Grundlage gebaute erste Gerät ergab aber 1928 keine nachweisbare Strahlung. Später beschäftigte sich dann zwischen 1930 und 1940 eine ganze Anzahl verschiedener Forscher mit dem gleichen Gedanken, wobei *Steenbeck* als erster 1935 wenige Elektronen auf 1,8 MeV beschleunigen konnte, nachdem eine für das Funktionieren des Betatrons wesentliche zweite Bedingung gefunden war.

Steenbecks Arbeiten wurden aber abgebrochen und erst von *Gund* während des zweiten Weltkrieges wieder aufgenommen, als inzwischen bekanntgeworden war, daß *Kerst* in den USA ein Betatron für 2,3 MeV gebaut und erfolgreich in Betrieb gesetzt hatte. In rascher Folge entstanden dann besonders in den USA größere Geräte dieser Art (auch *Wideröe* hatte sich seit 1943 in Hamburg wieder mit dem Bau eines Betatrons beschäftigt). Noch vor Kriegsende wurde von zwei russischen theoretischen Physikern (*Iwanenko* und *Pomerantschuk*) gezeigt, daß auch im Betatron der erreichbaren Maximalenergie eine Grenze gesetzt ist, und zwar durch die „Strahlungsdämpfung", auf die im Kapitel 22 noch ausführlicher eingegangen wird.

Wenn man also bis zum Ende des zweiten Weltkrieges auch einen großen Schritt vorwärts in der Teilchenbeschleunigung gemacht hatte — α-Teilchen konnten mit dem Cyclotron auf etwa 50 MeV, Elektronen mit dem Betatron auf etwa 100 MeV beschleunigt werden —, so schienen doch einer Weiterentwicklung nach großen Energien hin sowohl für die Ionen- als auch für die Elektronenbeschleunigung unübersteigbare Grenzen gesetzt zu sein: einerseits durch die Massenveränderlichkeit beim Cyclotron, andererseits durch die Strahlungsdämpfung beim Betatron. Die Zeit war offenbar reif für einen grundsätzlich neuen Gedanken: Kurz hintereinander und unabhängig voneinander entdeckten *Veksler* (UdSSR), *McMillan* (USA) und *Wideröe* (Norwegen) ein neues Beschleunigungsgerät[1]), das seither *Synchrotron* genannt wird und der gesamten Entwicklung einen ungeheuren Impuls gab. Der Grundgedanke des Synchrotrons scheint nach dem Vorherigen völlig auf der Hand zu liegen: Kombination eines zeitlich anwachsenden Magnetfeldes (Betatronfeld) mit der Beschleunigung durch hochfrequente Wechselspannung (entsprechend der Beschleunigung beim Cyclotron). Wenn eben von einer „Entdeckung" gesprochen wurde, so ist das ganz bewußt geschehen: Alle drei ebengenannten Forscher erkannten nämlich sofort, daß es sich bei diesem Synchrotron *nicht* einfach um die Kombination Betatronfeld + HF-Beschleunigung handelt, wie es auf den ersten Blick erscheinen mag, sondern um ein Beschleunigungsgerät mit einer völlig neuen, bis dahin unbekannten Eigenschaft: der „Phasenfokussierung".

---

[1]) Bereits während des zweiten Weltkrieges hatte sich *Oliphant* in Birmingham als erster mit dem Entwurf von solchen HF-Beschleunigungsgeräten für schwere Teilchen beschäftigt.

Diese neue Eigenschaft erlaubte es, die bis dahin vorhandenen Energiegrenzen sowohl für leichte Teilchen (Elektronen) als auch für schwere (Ionen) um mehrere Zehnerpotenzen hinauszuschieben. Das Prinzip des Synchrotrons ist in Abb. 7 schematisch dargestellt.

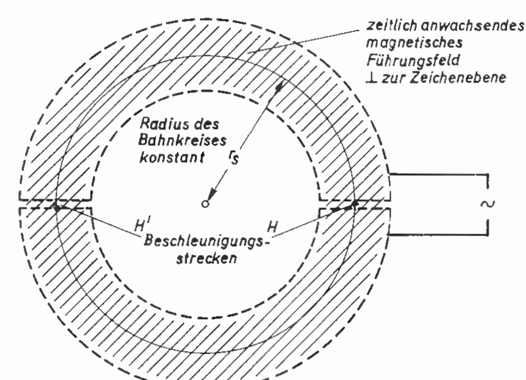


Abb. 7: Prinzip des Synchrotrons

Wie fruchtbar dieser neue Gedanke war, zeigte sich bald darin, daß gleich drei neue Wege zu größeren Energien hin geöffnet wurden: die Elektronenbeschleunigung mit dem *Elektronensynchrotron* und die Ionenbeschleunigung mit dem *Synchrocyclotron* bzw. dem *Protonen-Synchrotron*. Mit dem Elektronen-Synchrotron wurden bereits mehr als 700 MeV erreicht, mit dem Protonen-Synchrotron die 1-GeV-Grenze weit überschritten.

Ein neuer Gedanke einer Gruppe von amerikanischen Physikern[1]), nämlich durch azimutale Variation des Magnetfeldes die Teilchen stark zu fokussieren, gab der Entwicklung einen weiteren Impuls. Mit einem vergleichbaren Kostenaufwand konnte man nun eine etwa 10 mal so große Endenergie erreichen. Inzwischen sind bereits solche AG-Beschleuniger (Alternating Gradient) mit einer Endenergie von 30 GeV in Betrieb gesetzt worden; Maschinen bis zu 60 GeV befinden sich im Bau und solche bis zu 300 GeV werden ernsthaft diskutiert. Es eröffneten sich außerdem durch dieses Konstruktionsprinzip neue Wege zur Verwirklichung der sogenannten AVF-Maschinen (Azimuthally Variing Field), mit denen sich wesentlich größere Teilchenströme erreichen lassen als mit den bisherigen Beschleunigern.

Während dieser sich beinahe überstürzenden Entwicklung, die in den wenigen Jahren seit der Entdeckung des Synchrotronprinzips (1945) vor

[1]) *Courant, Snyder, Livingston;* unabhängig davon hatte einige Zeit vorher bereits *Christophelos* einen ähnlichen Vorschlag gemacht. Der Gedanke zur Erweiterung des Energiebereichs im Cyclotron durch azimutale Variation des Magnetfeldes wurde bereits 1938 von Thomas ausgesprochen.

sich ging, wurde von einigen Forschern — sozusagen abseits der großen Entwicklungslinie — auch der *Linearbeschleuniger* wieder zu neuem Leben erweckt. Ausgehend von dem Gedanken, daß Schwierigkeiten wie die Strahlungsdämpfung bei einem geradlinig verlaufenden Strahl nicht auftreten und daher diese grundsätzliche Beschränkung beim Linearbeschleuniger wegfällt, konnten unter Ausnutzung der großen technischen Fortschritte der Höchstfrequenztechnik in und nach dem Weltkrieg immer größere (d. h. hier: längere) Geräte gebaut werden, mit denen z. Z. in Stanford (USA) bereits 900 MeV (Elektronen) erreicht sind. Inzwischen ist der Bau eines Linearbeschleunigers für etwa 60 GeV geplant.

Schon dieser kurze Abriß der Entwicklung der Teilchenbeschleunigung dürfte deutlich zeigen, um was für ein interessantes, aber auch wichtiges Gebiet der heutigen Physik es sich handelt.

3. Grundsätzliche Gesichtspunkte und Einteilung des Stoffes

Charakteristisch für die Teilchenbeschleuniger (*Energie-Akkumulierung!*) sind die großen Weglängen, die die Teilchen bis zum Erreichen der Endenergie durchlaufen müssen, sowie die große Anzahl von Durchgängen durch die Beschleunigungsstrecken, soweit Hochfrequenz zur Beschleunigung verwendet wird. Zunächst einmal wird also in den Beschleunigungskammern ein sehr gutes Vakuum benötigt, weniger aus Durchschlagsgründen, denn die Spannungen sind im allgemeinen nicht extrem hoch, sondern hauptsächlich, um zu vermeiden, daß die Teilchen auf ihrem langen Weg zu oft mit Gasmolekülen zusammenstoßen und dadurch aus ihrer Bahn abgelenkt werden. Ganz vermeiden lassen sich solche Zusammenstöße natürlich auch beim besten Vakuum nicht; aber da die Energie der Teilchen relativ groß ist, wird die weitaus größte Zahl solcher Zusammenstöße nur zu kleinen Richtungsabweichungen führen. Immerhin würde der anfängliche Teilchenstrahl sehr schnell völlig auseinanderlaufen und vorzeitig auf die Begrenzungswände der Beschleunigungskammer auftreffen, wenn nicht irgendwelche Gegenmaßnahmen getroffen werden, abgesehen davon, daß in einem Teilchenstrahl von seinem Herstellungsprozeß her zwangsläufig immer eine gewisse Richtungsdivergenz der einzelnen Teilchen untereinander vorhanden ist, die in dem gleichen Sinne wirkt.

Besonders bei den Geräten mit sehr langen Beschleunigungswegen wie dem Betatron und dem Synchrotron wird es wichtig sein, dafür zu sorgen, daß irgendein Mechanismus in Tätigkeit tritt, der solche divergierenden Teilchen wieder auf eine „Sollbahn" zurückdrückt: Es muß eine *automatische Richtungsfokussierung* vorhanden sein. Diese Richtungsfokussierung wird bei den Kreisbeschleunigern durch eine geeignete Form des Magnetfeldes besorgt (Betatronfeld). Bis zu einem gewissen Grade kann eine solche richtungsfokussierende Wirkung auch durch die elektrischen Felder in den

Beschleunigungsstrecken bewirkt werden. (Die wichtige Frage der Richtungsfokussierung wird für die Kreisbeschleuniger beim Betatron eingehend behandelt.)

Die große Anzahl von Durchgängen durch die Beschleunigungsstrecke macht es erforderlich, daß ein zweiter Mechanismus in Tätigkeit tritt, damit die Teilchen immer im richtigen Augenblick durch die Beschleunigungsstrecke hindurchgehen, „richtiger" Augenblick in dem Sinne, daß möglichst alle umlaufenden Teilchen dauernd Energie gewinnen und daß sie schließlich alle möglichst gleich große Energie haben, wenn der Beschleunigungsvorgang sich seinem Ende nähert: Es muß eine *automatische Phasenfokussierung* stattfinden. Diese Phasenfokussierung ist die fundamentale Eigenschaft der Synchrotrongeräte und wird im Kapitel über das Elektronen-Synchrotron eingehend behandelt. Bei Linearbeschleunigern bedürfen diese Fragen einer Sonderuntersuchung, da a priori kein Magnetfeld vorhanden ist.

Für die Gesamtdarstellung des Gebiets der Teilchenbeschleuniger gibt es eine ganze Anzahl von Einteilungsmöglichkeiten.

In der Abb. 8 wird eine Gliederung der verschiedenen Beschleunigertypen nach der Art des Magnetfeldes und des zeitlichen Verlaufs der beschleunigenden Spannung benutzt. Die Beschleuniger teilen sich zunächst in zwei große Gruppen: Linearbeschleuniger ($B = 0$) und Kreisbeschleuniger ($B \neq 0$). Aus der Gruppe der Linearbeschleuniger werden die statischen Maschinen (Beschleunigung durch Gleichspannung $=$) in diesem Buch nicht abgehandelt. (In Kreisbeschleunigern ist eine Beschleunigung mit Gleichspannung nicht möglich!) Bei den HF-Linearbeschleunigern unterscheiden wir wegen der unterschiedlichen Teilchengeschwindigkeit zwischen Elektronen- und Protonen-Linearbeschleunigern. Unter den Kreisbeschleunigern nimmt das Betatron als Induktionsbeschleuniger eine Sonderstellung ein. Die Beschleunigung erfolgt wie vorher geschildert durch das elektrische Wirbelfeld eines niederfrequenten Magnetfeldes ($\sim$). Die anderen Kreisbeschleuniger werden mit hochfrequenter Wechselspannung betrieben ($\approx$). Das oben genannte Einteilungsprinzip nach der Art des Magnetfeldes liefert vier große Gruppen, innerhalb derer man weiterhin nach der zeitlichen Abhängigkeit der beschleunigenden HF-Spannung unterscheidet. ($\omega_\sim = const$: *feste Frequenz*, $\omega_\sim = \omega_\sim(t)$: Frequenzmodulation). Zur Gruppe $B = const$ (in der englischen Literatur vielfach FFCG: Fixed Field Constant Gradient) gehören das Mikrotron, das klassische Cyclotron und das Synchrocyclotron, bei dem durch Frequenzmodulation die relativistische Massenzunahme der Ionen kompensiert wird. Zur Gruppe $B = B\ (R, t)$ (PFCG: Pulsed Field Constant Gradient) zählt das schwach fokussierende Elektronen- und Protonen-Synchrotron (in gewissem Sinn auch das Betatron). Die aus der Azimutalvariation des Magnetfeldes und der damit verknüpften starken Fokussierung sich ergebenden Folgerungen werden in

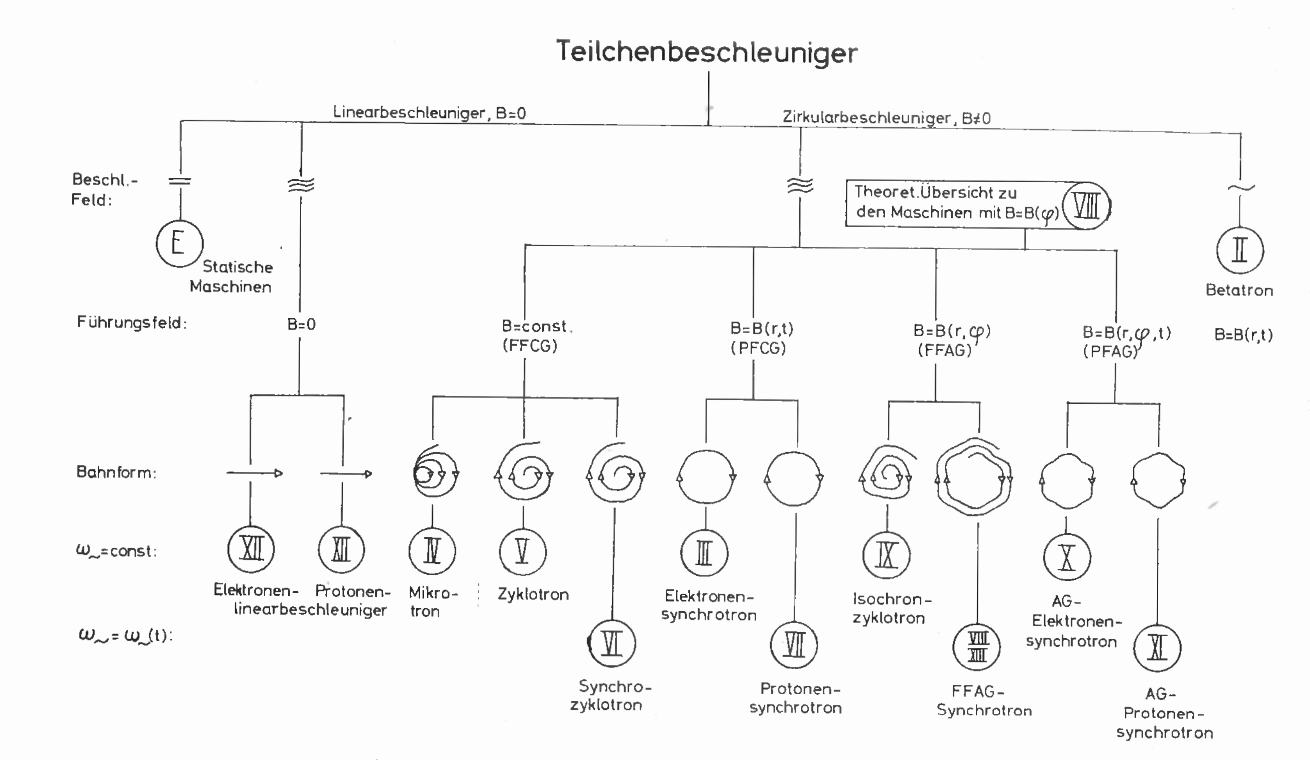


Abb. 8: Im folgenden verwendetes Einteilungsschema des Gesamtstoffes

Kap. VIII behandelt. Diese Maschinen können analog zu den beiden unmittelbar vorhergenannten Gruppen mit $B = B\ (R, \varphi)$ (AVF: Azimuthally Variing Field bzw. FFAG: Fixed Field Alternating Gradient) und $B = B\ (R, \varphi, t)$ (PFAG: Pulsed Field Alternating Gradient) erfaßt und zu ihnen in Beziehung gesetzt werden. Das Isochroncyclotron ($\omega_{\sim} = const$) ergibt sich auf diese Weise als unmittelbare Erweiterung des klassischen Cyclotrons, das FFAG-Synchrotron ($\omega_{\sim} = \omega_{\sim}(t)$) als Weiterentwicklung des Synchrocyclotrons. Diese beiden Typen befinden sich noch in der Entwicklung. Demgegenüber werden die Maschinen der letzten Gruppe: das AG-Elektronensynchrotron ($\omega_{\sim} = const$) und das AG-Protonensynchrotron ($\omega_{\sim} = \omega_{\sim}(t)$) bereits in mehreren Exemplaren als ausgereifte Geräte betrieben. Wie vorher schon geschildert, bringen diese Beschleuniger durch die Einführung der starken Fokussierung einen erheblichen Fortschritt gegenüber dem schwach fokussierenden Elektronen- bzw. Protonensynchrotron.

Diese kurze Übersicht wird in Ziffer 40 vervollständigt, in dem die Möglichkeiten zur wirtschaftlich tragbaren Verwirklichung von Beschleunigern mit großer Endenergie an Hand der Grundgleichung für die Teilchenbewegung im Magnetfeld diskutiert werden.

Die charakteristische Bahnform der Teilchen ist in Abb. 8 schematisch angegeben. Die römischen Ziffern verweisen auf die entsprechenden Abschnitte des Textes. Die Reihenfolge der Darstellung wurde aus didaktischen Gründen gewählt. Im Zusammenhang mit dem Betatron und dem Elektronen-Synchrotron werden die grundsätzlichen Fragen der Richtungs- und Phasenfokussierung besprochen. Als dritter Vertreter der einfachen Elektronenbeschleuniger wird das Mikrotron angefügt. Wir wenden uns sodann den Ionenbeschleunigern zu, die wir — der bisherigen Entwicklung folgend — beginnend mit dem klassischen Cyclotron über das Synchrocyclotron bis zum Protonensynchrotron beschreiben. In Kapitel VIII führen wir das AG-Prinzip allgemein ein und behandeln dann die auf diesem Prinzip beruhenden Beschleuniger an Hand spezieller Beispiele, zu denen auch das AG-Protonensynchrotron gehört. Wir fügen die Linearbeschleuniger an und schließen nach einem Überblick über die derzeit diskutierten neuen Beschleunigungsmethoden mit einer Betrachtung der Anwendungen.

Kapitel II

Das Betatron

4. Kreisbeschleunigung von relativistischen Teilchen

Allen Kreisbeschleunigern ist gemeinsam, daß die Teilchen in einem transversalen Magnetfeld auf Kreisbahnen umlaufen, d. h. daß die magnetischen Feldlinien auf der Ebene der Kreisbahn senkrecht stehen. Wir betrachten daher zunächst ganz allgemein den Zusammenhang zwischen der Kraftflußdichte (Induktion) $\mathfrak{B}$ dieses Magnetfeldes, dem Radius der Kreisbahn R und der kinetischen Energie der Teilchen E_k. Wegen der Gleichheit der Beträge von Lorentzkraft $e\,v\,B$ und Zentrifugalkraft $m\,v^2/R$ gilt (auch im Gebiet relativistischer Massenveränderlichkeit):

$$m\,v^2/R = e\,v\,B; \qquad R\,B = m\,v/e = (m_0\,c/e)\sqrt{(E_k/E_0)^2 + 2\,E_k/E_0}\,, \qquad (1,\text{II})$$

$$R\,B = (E_0/e\,c)\ \sqrt{(E_k/E_0)^2 + 2\,E_k/E_0} = (1/e\,c)\ \sqrt{E_k^2 + 2\,E_k\,E_0}\,. \qquad (1\text{a},\text{II})$$

Die Gleichungen (1,II) und (1a,II) gelten ganz allgemein nicht nur für Elektronen, sondern für beliebige geladene Teilchen, wenn man die Elektronenmasse m durch deren Masse, die Elektronenladung e durch deren Ladung ersetzt. Im nicht-relativistischen (NR)-Gebiet ($E_k \ll E_0$) ist $R\,B$ proportional zu $\sqrt{E_k}$; der Proportionalitätsfaktor ist für Protonen und für α-Teilchen gleich groß, für Deuteronen um den Faktor $\sqrt{2}$ größer, für Elektronen um den Faktor $\sqrt{1/1837}$ kleiner. Im extrem-relativistischen (ER-)Gebiet ($E_k \gg E_0$) ist $R\,B$ proportional zu E_k; der Proportionalitätsfaktor ist für Teilchen gleicher Ladung (Elektronen, Protonen, Deuteronen) gleich groß, für α-Teilchen dagegen nur halb so groß. Der Übergang zwischen dem NR- und ER-Gebiet liegt bei kinetischen Energien von der Größenordnung E_0. Einen Überblick über den Gesamtverlauf der allgemeinen Beziehung (1a,II) wird durch Abb. 9 für Elektronen, Protonen, Deuteronen und α-Teilchen vermittelt (doppelt logarithmischer Maßstab!): Man erkennt im NR-Gebiet die Proportionalität von $R\,B$ mit $\sqrt{E_k}$ (Neigung!); hierbei fallen die Kurven für Protonen und α-Teilchen zusammen, die Deuteronen-Kurve weicht von diesen um den Faktor $\sqrt{2}$ nach oben, die Elektronenkurve um den Faktor $\sqrt{1/1837}$ nach unten ab. Die Elektronenkurve biegt dann schon bei relativ kleinen Energien in die direkte Proportionalität zwischen $R\,B$ und E_k ein (ER-Gebiet!), da die Elektronengeschwindigkeit vom „Knickpunkt" an praktisch die Lichtgeschwindigkeit erreicht hat und damit konstant geworden ist. Von hier ab

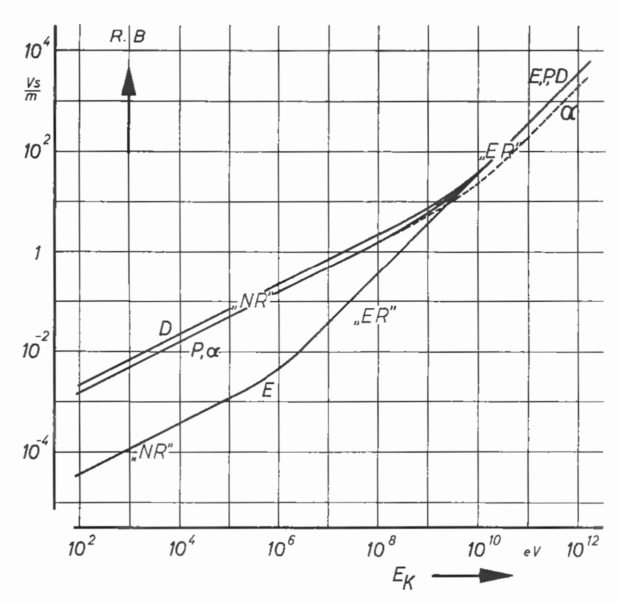


Abb. 9: *RB*-Werte für Protonen (*P*), Deuteronen (*D*), α-Teilchen (α), Elektronen (*E*) als Funktion ihrer kinetischen Energie. „NR" nichtrelativistisches Gebiet, „ER" extremrelativistisches Gebiet

dient also die gesamte weitere Energiezunahme des Elektrons nur noch dazu, bei nahezu konstanter Geschwindigkeit seine Masse zu vergrößern. Dadurch holt das Elektron in dem Bereich zwischen 10^6 und 10^{10} eV die Differenz der Ruhmassen zwischen seiner eigenen und der der schweren Teilchen auf: Ab 10^{10} eV und darüber benötigen Elektronen den gleichen *RB*-Wert wie schwere Teilchen, was für die Teilchenbeschleunigung auf sehr große Energien wesentlich ist. Hier bekommen Kreisbeschleuniger für Elektronen und für schwere Teilchen bei gleicher Energie die gleichen Abmessungen. Andererseits bedeutet dies für Messungen an energiereichen Teilchen der kosmischen Strahlung: Bei sehr energiereichen, einfach geladenen Teilchen läßt sich aus der Bahnkrümmung in einem Magnetfeld eindeutig nur auf ihren Impuls schließen, nicht auf die Masse der Teilchen. Zur Beschreibung der Vorgänge in den Kreisbeschleunigern wählt man Zylinderkoordinaten, da alle diese Geräte eine Symmetrieachse in Richtung des Magnetfeldes und eine dazu senkrechte Symmetrieebene (auch Äquatorial- oder Mittelebene genannt) besitzen. Der Betrag des immer wieder auftretenden Vektorproduktes $[\mathfrak{v}\mathfrak{B}]$ kann dann (von Spezialfällen abgesehen) in der Form $v\,B$ geschrieben werden.

Zum Schluß sei kurz auf die Absolutwerte der Ordinaten in Abb. 9 hingewiesen. Unter Ausnutzung der größtmöglichen Magnetfelder, die sich bei

Verwendung von Eisen (und unter vernünftigen technischen Bedingungen) herstellen lassen ($B_m \approx 2\,\mathrm{Vs/m^2}$), nimmt der Bahnradius für große Teilchenenergien erhebliche Dimensionen an und mit der Energie linear zu. Für die in der Einleitung geschätzte obere Grenze des hier betrachteten Energiebereichs (10^4 bis 10^5 MeV) ergeben sich damit bereits Bahnradien von der Größenordnung hundert Meter.

5. Grundsätzlicher Aufbau

Der Grundgedanke des Betatrons beruht auf der Tatsache, daß ein zeitlich sich änderndes Magnetfeld von einem elektrischen Wirbelfeld umgeben ist, d. h. von in sich geschlossenen elektrischen Feldlinien. Es handelt sich hierbei um nichts anderes, als um die aus der Elektrotechnik allgemein bekannte Erscheinung, daß in der Sekundärwicklung eines Transformators eine elektrische Spannung entsteht, wenn man die Primärwicklung mit Wechselstrom speist. Aus dieser Analogie heraus wird verständlich, warum das Prinzip des Betatrons von Elektroingenieuren und nicht von Physikern angegeben wurde[1]. *Wideröe* bezeichnete sein Gerät als „Strahlen-Transformator", nämlich als einen Transformator, der mit Elektronenstrahlen als Sekundärwicklung arbeitet. In Deutschland wird es auch Elektronenschleuder genannt. International hat sich in neuerer Zeit immer mehr die auch hier gebrauchte Bezeichnung Betatron durchgesetzt, die wohl auf *Kerst* zurückgeht, der dieses Gerät erstmalig mit guter Ausbeute in den USA zur Funktion brachte (*Kerst* [54]). Auf die historische Entwicklung braucht nicht genauer eingegangen zu werden, da sie an zwei Stellen bereits eingehend behandelt wurde[2]. Bei der Beschreibung des Betatrons können wir uns auf die Erklärung der grundlegenden und zum Verständnis unbedingt notwendigen Dinge beschränken, da über das Betatron bereits eine eingehende Monographie von *Kopfermann* aus dem Jahre 1949[2] vorliegt, auf die bei eingehenderen Studien zurückgegriffen werden kann.

Der grundsätzliche Aufbau des Betatrons ist dem eines Transformators ähnlich (Abb. 10): In einem zylindrischen Eisenkern wird mit Hilfe wechselstromgespeister Erregerspulen ein zeitlich sich ändernder magnetischer Fluß erregt. Dadurch entsteht um den Kern herum ein elektrisches Wirbelfeld mit kreisförmigen, geschlossenen Feldlinien (Symmetrieachse, Symmetrieebene). In dieses elektrische Feld setzen wir nun an Stelle der Sekundärspule des Transformators eine toroidförmige evakuierte Röhre („Ringröhre"). Erzeugen wir an einer Stelle in dieser Röhre in üblicher Weise einen Elektronenstrahl (Glühkathode und Anode), so werden die Elektronen den elektrischen Feldlinien um den Kern herum folgen[3] und bei jedem Umlauf

---

[1]) *Slepian* [20], *Wideröe* [24].
[2]) *Kopfermann* [17], *Wideröe* [25].
[3]) Wegen der Definition der Richtung der elektrischen Feldstärke eigentlich: „entgegenlaufen".

um den Kern einen bestimmten Betrag an kinetischer Energie gewinnen. Allerdings müssen wir dafür sorgen, daß diese Elektronen dauernd auf ihrer Kreisbahn bleiben. Dazu werden zwei ringförmige Polschuhe über und unter der Ringröhre angebracht, die sogenannten „Steuerpolschuhe". Die Steuerpole können erfreulicherweise, wie sich zeigen wird, mit der gleichen Stromspule erregt werden, wie das Feld im Kern, d. h. sie können zusammen mit dem Kern durch ein gemeinsames Joch geschlossen werden. Wenn in Abb. 10 die Kraftflußdichte $\mathfrak{B}$ und die zeitliche Zunahme der Kraftflußdichte $\dot{B}$ an der Stelle der Elektronen-Kreisbahn nach oben gerichtet sind, so laufen die Elektronen in diesem Feld auf der *rechten* Seite der Abb. 10 senkrecht in die Zeichenebene *hinein* und gewinnen auf ihrem Wege Energie.

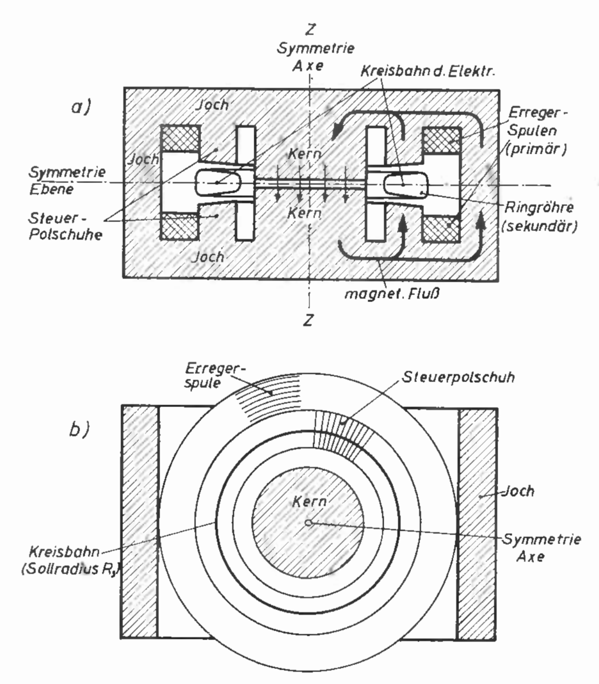


Abb. 10: Schnitt a) durch die Symmetrie*achse*, b) durch die Symmetrie*ebene* eines Betatrons (schematisch)

Beim Betrieb des Betatrons wird ein sinusförmiger magnetischer Wechselfluß im Kern und in bzw. zwischen den Steuerpolen erregt. Beim Nulldurchgang des Steuerpolfeldes werden die Elektronen aus einer Glühkathode tangential in die Ringröhre eingeschossen und während des Feldanstiegs beschleunigt. Sie müssen dann spätestens im Maximum der Sinuskurve wieder ausgeschleust werden bzw. auf eine Antikathode auftreffen, weil sie

sonst im zweiten Viertel der Periode wegen der Richtungsumkehr von $\dot{B}$ wieder bis zur Geschwindigkeit Null abgebremst werden. Dieser Vorgang wiederholt sich in jedem ersten Viertel der Periode des Wechselstroms, und damit erhält der Betatronbetrieb einen bestimmten, z. B. 50periodigen Rhythmus (Abb. 11).

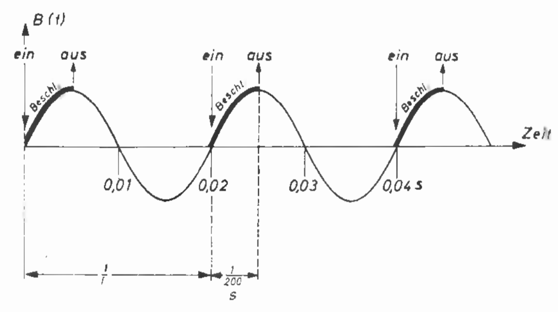


Abb. 11: Rhythmus des Betatron-Betriebs (f = *Frequenz*)

Eine gute Anschauung von dem Aussehen eines Betatrons und von den Größenverhältnissen vermittelt Abb. 12, in der das 15 MeV-Betatron (Hamburg 1944) wiedergegeben ist. Seine Gesamtmasse beträgt etwa 1,2 t.

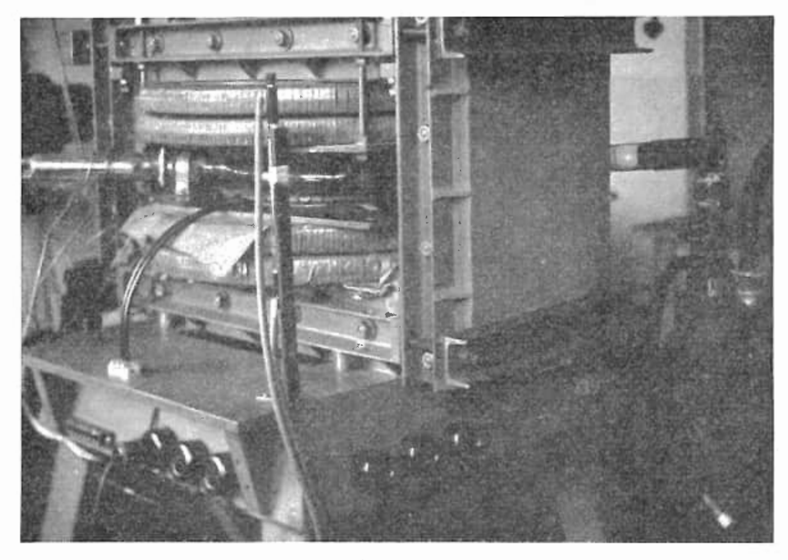


Abb. 12: Ansicht des 15 MeV-Betatrons

Damit ein Betatron in der oben skizzierten Weise erfolgreich arbeitet, müssen zwei Grundbedingungen erfüllt sein: Die erste Bedingung betrifft das Verhältnis der Kraftflußdichte auf dem Kreis, auf dem die Elektronen umlaufen sollen („Sollkreis"), zu dem Mittelwert der Flußdichte, genommen über die Sollkreisfläche. Die zweite Bedingung betrifft eine Vorschrift über den Feldverlauf zwischen den Steuerpolen, die erfüllt sein muß, damit die Elektronenbahnen im Steuerpolfeld gegenüber Störungen stabil sind.

6. Zwei Grundbedingungen

Erste Grundbedingung („1/2-Bedingung", Wideröe 1928)

Bei der beschleunigten Bewegung des Elektrons auf einer Kreisbahn vom Radius R sind drei Kräfte wirksam: Die Zentrifugalkraft, die Lorentzkraft (magnetische Ablenkkraft), die beide senkrecht zur Bewegungsrichtung des Elektrons stehen, und als dritte die beschleunigende elektrische Feldstärke multipliziert mit der Ladung des Elektrons $e\mathfrak{E}$ (wegen der Zylindersymmetrie ist nur die Bahn-Komponente $\mathfrak{E}_\varphi \neq 0$). Es gelten die Beziehungen

$$m\,v^2/R = e\,v\,B \quad \text{oder} \quad m\,v = p = e\,R\,B \tag{2,II}$$

(Lorentzkraft = Zentrifugalkraft)

$$\frac{d}{dt}(m\,v) = e\,\mathfrak{E}_\varphi \quad \text{oder} \quad e\,\mathfrak{E}_\varphi = e\,\dot{R}\,B + e\,R\,\dot{B} \tag{3,II}$$

(zeitliche Änderung des Impulses = beschleunigende Kraft)

$$\oint \mathfrak{E}_\varphi\,ds = -\frac{\partial}{\partial t}\int (\mathfrak{B}\,d\mathfrak{F}) \tag{4,II}$$

(2. *Maxwell*sche Gleichung)

Dabei ist in unserem Fall $ds = R\,d\varphi$; $dF = R\,dR\,d\varphi$.

Für Elektronen auf dem Sollkreis (fester Radius R_s) wird aus (3,II):

$$e\,\mathfrak{E}_\varphi\,(R_s) = e\,R_s\,\dot{B}\,(R_s) \tag{5,II}$$

und aus (4,II):

$$2\,\pi\,R_s\,\mathfrak{E}_\varphi = -\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{R_s} 2\,\pi\,R\,B\,(R)\,dR. \tag{6,II}$$

Durch Elimination von $\mathfrak{E}_\varphi$ aus (5,II) und (6,II) ergibt sich:

$$R_s^2\,\dot{B}\,(R_s) = \frac{\partial}{\partial t}\int_0^{R_s} R\,B\,(R)\,dR \tag{7,II}$$

oder über die Zeit integriert:

$$R_s^2 \, B\,(R_s) = \int_0^{R_s} R\,B\,(R)\,d\,R. \qquad (8,\text{II})$$

Beide Seiten von (8,II) sind nur von B abhängig. Wir können also Betatrons betreiben, auch wenn B ganz beliebig von der Zeit abhängt. Sinusförmige Abhängigkeit ist nur eine für kleinere Geräte technisch besonders brauchbare Form, bei großen Geräten kann eine andere zeitliche Abhängigkeit von B günstiger sein.

Wir führen nun in (8,II) die „mittlere induzierende Flußdichte" bis zum Radius R_s als $\bar{B}_i\,(R_s)$ ein durch die Definitionsgleichung

$$\int_0^{R_s} R\,B\,(R)\,d\,R = \bar{B}_i\,(R_s) \int_0^{R_s} R\,d\,R = \bar{B}_i\,(R_s)\,R_s^2/2 \qquad (9,\text{II})$$

und erhalten aus (8,II)

$$B\,(R_s) = \tfrac{1}{2}\,\bar{B}_i\,(R_s). \qquad (10,\text{II})$$

In Worten: Die Flußdichte des Führungsfeldes am Sollkreis muß halb so groß sein wie die mittlere induzierende Flußdichte innerhalb des Sollkreises [wobei die Mittelung nach der Vorschrift von (9,II) durchzuführen ist]. Man kann das auch so ausdrücken: Der Sollkreis für die Elektronen im Betatron liegt bei dem Radius R_s, für den $B\,(R_s)$ gerade halb so groß ist, wie die mittlere induzierende Flußdichte innerhalb dieses Kreises.

In der Praxis kann diese erste Grundbedingung dadurch erfüllt werden, daß man auch im Kern einen Luftspalt anbringt (Abb. 10a) und ihn in seiner Größe zum Luftspalt zwischen den Steuerpolen so abstimmt, daß die Bedingung (10,II) gerade für den gewünschten Radius R_s erfüllt ist. Durch kleine Änderungen in der Dicke des Luftspaltes im Kern kann man nach Wunsch den Sollkreis in seiner Größe verändern: Bei Verkleinerung des Luftspaltes im Kern zieht sich der Sollkreis auf einen kleineren Radius zusammen, bei einer Erweiterung des Luftspaltes im Kern weitet sich der Sollkreis aus.

Zweite Grundbedingung (stabile Bahnen, Walton [22], *Steenbeck* [21])

Die Elektronenbahn auf dem Sollkreis wird man nur dann als „stabil" bezeichnen, wenn bei kleinen Auslenkungen des Elektrons automatisch Kräfte auftreten, die es wieder in Richtung auf den Sollkreis hin zurücktreiben. Solche rücktreibenden Kräfte sind vorhanden, wenn das Steuerpolfeld in der Umgebung des Sollkreises mit wachsendem Radius abnimmt, aber langsamer abnimmt als mit $1/R$.

In der Formulierung von *Steenbeck* kann man schreiben[1]):

$$0 > \frac{R}{B}\frac{\partial B}{\partial R} > -1. \qquad (11,II)$$

Stellt man den Feldabfall in der Umgebung des Sollkreises in erster Näherung durch eine lineare Abhängigkeit dar, so kann man (11,II) auch in der Form schreiben:

$$B(R) = \left(1 - n\frac{\Delta R}{R_s}\right) B(R_s), \quad \text{mit} \quad 0 < n < 1. \qquad (12,II)$$

Wir wollen uns hier darauf beschränken, den sehr anschaulichen physikalischen Inhalt von (11,II) darzulegen[2]). In Abb. 13 ist als Ordinate $B(R)$, als Abszisse R aufgetragen. In der Umgebung des Sollkreises (R_s) fällt

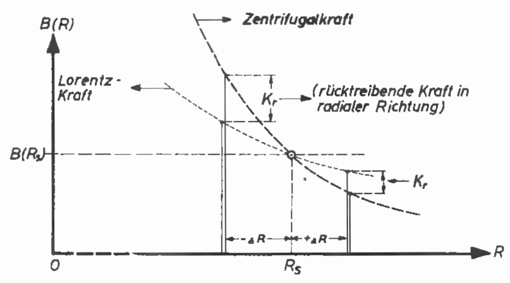


Abb. 13: Entstehung der rücktreibenden Kraft in radialer Richtung K_r beim „Betatronfeld". Zentrifugalkraft (— — —) und Lorentzkraft (- - - - -) sind stets entgegengesetzt gerichtet.

$m\,v^2/R$ (Zentrifugalkraft) proportional $1/R$ mit wachsendem R ab, während $B(R)$ und damit $e\,v\,B(R)$ (Lorentzkraft) schwächer mit wachsendem R abfallen möge; die horizontale, gestrichelte Linie gibt die Größe von B an der Stelle R_s an. Dann sind für ein Elektron auf dem Sollkreis die Zentrifugalkraft und die Lorentzkraft miteinander im Gleichgewicht. Etwas außerhalb des Sollkreises, an der Stelle $R_s + \Delta R$, überwiegt die Lorentzkraft die Zentrifugalkraft; innerhalb des Sollkreises, an der Stelle $R_s - \Delta R$ ist die Zentrifugalkraft größer als die Lorentzkraft: Elektronen, die etwas außerhalb bzw. etwas innerhalb des Sollkreises laufen, werden also einer rücktreibenden Kraft nach innen bzw. außen, in jedem Fall also zum Sollkreis hin, unterliegen. Die Größe der in radialer Richtung rücktreibenden Kraft ist gegeben durch die Differenz aus Zentrifugalkraft und Lorentzkraft[3]): $K_r = m\,v^2/R - e\,v\,B$ und unter Berücksichtigung von (12,II)

---

[1]) Genau genommen gilt (11,II) nur an der Stelle R_s selbst.
[2]) Eine allgemeine Ableitung von (11,II) findet man bei *Kopfermann* [17] auf S. 24/25.
[3]) Zentrifugal- und Lorentzkraft sind kollinear.

$$K_r = \frac{m v^2}{R_s}\left(1 - \frac{\Delta R}{R_s}\right) - e v B(R_s)\left(1 - n\frac{\Delta R}{R_s}\right),$$

$$K_r = -K_0 \frac{\Delta R}{R_s}(1 - n). \tag{13,II}$$

Die radial rücktreibende Kraft ist also für positive ΔR vorhanden und nach innen gerichtet, wenn $n < 1$ ist (auch im Spezialfall des homogenen Magnetfeldes mit $n = 0$ findet radiale Richtungsfokussierung statt!). Die rücktreibende Kraft ist ferner proportional zu K_0, der Zentrifugalkraft an der Stelle R_s, d. h. auch proportional zur gleich großen Lorentzkraft an der Stelle R_s. Sie steigt also mit wachsender Kraftflußdichte $\mathfrak{B}$ bzw. mit wachsender Energie der umlaufenden Elektronen an. Die rücktreibende Kraft ist schließlich in erster Näherung proportional zur Auslenkung ΔR des Elektrons aus dem Sollkreis und wird demnach zu radialen sin-Schwingungen des Elektrons um den Sollkreis Veranlassung geben.

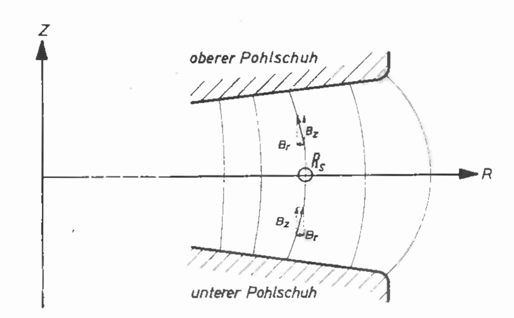


Abb. 14: Entstehung der rücktreibenden Kräfte in axialer Richtung K_z beim Betatronfeld (schraffiert: oberer und unterer Polschuh P)

Damit auch in der *axialen* Richtung rücktreibende Kräfte auf ein Elektron ausgeübt werden, welches nach oben oder unten aus der Bahnebene (Mittelebene) abgewichen ist, genügt es, daß die Kraftflußdichte in radialer Richtung überhaupt mit zunehmendem Radius *ab*nimmt. Nach Abb. 14 sind in diesem Falle nämlich die magnetischen Feldlinien in der Umgebung der Mittelebene nach außen gekrümmt. Dabei entstehen oberhalb und unterhalb der Mittelebene radiale Komponenten B_r in solcher Richtung, daß die Elektronen oberhalb und unterhalb der Mittelebene wieder zu dieser zurückgetrieben werden. (Man beachte, daß die Elektronen an der Stelle R_s in die Zeichenebene *ein*treten; die Achse des Betatrons liegt links bei $R = 0$!). Für die rücktreibende Kraft in axialer Richtung läßt sich — eben-

falls unter Annahme kleiner Auslenkungen aus der Mittelebene — ein ganz entsprechender Ausdruck wie (13,II) ableiten (vgl. Anm. 1, S. 24):

$$K_z = -K_0 \frac{\Delta Z}{R_s} n \qquad (14,II)$$

Wegen der Zylindersymmetrie ($\mathrm{rot}_\varphi \mathfrak{B} = 0$) ist nämlich (für $R = R_s$):

$$\frac{\partial B_z}{\partial R} = \frac{\partial B_r}{\partial Z} = -\frac{n}{R} B_z(R) \Big|_{R_s}$$

also

$$B_r = -\int_0^{\Delta Z} \frac{n}{R} B_z(R)\Big|_{R_s} dZ = -\frac{n}{R_s} B_z(R_s)\,\Delta Z\,.$$

Die auf Grund des Vorhandenseins von B_r ausgeübte Lorentzkraft in z-Richtung ist gegeben durch:

$$K_z = -e\,v\,B_r = \frac{n}{R_s} e\,v\,B_z(R_s)\,\Delta Z = -K_0 \frac{n}{R_s} \Delta Z.$$

Eine axiale rücktreibende Kraft K_z ist also vorhanden, wenn $n > 0$ ist. K_z ist ferner proportional K_0, steigt also ebenso wie K_r mit wachsender Flußdichte bzw. Elektronenenergie an. K_z ist schließlich in erster Näherung proportional der Auslenkung ΔZ des Elektrons aus der Mittelebene und wird demnach zu axialen sin-Schwingungen des Elektrons um die Mittelebene führen.

In der Praxis wurde der Wert von n verschieden gewählt: Beim 6 MeV-Betatron von *Gund* und beim 15 MeV-Betatron von *Wideröe* war $n \approx 1/2$. Die rücktreibende Kraft war hier also in der R- und Z-Richtung gleich groß; *Kerst* verwendete bei seinem 2,3 MeV-Gerät $n = 2/3$, bei seinem 20 MeV- und dem 100 MeV-Gerät einen Wert von $3/4$. Auf die praktische Bedeutung der Größe von n kommen wir noch an anderen Stellen zurück (Stabilitätsbereich, Strahlungsdämpfung, Fokussierung bei wechselndem n-Wert).

7. Elektronenbahnen

Die radialen und axialen rücktreibenden Kräfte nach (13,II) und (14,II) bewirken, da sie proportional der Auslenkung zunehmen, daß ein außerhalb des Sollkreises bzw. außerhalb der Mittelebene umlaufendes Elektron um den Sollkreis bzw. um die Mittelebene Sinusschwingungen ausführt. In der Literatur werden diese Schwingungen vielfach als Kerstschwingungen

oder Betatronschwingungen bezeichnet, weil *Kerst* und *Serber* [16] sie zuerst rechnerisch verfolgt haben.

Die zugehörigen Bewegungsgleichungen lauten mit $\Delta R = R - R_s$ und $\Delta Z = z$ [1]):

$$m(\Delta \dot{R}) + K_0(1-n)\frac{\Delta R}{R_s} = 0 \quad \text{(radial)}, \tag{15,II}$$

$$m\ddot{z} + K_0 n \frac{z}{R_s} = 0 \quad \text{(axial)}. \tag{16,II}$$

Setzen wir $K_0 = m v^2/R_s$ und $v/R_s = \omega_s$, so wird:

$$(\Delta \dot{R}) + \omega_s^2 (1-n)\Delta R = 0, \tag{17,II}$$

$$\ddot{z} + \omega_s^2 n z = 0, \tag{18,II}$$

mit den Lösungen:

$$\Delta R = \Delta R_{\max} \sin\left(\omega_s t \sqrt{1-n}\right), \tag{19,II}$$

$$z = z_{\max} \sin\left(\omega_s t \sqrt{n}\right). \tag{20,II}$$

(19,II) bzw. (20,II) stellen eine ungedämpfte Sinusschwingung dar. Die Periode dieser Schwingungen ist eine andere, und zwar eine grundsätzlich längere als die Periode des Elektronenumlaufs im Betatron, eine für die Einschleusung der Elektronen wichtige Tatsache. Verfolgen wir die Spur eines Elektrons in einer mit ihm mitbewegten R, Z-Ebene, so beschreibt diese Spur eine *Lissajous*sche Figur, die eine gewisse Fläche ausfüllt und deren Form gegeben ist durch die Größe desjenigen Bereichs zwischen den Steuerpolen, in welchem die rücktreibenden Kräfte wirksam sind. Dieser Bereich hängt mit der Wahl von n eng zusammen: Für $n = 1/2$ ist er annähernd quadratisch, für $n = 3/4$ ein in radialer Richtung auseinandergezogenes Rechteck mit einem Verhältnis der Kantenlängen von $(\sqrt{n}/\sqrt{1-n}) : 1 = 1{,}73 : 1$. Die vorangehende etwas rohe Betrachtung gibt zwar im großen und ganzen ein richtiges Bild, sie gilt aber genau genommen nur für die unmittelbare Umgebung des Sollkreises; außerdem wurde die Änderung der Energie und damit der Masse des Elektrons während der Beschleunigung vernachlässigt. Eine genauere Betrachtung geht von der zeitlichen Änderung des Impulses und des Drehimpulses des umlaufenden Elektrons aus:

$$\frac{d}{dt}(m\dot{R}) = mR\dot{\varphi}^2 - eR\dot{\varphi}B_z(R,Z); \tag{21,II}$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{Z}) = eR\dot{\varphi}B_r(R,Z); \tag{22,II}$$

$$\frac{d}{dt}(mR^2\dot{\varphi}) = -e\mathfrak{E}_\varphi R + eR\dot{R}B_z(R,Z) - eR\dot{Z}B_r(R,Z). \tag{23,II}$$

[1]) $z = 0$ kennzeichnet die Mittelebene.

Für den Sollkreis gilt: $\omega_s = e B_s/m$; $\mathfrak{E}_{\varphi s} = - R_s \dot{B}_s$.
Wir machen lineare Ansätze für B und $\mathfrak{E}_\varphi$ in der Nähe des Sollkreises:

$$B_r(R,Z) = -\frac{n}{R_s} B_z(R_s,0)\, z; \quad B_z(R,Z) = B_z(R_s,0)\left(1 - n\,\frac{\Delta R}{R_s}\right);$$

$$\mathfrak{E}_\varphi(R,Z) = \mathfrak{E}_\varphi(R_s,0)$$

mit

$$R = R_s + \Delta R; \qquad \dot{\varphi} = \omega_s + \Delta\omega; \qquad \Delta Z = z;$$

dabei ist

$$\Delta R/R_s \ll 1, \qquad \Delta\omega/\omega_s \ll 1, \; z/R_s \ll 1,$$
$$(\dot{\Delta} R)\,\tau/R_s \ll 1, \qquad \dot{z}\tau/R_s \ll 1$$

vorausgesetzt.

Höhere Potenzen von ΔR, $\Delta\omega$, ... werden daher im folgenden vernachlässigt; τ ist die Umlaufzeit.

(21,II) und (23,II) liefern dann

$$\frac{d}{dt}\left(m(\dot{\Delta} R)\right) = m\,\omega_s R_s \Delta\omega + m\,n\,\omega_s^2 \Delta R \tag{24,II}$$

und

$$\frac{d}{dt}\left(m R_s \Delta\omega + m\,\omega_s \Delta R\right) = 0. \tag{25,II}$$

Aus (25,II) folgt sofort $m R_s \Delta\omega + m\,\omega_s \Delta R = const$, und wenn man diese Beziehung auf die Bewegung des Elektrons längs des Sollkreises anwendet, ergibt sich

$$R_s \Delta\omega = -\omega_s \Delta R. \tag{26,II}$$

Damit wird aus (24,II):

$$(\dot{\Delta}\dot{R}) + \dot{m}/m\,(\dot{\Delta} R) + \omega_s^2 (1-n)\,\Delta R = 0, \tag{27,II}$$

oder mit der Gesamtenergie $E = m c^2$:

$$(\dot{\Delta}\dot{R}) + \dot{E}/E\,(\dot{\Delta} R) + \omega_s^2 (1-n)\,\Delta R = 0. \tag{28,II}$$

Für die Z-Richtung erhält man ohne weiteres

$$\ddot{z} + \frac{\dot{E}}{E}\dot{z} + n\,\omega_s^2 z = 0. \tag{29,II}$$

Vernachlässigt man die (langsame) zeitliche Abhängigkeit der Energie E, dann erhält man die vorher abgeleiteten Gln. (15,II), (16,II), d. h. die ungedämpften „Kerst"-Schwingungen. Genau genommen sind aber die

Energie E sowie die Umlaufsfrequenz ω_s auf dem Sollkreis zeitabhängige Größen. Außerdem läßt sich ω_s als Funktion der Energie E darstellen:

$$\omega_s = \frac{v}{R_s} = \frac{c}{R_s}\frac{v}{c} = \omega_{s\infty}\,\beta = \omega_{s\infty}\sqrt{\frac{E^2 - E_0^2}{E^2}}\,.$$

Die Schwingungen der Elektronen sind also infolge der Energiezunahme der Elektronen schwach gedämpft. Aus einer von *Touschek* angegebenen näherungsweisen Lösung für (28,II)

$$\Delta R = \alpha_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\int \frac{\dot{E}}{E}\frac{E^2}{E^2 - E_0^2}\,dt\right)\cos\left(\int \omega\sqrt{1-n}\,dt\right) \qquad (30,\text{II})$$

errechnet sich die *relative* Amplitudenabnahme der Schwingungen zu:

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = -\frac{1}{2}\frac{dE}{E}\frac{E^2}{E^2 - E_0^2} = -\frac{1}{2}\frac{dp}{p} = -\frac{1}{2}\frac{d(RB)}{RB}\,; \qquad (31,\text{II})$$

Integration von (31,II) ergibt, daß die Amplitude α selbst also umgekehrt proportional zu $\sqrt{p}$, d. h. umgekehrt proportional zur Quadratwurzel des RB-Wertes abnimmt.

Verfolgt man – was allerdings nur nach graphischen Methoden möglich ist – die Elektronenschwingungen bei größeren Amplituden (bis an die Grenze des stabilen Gebiets), so ergeben sich nur unwesentliche, jedenfalls keine grundsätzlichen Abweichungen gegenüber den bisher besprochenen Erscheinungen.

8. Eigenschaften des Betatronfeldes

Das Betatronfeld wird wegen der eben besprochenen Eigenschaft der automatischen allseitigen Richtungsfokussierung bei allen Kreisbeschleunigern angewendet, in denen die Teilchen auf einem Kreis von festem, vorgegebenem Radius umlaufen. Wegen seiner grundlegenden Wichtigkeit seien daher noch einige Eigenschaften des Betatronfeldes kurz zusammengestellt.
a) *Der Verlauf der $B(R)$-Kurve* in der Mittelebene ist durch die Form der Steuerfeld-Polschule vorgegeben. Bei der Konstruktion muß man also die Form der Steuerpole so wählen, daß das $B(R)$-Feld die gewünschte Abhängigkeit von R hat, speziell also den gewünschten Exponenten n des Feldabfalls in der Umgebung des Sollkreises besitzt. In der Praxis wird man in der Weise vorgehen, daß man sich zunächst Polschuhe von der etwa erwarteten Form zeichnet und vielleicht mit einem graphischen Verfahren den ungefähren Feldverlauf bestimmt. Nach einigen Korrekturen hat man sich der gesuchten Form soweit angenähert, daß man ein eventuell vergrößertes Modell der Polschuhe herstellt und den Feldverlauf nach der Methode des elektrolytischen Troges bestimmt. Diese Methode läßt sich nämlich mit

genügender Näherung auch auf die Ausmessung *magnetischer* Felder übertragen, jedenfalls für Bereiche in genügender Entfernung von Sättigungserscheinungen im Eisen, weil die magnetische Leitfähigkeit von Eisen gegenüber der des Vakuums oder der von nichtferromagnetischen Stoffen so groß ist, daß man sie entsprechend der elektrischen Leitfähigkeit von Metallen gegenüber derjenigen von Wasser im elektrolytischen Trog als unendlich groß ansehen darf. Das am Modell der Polschuhe ausgemessene Feld wird

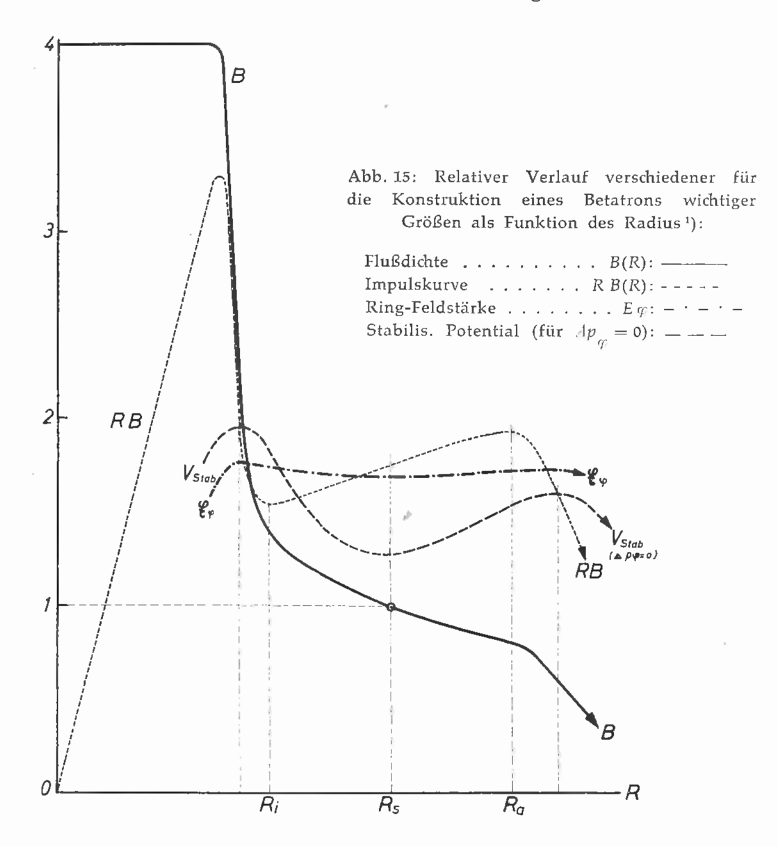


Abb. 15: Relativer Verlauf verschiedener für die Konstruktion eines Betatrons wichtiger Größen als Funktion des Radius[1]):

Flußdichte . . . . $B(R)$: ———
Impulskurve . . . . $R\,B(R)$: - - - - -
Ring-Feldstärke . . . . E_φ: – · – · –
Stabilis. Potential (für $\Delta p_\varphi = 0$): — — —

---

[1]) Wegen Benutzung der Beziehung $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ gilt die Definition für V_{Stab} nur im NR-Gebiet. In diesem Gebiet kann der zeitliche Anstieg des Magnetfeldes in guter Näherung als konstant angesehen werden, so daß $E_\varphi \sim \sqrt{V_{\mathrm{Stab}}}$ wird. Die Ordinatenwerte der V_{Stab}-Kurve sind in Abb. 15 stark überhöht, um den charakteristischen Kurvenverlauf deutlicher hervortreten zu lassen, vgl. auch Abb. 16.

mit dem gewünschten verglichen und die Form der Polschuhe korrigiert (bei sorgfältiger Handhabung geht die Genauigkeit des Verfahrens bis unter 1 %). Auf diese Weise können nicht nur die Äquipotentiallinien festgelegt, sondern auch direkt die Feldstärken durch verschiebbare Sonden vermessen werden. Bei großen Objekten wird es sich empfehlen, ein verkleinertes Teilmodell zu bauen und an diesem magnetische Messungen vorzunehmen. Es sei auf diese Weise der in Abb. 15 wiedergegebene Verlauf von B als Funktion von R festgelegt. Im Kern des Betatrons muß B natürlich einen vielfach größeren Wert besitzen als am Sollkreis R_s, damit die erste Grundbedingung („1/2-Bedingung") erfüllt ist. Der Feldabfall mit n als Exponent kann nur in einer gewissen Umgebung des Sollkreises aufrechterhalten werden, da wegen des starken Kernfeldes und des starken Abfalls nach außen hin der Wert von n in größerer Entfernung vom Gleichgewichtskreis ansteigt. Die Radien R_i bzw. R_a, bei denen der Wert $n = 1$ erreicht bzw. überschritten wird, begrenzen den Bereich, in welchem stabile Kreisbahnen möglich sind; R_i bzw. R_a werden als innerer und äußerer Grenzkreis bezeichnet[1]).

b) *Die RB-Kurve* durchläuft an der Stelle $R = R_i$ ein Minimum und an der Stelle $R = R_a$ ein Maximum, sie besitzt ferner an der Stelle $R = R_s$ einen Wendepunkt. Sie hat wesentliche Bedeutung für die Konstruktion eines Betatrons, da sie einerseits zur notwendigen Festlegung der mittleren Induktion $\bar{B}_i$ nach (9,II) und damit des Polabstands im Kern des Betatrons notwendig ist und da sie andererseits wegen (32,II) zur zeichnerischen Bestimmung des Verlaufs von $\mathfrak{E}_\varphi(R)$ herangezogen werden kann (vgl. c). Schließlich liegen noch die Extremwerte der unter d) zu besprechenden Potentialkurven auf der *RB*-Kurve.

c) *Die Feldstärke* $\mathfrak{E}_\varphi$ als Funktion von R ist in ihrem Verlauf gegeben durch

$$-\mathfrak{E}_\varphi(R) = \frac{1}{2\pi R}\int_0^R 2\pi R\,\dot{B}(R)\,dR. \qquad (32,\mathrm{II})$$

$-\mathfrak{E}_\varphi(R)$ besitzt ein Minimum an der Stelle des Sollkreises R_s[2]). Da $\mathfrak{E}_\varphi$ für sehr kleine R und für sehr große R gegen Null gehen muß, so muß die $\mathfrak{E}_\varphi$-Kurve auf jeder Seite des Minimums ein Maximum überschreiten.

---

[1]) Kerstschwingungen um einen innerhalb R_a gelegenen Sollkreis können dagegen noch Amplituden besitzen, die größer sind, als der Abstand des betreffenden Sollkreises von R_a. Die Grenze für stabile Kerstamplituden liegt erst dort, wo die stabilisierende Kraft gleich 0 wird, d. h. bei den Radien, für die V_{stab} ein Maximum besitzt.

[2]) $-\mathfrak{E}_\varphi$ = elektronenbeschleunigende Feldstärke.

d) In Abb. 15 ist schließlich noch der Verlauf einer *Potentialfunktion* eingezeichnet, die als „Stabilisierungspotential" bezeichnet werden kann und eine sehr anschauliche und von elektronenoptischen Betrachtungen her geläufige Darstellung der in Ziffer 7 abgeleiteten Schwingungsvorgänge für den Einschleusungsvorgang erlaubt[1]): V_{Stab} stellt — grob gesagt — eine „Potentialrinne" dar, in der die Elektronen in radialer Richtung hin- und herpendeln. V_{Stab} ist gegeben durch den Ausdruck:

$$e\,V_{\mathrm{Stab}} = \frac{1}{2\,m}(\varDelta\,p_\varphi + e\,A)^2. \qquad (33,\mathrm{II})$$

$$\left(A = \frac{1}{2\,\pi\,R}\cdot \Phi\,(R, t) \text{ Vektorpotential des Magnetfeldes.}\right)$$

$e\,V_{\mathrm{Stab}}$ übernimmt für die radialen Elektronenschwingungen (im nichtrelativistischen Einschleusungsgebiet) die Rolle einer potentiellen Energie des Elektrons. Wegen der Abhängigkeit dieses Stabilisierungspotentials vom Bewegungszustand des Elektrons ($\varDelta\,p_\varphi$ stellt die Abweichung des Elektronenimpulses gegenüber dem „Sollimpuls" dar, der gerade für eine Bewegung auf dem Sollkreis notwendig wäre), wird es auch als „fiktives Potential" bezeichnet. Verschieden stark mit ihrem Impuls vom „Soll"-Impuls abweichende Elektronen „glauben" also verschieden geformte Potentialmulden (bzw. Querschnitte in radialer Richtung) beim Einschleusen ins Betatron vor sich zu sehen, eine „Fiktion", die aber — wie auch sonst

---

[1]) Aus dem Ansatz für die zeitliche Änderung des Drehimpulses ergibt sich nämlich

$$m\,R^2\,\dot\varphi = \frac{e}{2\,\pi}\,\Phi\,(R, t) + C$$

oder

$$m\,R\dot\varphi = \frac{e}{2\,\pi\,R}\,\Phi\,(R, t) + \frac{C}{R} = p_\varphi = e\,A + \frac{C}{R},$$

wobei C/R als die Impulsabweichung $\varDelta\,p_\varphi$ gegen den „Soll"impuls bei dem zu A gehörenden Wert des Magnetfeldes gedeutet werden kann:

$$\frac{C}{R} = p_\varphi - p_{\varphi s} = \varDelta\,p_\varphi.$$

Durch Quadrieren wird $p_\varphi{}^2 = m^2 v^2 = (\varDelta\,p_\varphi + e\,A)^2$

und
$$\tfrac{1}{2}\,m\,v^2 = e\,V_{\mathrm{Stab}} = \frac{1}{2\,m}(\varDelta\,p_\varphi + e\,A)^2$$

und
$$V_{\mathrm{Stab}} = \frac{e}{2\,m}\left(\frac{\varDelta\,p_\varphi}{e} + A\right)^2.$$

oft — ihr Verhalten bestimmt. Der Verlauf dieser „fiktiven Potentialfunktion“ ist in Abhängigkeit von der Über- bzw. Unterschußenergie der Elektronen (aus dem Impuls umgerechnet) für einen bestimmten Fall in Abb. 16 zahlenmäßig wiedergegeben. Über den Zusammenhang dieser von *Touschek*[1]) stammenden Darstellung mit der in der Monographie von *Kopfermann* gegebenen Darstellung mittels „p_φ-Mulden“ vgl. *Kopfermann*, S. 36.

9. Elektroneneinschleusung

Der Vorgang der Einschleusung der Elektronen in das Betatron ist der Teil des Betatronbetriebs, auf den bisher von den verschiedenen Forschern die meiste Arbeit, experimentell und theoretisch, verwendet worden ist. Das ist auch verständlich, denn nach allgemeiner Kenntnis entscheidet dieser Teil des Betriebs darüber, welche *Strahlungsintensitäten* aus dem Betatron herausgeholt werden können. Im folgenden soll versucht werden, ein einigermaßen anschauliches Bild von den dabei auftretenden Vorgängen zu entwerfen; auf eine gründliche mathematische Unterbauung (wie sie z. B. in der Monographie von *Kopfermann* nachgelesen werden kann) muß hier verzichtet werden. Dies kann allerdings mit um so besserem Gewissen geschehen, als der Vorgang der Einschleusung in mathematisch nur noch schwer kontrollierbarer Form von den dabei gebildeten Raumladungen beeinflußt wird, so daß wohl z. Z. noch kein abschließendes und vollständiges Urteil über den wesentlichen Mechanismus des „Einfangens“ der Elektronen im Betatron gefällt werden kann.

Im Anschluß an Vorstellungen, die von der Elektronenoptik her geläufig sind, können wir uns die Elektronen in einer ringförmigen, zeitlich sich ständig vertiefenden, abfallenden Potentialmulde beschleunigt umlaufend denken, wobei sie in dieser Potentialmulde — außer ihrer Bewegung in der Längsrichtung — über der tiefsten Stelle der Mulde seitlich hin- und herpendeln. Das Potential, das diese Mulde bildet, ist im vorliegenden Fall allerdings nicht das in der Elektronenoptik übliche elektrostatische Potential, sondern das im vorigen Abschnitt besprochene stabilisierende Potential; denn die Form der Potentialmulde hängt noch von dem Impuls der Elektronen in der φ-Richtung ab bzw. von der Abweichung des Elektronenimpulses gegenüber dem „Sollimpuls“ p_{φ_s}, der mit der gerade vorhandenen magnetischen Flußdichte $B(R_s)$ auf dem Sollkreis R_s zusammenpaßt nach der Beziehung $p_{\varphi_s} = e\,R_s\,B(R_s)$. Wesentlich ist, daß die Elektronen bei ihrem Umlauf in dieser Potentialmulde ständig beschleunigt werden und daß die Wände dieser Potentialmulde immer höher und damit immer steiler

---

[1]) *B. Touschek*, unveröffentlicht 1944.

werden, entsprechend der zeitlichen Zunahme von B. (Die zunehmende Steilheit der Wände der Potentialmulde vermittelt ein anschauliches Verständnis der Amplitudenabnahme der Elektronenschwingungen aus Ziffer 7). Abb. 16 gibt eine Darstellung dieser Verhältnisse mittels eines Querschnitts durch die Potentialmulde, und zwar in quantitativer Form für das 31 MeV-Betatron der BBC (*Wideröe* [25]). Als Abszisse ist der Radius aufgetragen (Sollkreisradius: R_s), als Ordinate das stabilisierende Potential. Die mit $p_\varphi - p_{\varphi_s} = 0$ bezeichnete Kurve gilt für Elektronen, die mit dem „Sollimpuls", also mit richtiger Geschwindigkeit im richtigen Moment eingeschossen werden. Die übrigen Kurven gelten für mehr oder weniger von p_{φ_s} abweichenden Impuls[1]), d. h. für im „falschen" Moment eingeschossene Elektronen: Bei viel zu großem Impuls (+ 5) („zu früher Start") finden die Elektronen noch gar keine Mulde vor; das Magnetfeld ist noch zu schwach, um sie auf einer stabilen Bahn festzuhalten, und sie fliegen nach einigen Umläufen wieder nach außen weg. Bei viel zu kleinem Impuls (− 4) („zu später Start") finden die Elektronen keine Mulde mehr vor und stürzen auf einer spiralförmigen Bahn gegen den Kern des Betatrons. Ein *etwas* zu früh eingeschossenes Elektron besitzt einen Impuls, der für den Sollkreis R_s zu groß ist, es findet aber eine passende *momentane* Gleichgewichtslage bei einem $R > R_s$ vor (z. B. tiefster Punkt der Kurve + 2). Dieser Kreis mit $R > R_s$ ist dann für dieses spezielle Elektron ein „Momentankreis", um den es in stabiler Bahn pendeln kann. Wie sich zeigen läßt, „schrumpfen" bzw. erweitern sich die Momentankreise im Verlaufe der Beschleunigung in Richtung auf den Sollkreis, weil die kleinen Absolutbeträge der anfänglichen Impulsabweichung im Verlauf der Beschleunigung mit steigendem Impuls des Elektrons verhältnismäßig immer weniger ins Gewicht fallen. Wie eine genauere Rechnung zeigt, geht diese „Schrumpfung" schneller vor sich als die oben betrachtete Amplitudenabnahme der Kerst-Schwingungen; es ist nämlich

$$R_{\text{Momentan}} - R_s \sim \frac{1}{p} \text{ (N R)} \quad \text{bzw.} \sim \frac{1}{\sqrt{p}} \text{ (E R)}.$$

Am besten würde es natürlich sein, die Elektronen direkt auf dem Gleichgewichtskreis selbst zu starten und ihnen die richtige, d. h. genau tangentiale Richtung und den „richtigen" Sollimpuls p_{φ_s} passend zur Stärke des Steuerfeldes B_s und zum Radius R_s mit auf den Weg zu geben. Das ist leider nicht möglich, da die Elektronen dann bereits nach einem Umlauf wieder auf die Kathode treffen und damit für den weiteren Beschleunigungsvorgang verlorengehen würden.

---

[1]) Dabei sind die Impulse in die zugehörigen Energien umgerechnet.

Wir müssen also die Kathode innerhalb oder außerhalb des Sollkreises, z. B. an der Stelle $R_k > R_s$ anbringen und wollen von hier zunächst Elektronen in genau tangentialer Richtung mit dem Sollimpuls einschießen (Kurve 0). Diese Elektronen werden entsprechend ihrer Höhendifferenz gegenüber der tiefsten Stelle der Mulde, in der Mulde 0 zwischen C und C′ hin- und herpendeln; sie können aus der Mulde nicht wieder heraus und sind „eingefangen" (vgl. Abb. 16, auch für die weitere Diskussion).

Werden die Elektronen in das Betatron mit einer festen Energie während eines endlichen Zeitintervalls tangential eingeschossen, dann wird der eben besprochene Fall nur für einen bestimmten Zeitpunkt t_0 dieses Zeitintervalls realisiert sein. Die vor und nach diesem Zeitpunkt eingeschossenen Elektronen finden, wie oben ausgeführt, eine andere Mulde mit anderer Gleichgewichtslage vor (Momentankreis). Sie werden nur dann „eingefangen", wenn der Rand der Mulde, welcher der Kathode gegenüberliegt, gleich hoch oder höher ist als die Kathodenlage selbst, beides bezogen auf den tiefsten Punkt eben dieser Mulde. In diesem Sinne können wir von der angegebenen Kathodenlage (R_k) noch Elektronen „einfangen", deren Startzeit zu den Kurven −1 und +4 gehört; würde aber die Kathode etwa doppelt so weit außen liegen (R_k' in Abb. 16), so würden

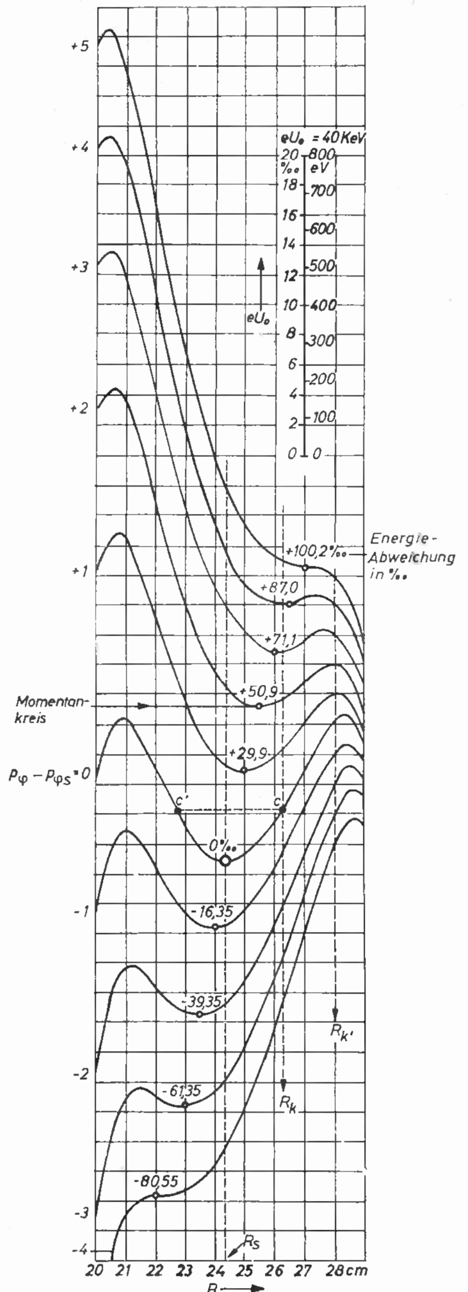


Abb. 16: Stabilisierendes Potential für Elektronen mit dem „Soll"-Impuls und mit zu kleinem bzw. zu großem Impuls. (Der Abstand zwischen den einzelnen Potentialkurven ist willkürlich gewählt, vgl. Text)

nur noch Elektronen eingefangen werden, die mit der Kurve 0 bis + 2 starten. Es besteht also ein Zusammenhang zwischen der Kathodenlage ($\Delta R = R_k - R_s$), der Größe des Intervalls der Impulsabweichung $\Delta p_\varphi = p_\varphi - p_{\varphi_s}$ und (beim Einschießen mit konstanter Spannung bei zeitlich anwachsendem Magnetfeld) der Größe des Zeitintervalls Δt, innerhalb dessen die Elektronen eingeschossen werden dürfen, um noch eingefangen zu werden.

Wir sprachen bisher nur vom tangentialen Einschießen, also in Abb. 16 genau senkrecht zur Zeichenebene. Nun hat aber auch der bestgebündelte Elektronenstrahl grundsätzlich immer einen Öffnungswinkel, d. h. die Elektronen werden praktisch immer unter einem gewissen Winkel zur Tangentenrichtung eingeschossen, sie bekommen also eine bestimmte kleine radiale Geschwindigkeitskomponente mit auf ihren Weg. Ist diese nach innen gerichtet, so werden sie an der gegenüberliegenden Muldenwand etwas höher hinaufschaukeln, und zwar um einen Betrag entsprechend der Energie der Geschwindigkeitskomponente in radialer Richtung. Wenn also der Muldenrand links für tangentialen Start genau so hoch liegt, wie die Kathode selbst (vgl. etwa Kurve 0), so werden die Elektronen den linken Muldenrand überschreiten und nicht eingefangen. Der gegenüberliegende Muldenrand muß also mit steigendem Öffnungswinkel des Strahls in wachsendem Maße höher liegen als die Kathode; diese Bedingung erfüllen aber immer weniger Mulden, je größer der Öffnungswinkel $\Delta\Omega$ des Strahls und damit die Abweichung wird. Es besteht also ein Zusammenhang auch zwischen dem Zeitintervall Δt des Einbringens und der Größe $\Delta\Omega$ des Öffnungswinkels, unter dem der Elektronenstrahl gestartet werden kann, damit noch alle Elektronen des Strahls eingefangen werden.

Was aus Abb. 16 und dem Vorhergesagten klar werden soll, ist eigentlich nur dies: Zwischen der Kathodenlage (ΔR), der maximal möglichen Einschußzeit (Δt) bei konstanter Einschießspannung und dem maximal zulässigen Öffnungswinkel $\Delta\Omega$ des Elektronenstrahls besteht ein Zusammenhang derart, daß eine Vergrößerung einer dieser drei Größen immer nur auf Kosten einer Verkleinerung der beiden anderen vor sich geht. Es gilt hier, ein Optimum zu finden, das entweder graphisch aufgesucht werden kann oder experimentell durch Variationen der Kathodenlage, des Zeitintervalls für das Einbringen und durch Variation des Öffnungswinkels des Elektronenstrahls. Da die Kathode ziemlich weit außen, nahe dem Grenzkreis, stehen muß, um nicht zu viele von den umlaufenden Elektronen wegzufangen, steht für das Zeitintervall des Einbringens nur eine Zeitdauer von der Größenordnung 10^{-6} s zur Verfügung (entsprechend etwa 100 Umläufen), wobei der Öffnungswinkel des Strahls gleichzeitig kleiner als 1° sein muß, eine erhebliche Anforderung an die Elektronenoptik der Elektronenquelle, die andererseits möglichst einfach und klein sein soll.

Bei dem besprochenen Einschleusungsvorgang müßte man eigentlich die Elektronen dauernd in die Röhre einbringen können. Die Apparatur bzw. das Magnetfeld sollten schon von sich aus in der Lage sein, unter den eingebrachten Elektronen die „richtigen" herauszusuchen, während die „falschen" früher oder später automatisch wieder herausfallen, indem sie auf die Wände der Röhre auftreffen. Es sprechen aber mehrere gewichtige Gründe dafür, die Elektronen möglichst nur während eines geeigneten Zeitintervalls einzuschießen:

a) Bei kurzzeitigem Einbringen lassen sich höhere Momentan-Stromstärken aus einer Kathode herausholen.

b) Bei kurzzeitigem Einschießen (im allgemeinen dadurch, daß die dauernd geheizte Glühkathode nur kurzzeitig an negative Spannung gelegt wird) können die Kathoden mit erheblich höheren Spannungen betrieben werden[1]). Höhere Einschußspannungen bedeuten aber größere Strahlintensität, wie weiter unten noch gezeigt werden wird.

c) Der wichtigste Grund ist aber der folgende: Auch die „falschen" Elektronen laufen eine Zeitlang in der Röhre herum und bewirken dadurch Störungen in zweifacher Hinsicht: Sie verdrängen einerseits durch Coulombsche Abstoßungskräfte einen Teil der „richtigen" Elektronen, die sonst am Beschleunigungsvorgang teilgenommen hätten. Sie beschreiben andererseits bei bereits stark angewachsenem Magnetfeld kleine Kreisbahnen und diffundieren erst langsam an die Wände. Treten sie in sehr großer Zahl auf, so können diese vielen kleinen Kreisströme zu merklichen Störungen des Magnetfeldes führen und auf diesem indirekten Wege die erhaltene Strahlintensität herabsetzen. Dies scheint in besonderem Maße dann berücksichtigt werden zu müssen, wenn die Elektronen tangential von *außen* her eingebracht werden, während anscheinend beim Einbringen von *innen* her die falschen Elektronen genügend schnell wieder nach innen abwandern. Da aus rein technischen Gründen aber ein Einschießen von innen nicht so bequem ist wie von außen her, hat *Gund* [9] von außen her so eingeschossen, daß der Elektronenstrahl zunächst quer durch die Röhre geleitet wird und seine eigentliche Bahn tangential an der Innenseite der Röhre beginnt.

Das Vorhandensein der „falschen" Elektronen hängt eng zusammen mit der sogenannten *Füllung der Röhre.* Der Vorgang der Strahlenerzeugung beim Betatron geht ja nicht kontinuierlich vor sich, sondern ist eher dem Vorgang bei einem Brunnen zu vergleichen, in welchem in der Tiefe ein Eimer mit Wasser gefüllt, hochgehoben und ausgegossen wird; der Eimer wird dann wieder hinabgesenkt, gefüllt, hochgezogen usw. Beim Betatron

---

[1]) Die Zeit von der Größenordnung 1 μs ist so kurz, daß auch bei relativ großen Spannungen noch kein Durchbruch erfolgt (z. B. bei 30 kV und mehr zwischen zwei Elektroden in 1 mm Abstand voneinander).

ist der Takt dieses wiederholten Vorganges gegeben durch die Frequenz der Wechselspannung, mit der die Magnetspulen gespeist werden. Wie bei dem Eimer des Brunnens können wir beim Betatron bei jedem Beschleunigungsvorgang jeweils nur eine bestimmte maximale Elektronenmenge in die Röhre hineinnehmen, nicht wegen der begrenzten Ergiebigkeit der Kathode (des Brunnens), sondern weil die Röhre wegen der Coulombschen Abstoßungskräfte der Elektronen untereinander nur ein begrenztes Fassungsvermögen besitzt (Eimer) [1]).

In der bisherigen Betrachtung der Einschleusung der Elektronen in das Betatron ist überhaupt noch nicht von der beim Einbringen der Elektronen entstehenden Raumladung gesprochen worden, die zweifellos von großem Einfluß ist; darauf hat besonders *Wideröe* [25] hingewiesen. Aus diesem Grunde ist auf eine *ausführliche* Diskussion der Elektronenbahnen verzichtet worden, da solche Diskussionen nur Gültigkeit haben, solange wenige Elektronen in der Röhre vorhanden sind, also nicht die Verhältnisse widerspiegeln, die beim Betrieb des Betatrons bei möglichst großen Intensitäten tatsächlich auftreten. Experimentell wird das Vorhandensein der Raumladung dadurch berücksichtigt, daß die zeitliche Zunahme des Führungsfeldes nicht gleichmäßig erfolgt, sondern durch Zusatzfelder während der Einschußzeit bzw. unmittelbar anschließend in ihrem gleichmäßigen Ablauf verändert wird (vgl. hierzu Ziffer 14, Zusatzfelder).

Mit wieviel Elektronen können wir denn nun jedesmal die Röhre maximal füllen? Nach einer zuerst von *Kerst* und *Serber* [16] durchgeführten Überlegung liegt die Grenze da, wo die Coulombschen Abstoßungskräfte zwischen den Elektronen ebenso groß werden, wie die Stabilisierungskräfte des Steuerfeldes.

Die Coulombsche Abstoßung am Rande des stabilisierenden Bereichs ist:

$$K_c \approx \frac{e\,q}{2\,\pi\,\varepsilon_0\,\Delta R\,2\,\pi\,R_s},$$

$$\text{mit } \mathfrak{K} = e\,\mathfrak{E} \text{ und } q = \int (\mathfrak{D}\,d\mathfrak{F}) = \int \varepsilon_0\,(\mathfrak{E}\,d\mathfrak{F}) \approx \varepsilon_0\,|\mathfrak{E}|\;2\,\pi\,\Delta R\,2\,\pi\,R_s,$$

wobei $\mathfrak{D}$ die Verschiebungsdichte an der Oberfläche des stabilisierenden Bereichs, d. h. ungefähr einer Röhre vom Durchmesser $2\,\Delta R$ und einer Länge $2\,\pi\,R_s$ ist.

Für die radiale Stabilisierungskraft gilt: $K_{\text{Stab}} = -\frac{2\,e\,U_0}{R_s^2}\,\Delta R\,(1-n)$, nämlich

---

[1]) Die „falschen" Elektronen lassen sich in diesem Bild des Brunnens allerdings nur schlecht unterbringen; man müßte nämlich schon an Frösche denken, die mit aufgefischt werden, aber rechtzeitig abspringen und dadurch einen Verlust an Wasserfüllung hervorrufen.

$$K_{\text{Stab}} = -K_0 \frac{\Delta R}{R_s}(1-n) =$$

$$-\frac{m v^2}{R_s}\frac{\Delta R}{R_s}(1-n) = -\frac{2 E_k}{R_s^2}\Delta R\,(1-n),\ \text{(NR-Gebiet)},$$

aus $K_c + K_{\text{Stab}} = 0$ folgt:

$$\frac{e\,q}{2\pi\,\varepsilon_0\,\Delta R\,2\pi\,R_s} \approx \frac{2\,e\,U_0}{R_s^2}\Delta R\,(1-n);$$

damit wird der zeitliche Mittelwert des maximal möglichen Elektronenstroms im Betatron (für $n = 1/2$)

$$\bar{I} = q \cdot f \approx 4\,\pi^2\,\varepsilon_0\,f\,U_0\,\frac{(\Delta R)^2}{R_s}; \quad (f = \text{Frequenz}).$$

Die Größe von $\bar{I}$ berechnet sich zu einigen 10^{-6} A für kleinere Betatrons; uns interessiert in diesem Zusammenhang, in welcher Weise $\bar{I}$ von den verschiedenen Parametern abhängt:

a) Die Proportionalität von $\bar{I}$ mit der Frequenz f ist nahezu selbstverständlich, denn bei doppelt so hoher Frequenz ergibt sich je Sekunde die doppelte Anzahl von Röhrenfüllungen. Danach sollte man eigentlich die Frequenz so groß wie möglich wählen, um möglichst große Intensität zu erhalten. Dagegen sprechen die mit der Frequenz anwachsenden Verluste in den magnetischen Materialien und die damit verbundenen Schwierigkeiten und Kosten. Bei größeren Betatrons geht man deshalb in der Regel nicht über die dreifache Netzfrequenz hinaus (vgl. Tabelle 5 der Daten ausgeführter Betatrons in Ziffer 14).

b) Die Proportionalität mit $(\Delta R)^2$, d. h. mit dem stabilisierenden Querschnitt der Röhre ist ebenfalls plausibel: Je größer der Querschnitt der Röhre, um so mehr Elektronen gehen bei gleichem Röhrenumfang hinein. Danach müßte man die Steuerpole so breit wie möglich machen und eine Röhre entsprechend großen Querschnitts einsetzen. Entgegenzuhalten ist, daß jede Ausdehnung des Raumes zwischen den Steuerpolen in axialer Richtung mit einer Vermehrung der notwendigen Amperewindungen für die Erregung, in radialer Richtung mit einer Vergrößerung der Blindleistung bezahlt werden muß (Kondensatorenbatterie!).

c) Interessant und wichtig ist die Proportionalität mit U_0: Je größer die Einschußspannung, desto mehr Elektronen kann man einfüllen. Es ist das Verdienst von *Kerst* und *Serber* [16], diesen wichtigen Zusammenhang erkannt zu haben, der durchaus nicht selbstverständlich ist. Diese Autoren hatten im Gegenteil anfangs selbst angenommen, daß man die Elektronen mit möglichst kleiner Energie einbringen müsse, da mit abnehmender Einschußenergie die Schrumpfung der Momentankreise sich absolut genommen

immer stärker bemerkbar macht; man glaubte auf diesem Wege die Elektronen nach einmaligem Umlauf am sichersten an der Elektronenkanone wieder vorbeibringen zu können. Tatsächlich hat sich aber experimentell gezeigt, daß die Kathodenlage nicht von dem überragenden Einfluß ist, den man ihr zunächst zuschrieb, wahrscheinlich nicht zuletzt deshalb, weil die eingebrachten Elektronen Schwingungen auszuführen, deren Periode größer ist als die des Elektronenumlaufs, so daß sie erst nach einer größeren Anzahl von Umläufen (etwa 5 bis 10) wieder in gefährliche Nähe der Kathode kommen. (Man kann in diesen Betrachtungen also die notwendige Schrumpfung für etwa 10 Elektronenumläufe und nicht für nur einen einsetzen.) Der günstige Einfluß einer großen Einschußspannung hat vermutlich seinen Grund darin, daß energiereichere Elektronen bei einem entsprechend größeren B-Wert eingebracht werden können, also zu einem Zeitpunkt, wo mit B auch die stabilisierenden Kräfte schon entsprechend angewachsen sind und die Raumladung in der Röhre entsprechend größer sein darf. Die einfache Proportionalität mit U_0 ergibt sich übrigens nur bei nichtrelativistischen Einschußenergien; die extremrelativistisch berechnete Funktion ist proportional U_0^3, der Übergang zu dieser höheren Potenz von U_0 macht sich bei 50 bis 100 kV Einschußspannung schon bemerkbar. Der Grund für die erhöhte Potenz von U_0 im relativistischen Gebiet beruht im wesentlichen darauf, daß die auf dem Kreise umlaufenden Elektronen sich gegenseitig durch ihr Magnetfeld anziehen, wodurch die Abstoßungskräfte zwischen ihnen mit dem Faktor $1-\beta^2$ kleiner werden ($\beta = v/c$). Bei relativistischer Rechnung ergibt sich nämlich mit (4,I) und (5,I)

$$-K_{\text{Stab}} = \frac{m\,v^2}{R_s}\,\frac{\Delta R}{R_s}\,(1-n) = m_0\,c^2\,\beta^2\left(1+\frac{E_k}{E_0}\right)\frac{\Delta R}{R_s^2}\,(1-n)$$

$$-K_{\text{Stab}} = E_0\left(1+\frac{E_k}{E_0}\right)\frac{\Delta R}{R_s^2}\,(1-n)\,\beta^2$$

$$K_C = \frac{e\,q}{4\,\pi^2\,\varepsilon_0\,\Delta R\,R_s}\,(1-\beta^2)$$

und durch Addieren von K_{Stab} und K_C:

$$q = 4\,\pi^2\,\varepsilon_0\,\frac{(\Delta R)^2}{R_s}\,\frac{E_0}{e}\left(1+\frac{E_k}{E_0}\right)(1-n)\,\frac{\beta^2}{1-\beta^2}$$

$$q = 4\,\pi^2\,\varepsilon_0\,(1-n)\,\frac{(\Delta R)^2}{R_s}\,\frac{E_0}{e}\left(1+\frac{E_k}{E_0}\right)\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{E_k}{E_0}\right)2\,\frac{E_k}{E_0}$$

$$\left(\text{wegen } \beta^2 = \frac{E^2-E_0^2}{E^2}\right) \text{ und mit } n = 1/2$$

$$\bar{I} = q\,f = 4\,\pi^2\,\varepsilon_0\,f\,U_0\left(1+\frac{e\,U_0}{E_0}\right)\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{e\,U_0}{E_0}\right)\frac{(\Delta R)^2}{R_s} \quad (35,\text{II})$$

Eine große Einschußenergie der Elektronen bringt aber noch einen Vorteil in ganz anderer Richtung mit sich: Der Druck in der Ringröhre braucht nicht mehr so extrem klein zu sein, weil Elektronen von z. B. 30 oder gar 100 keV bei Zusammenstößen mit Gasmolekülen wesentlich seltener um größere Winkel aus ihrer Bahn abgelenkt werden als bei kleinen Energien.

d) Etwas betrüblich ist die Proportionalität zwischen $\bar{I}$ und $1/R_s$ (bei konstantem Röhrenquerschnitt). Denn bei konstanter Größe des stabilisierenden Bereiches werden mit wachsendem R_s der relative Feldabfall innerhalb dieses Bereichs und damit auch die stabilisierenden Kräfte unter sonst gleichen Bedingungen kleiner. Das ist aber von untergeordneter Bedeutung; denn tatsächlich *wächst* die Strahlintensität mit der Größe des Betatrons erheblich an, weil mit einer Vergrößerung des Radius im allgemeinen eine Vergrößerung des Röhrenquerschnitts verbunden sein wird, die die Vergrößerung des Radius überkompensiert. Es kommt hinzu, daß die Intensität der erzeugten Röntgenstrahlung[1]) der Energie der Elektronen proportional ist; ferner steigt die Ausbeute bei der Umsetzung der Elektronenenergie in Röntgenstrahlung im Gebiet zwischen einigen MeV und 100 MeV erheblich an, und der Röntgenstrahl wird immer stärker in Vorwärtsrichtung konzentriert (vgl. Ziffer 12). Immerhin hat man sich schon frühzeitig Gedanken darüber gemacht, wie die stabilisierenden Kräfte bei größeren Geräten erhöht werden können. Vorschläge zur Verwendung magnetischer Linsen von *Wideröe* [27] sind zwar nicht ausgeführt worden, solche Überlegungen haben aber letzten Endes zu den Geräten mit alternierendem Feld geführt, die in Kap. VIII ff. behandelt werden.

Zum Schluß der Betrachtungen über die Einschleusung der Elektronen sei auf ihren orientierenden Charakter hingewiesen; es kam dem Verfasser wesentlich darauf an, dem Leser ein qualitatives Verständnis für die dabei auftretenden Erscheinungen und Schwierigkeiten zu vermitteln.

10. Einige Bemerkungen zum Beschleunigungsvorgang

Wir wollen nun ein Elektron, das richtig gestartet wurde, auf seinem Wege zu großer Energie verfolgen. Bei jedem einzelnen Umlauf nehme seine Energie um 10 eV zu, was für ein kleines Betatron bei einer Frequenz $f = 50$ Hz etwa zutreffen wird. Die große Endenergie, die es erreicht, erklärt sich dadurch, daß es in der ihm zur Verfügung stehenden Zeit von etwa $^1/_{200}$ Sekunde ($^1/_4$ Periode) eine große Zahl von Umläufen ausführen kann

[1]) Die „Intensität" der Röntgenstrahlung zweier Betatrons ist nur dann quantitativ vergleichbar, wenn sie bei beiden Geräten in gleicher Weise gemessen wird, also mit der gleichen Ionisationskammer hinter dem gleichen Absorber und an der gleichen Stelle (Entfernung von der Antikathode und z. B. Strahlmitte); sie wird im allgemeinen in r/min bei 1 m Abstand in Strahlmitte hinter 2 mm Blei mit einer Fingerhutkammer gemessen.

wegen seiner großen Geschwindigkeit, die schon nach relativ wenigen Umläufen der Lichtgeschwindigkeit nahekommt, wie aus Abb. 17 hervorgeht. In einem mittleren Betatron von etwa 1 m Bahnumfang könnte das Elektron mit Lichtgeschwindigkeit in der Sekunde $3 \cdot 10^8$ Umläufe machen, in $^1/_{200}$ Sekunde also $1{,}5 \cdot 10^6$ Umläufe. Da es bei jedem Umlauf 10 eV Energie gewinnt, erreicht es eine Endenergie von $1{,}5 \cdot 10^7$ eV = 15 MeV.

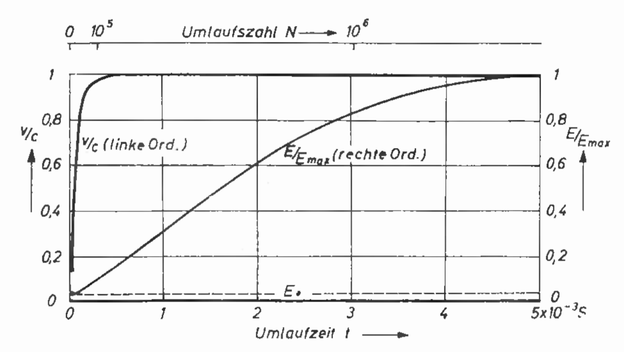


Abb. 17: Geschwindigkeit v bzw. Gesamtenergie E in Bruchteilen der Lichtgeschwindigkeit (linke Ordinate) bzw. der Endenergie (rechte Ordinate) als Funktion der Beschleunigungszeit bzw. der Umlaufszahl N (obere Abszisse)

[$f = 50$ Hz, $R_s = 0{,}14$ m, $B_{max} = 0{,}37$ Vs/m², Startenergie: 5 keV, $B = 0$ für $t = 0$]

Auf Grund der eben durchgeführten Überlegung ist auch leicht einzusehen, daß das Betatron sich nur für die Beschleunigung von *Elektronen* und nicht für die Beschleunigung schwerer Teilchen eignet, da schwere Teilchen bei gleicher Energie eine um Zehnerpotenzen kleinere Geschwindigkeit haben und deshalb in der zur Verfügung stehenden Zeit einfach nicht oft genug umlaufen können, ganz abgesehen von der notwendigen Vergrößerung des RB-Wertes und den damit verbundenen größeren Dimensionen des Geräts (vgl. Abb. 9 auf S. 18).

Wegen der schnellen Annäherung der Elektronengeschwindigkeit an die Lichtgeschwindigkeit wird die Amplitudenabnahme der Kerstschwingungen mit $\sqrt{RB}$ vor sich gehen – Integration von (31,II) in Ziffer 7 –, d. h. der Strahl wird während seiner Beschleunigung auf etwa $^1/_{10}$ bis $^1/_{30}$ seines ursprünglichen Durchmessers zusammengedrückt. Wenn also der stabilisierende Querschnitt von der Größenordnung $2 \cdot 3$ cm² ist, so wird der Strahlenquerschnitt am Schluß des Beschleunigungsvorgangs etwa einen bis einige Quadratmillimeter betragen. Dieser dünne Stromfaden liegt dann an der Stelle des Sollkreises; seine Momentanstromstärke ist von der Größenordnung einiger Ampere. Man hat deshalb auch schon untersucht, ob sich das Magnetfeld des umlaufenden Elektronenstroms beim Einschleusen der Elektronen störend bemerkbar macht.

Nach allem bisher Gesagten scheint es so, als wenn dem Bau von Elektronenbeschleunigern nach Art des Betatrons bis zu beliebig großen Energien nichts im Wege stände. Man hatte aber nicht bedacht, worauf zuerst *Iwanenko* und *Pomerantschuk* [12] hingewiesen haben, daß ein auf einer Kreisbahn umlaufendes Elektron dauernd Strahlung aussenden und dadurch Energie verlieren muß[1]) („Strahlungsdämpfung"). Wie eine genauere Betrachtung zeigt (vgl. Ziffer 22), nimmt diese Ausstrahlung mit einer hohen Potenz der Elektronenenergie zu, so daß man mit dem Betatron bei vernünftigen Dimensionen und Kosten bald an eine praktische Grenze kommt, wo der (relativ kleine) Energiegewinn je Umlauf durch den Strahlungsverlust je Umlauf gerade verbraucht wird und somit jede Beschleunigung aufhört; *Iwanenko* und *Pomerantschuk* [12] schätzten die dadurch bedingte Grenze auf etwa 500 MeV. Offenbar liegt sie aber noch etwas tiefer; denn bevor der *gesamte* Energiegewinn je Umlauf von der Strahlungsdämpfung restlos aufgezehrt wird, tritt bereits eine merkliche Zusammenziehung des Elektronenkreises auf, weil der „effektive" Energiegewinn je Umlauf mit dem zeitlichen Anstieg des magnetischen Führungsfeldes nicht mehr Schritt halten kann. Beim 100 MeV-Beatron (Kerst-GEC) verengt sich z. B. der Sollkreis gegen Ende des Beschleunigungsvorganges bereits um 6 mm im Durchmesser. Dieser Zusammenhang wirkt sich also schon bei *kleineren* Energien aus, so daß diesen Verhältnissen durch besondere Röhrenkonstruktion oder durch verlangsamten zeitlichen Anstieg des Magnetfeldes Rechnung getragen werden muß. Es ist anzunehmen, daß mit dem größten inzwischen in Betrieb genommenen Gerät von 300 MeV die praktische Grenze des Betatrons erreicht ist. Überlegungen zur Umgehung dieser Schwierigkeiten sind es nicht zuletzt gewesen, die verschiedene Forscher zur Entwicklung des Synchrotrons geführt haben, auf das weiter unten eingegangen wird. Der frühzeitige Hinweis der beiden russischen Theoretiker hat sich daher für die Entwicklung des Gesamtgebiets als außerordentlich fruchtbar erwiesen.

11. Die Beendigung des Beschleunigungsvorganges

Wenn sich das Magnetfeld in seinem zeitlichen Verlauf dem Scheitelwert nähert, muß irgendwie dafür gesorgt werden, daß der Umlauf der Elektronen in der Röhre unterbrochen wird, denn von diesem Zeitpunkt an kehren die zeitliche Änderung des induzierenden Flusses und damit die elektrische Wirbelfeldstärke ihre Richtung um, so daß die Elektronen bei abnehmendem Steuerfeld solange verzögert werden, bis sie nach Ablauf einer weiteren Viertelperiode wieder die Geschwindigkeit Null erreicht

[1]) Die Atomelektronen haben es bekanntlich verstanden, sich mit Hilfe „wellenmechanischer Beziehungen" um diese „klassische Beschleunigungs-Steuer" herumzudrücken!

haben. Die Unterbrechung des Beschleunigungsvorganges wird dadurch erreicht, daß man die umlaufenden Elektronen auf eine Antikathode auftreffen läßt oder, möglichst als gebündelten Strahl, aus der Ringröhre herausführt. Hierfür ist entweder eine Verlagerung des Sollkreises durch Zusatzfelder oder eine Änderung der Größe des Elektronenkreises durch „Verstimmung" der $^1/_2$-Bedingung zwischen induzierendem Feld und Steuerfeld notwendig, in der Praxis wird bisher hauptsächlich das zweite Verfahren verwendet. Im folgenden sei vorausgesetzt, daß die Antikathode *außerhalb* des Sollkreises steht bzw. der Elektronenstrahl die Röhre in der Mittelebene nach außen verläßt[1]).

Um den Kreisring der umlaufenden Elektronen zunächst zu *erweitern*, ist eine ganze Anzahl von Methoden angeben worden, die — wie eben erwähnt — alle auf eine Verstimmung der „$^1/_2$-Bedingung" hinauslaufen: Das Steuerfeld muß relativ zum induzierenden Feld geschwächt werden. Die zuerst verwendete Methode ist die der Sättigung der Steuerpole, die so dimensioniert werden, daß von einem bestimmten B-Wert an in wachsendem Maße Induktionslinien nicht mehr durch die Steuerpole laufen, sondern zum noch nicht gesättigten Kern hinüberwandern. Diese Methode ist an sich einfach, d. h. sie bedarf keiner sonstigen Schaltelemente; sie hat aber den Nachteil, daß der Zeitpunkt, in dem die Unterbrechung der Beschleunigung erfolgt (Phasenwinkel des Magnetfeldes), von vornherein festliegt, weil er durch die Dimensionierung der Steuerpolschuhe vorgegeben ist.

Heute benutzt man ganz allgemein Hilfsspulen, die entweder um den Kern oder um den Steuerpol herumgelegt oder auch an der Stelle des Sollkreises in den Steuerpol eingelegt werden können (auch als „Expansionsspulen" bezeichnet). Wird aber in die Hilfsspule in einem beliebig vorgegebenen Augenblick in geeigneter Richtung ein Stromstoß gegeben, z. B. ein Kondensator über die Spule entladen, so entsteht in dem von der Spule umfaßten Bereich ein zusätzliches oder gegensätzliches Feld, das zu einer starken Abschwächung des Steuerfeldes relativ zum induzierenden Feld führt, womit dann eine Erweiterung des Sollkreises verbunden ist. Da man die Entladung über diese Hilfsspule bei jedem beliebigen Phasenwinkel des Magnetfeldes einleiten kann, läßt sich so der Beschleunigungsvorgang jederzeit unterbrechen, womit eine Möglichkeit der Regelung der Strahlenenergie zwischen Null und dem Maximalwert des Geräts gegeben ist.

Der Vollständigkeit wegen seien aber noch einige andere Möglichkeiten erwähnt. Man kann z. B. die Lage des Sollkreises in der Mittelebene nach einer Seite verschieben, ohne seine Größe zu ändern und ihn damit an einer

---

[1]) Diese Voraussetzung wird nur aus Gründen der einfacheren Darstellung gemacht, alle Überlegungen lassen sich leicht auf eine *innerhalb* des Sollkreises gelegene Antikathode usw. übertragen.

Stelle dem Grenzkreis genügend nähern, so daß die Elektronen diesen überschreiten und das Betatronfeld verlassen können. Dazu verstärkt man eine Hälfte des Steuerfeldes mit einem Zusatzfeld und schwächt die andere mit einem entgegengerichteten Feld. Man kann aber auch den Elektronenring durch ein radiales Zusatzfeld an irgendeiner lokal begrenzten Stelle ausbuchten; in diesem Fall wird also die „$^1/_2$-Bedingung" nicht über den gesamten Kreis, sondern nur für ein relativ kleines Stück der Kreisbahn verstimmt.

Wir wollen zuerst kurz betrachten, was mit dem Elektronenkreis geschieht, wenn die Hilfsspule in Tätigkeit tritt. Das Führungsfeld wird relativ geschwächt, der Elektronenkreis dehnt sich aus. Dabei bleibt er „stabil", solange die Elektronen noch innerhalb des äußeren Grenzkreises umlaufen; „stabil" insofern, als bei einem evtl. „Einfrieren" des Zusatzfeldes die Elektronen auf dem erweiterten Kreis zunächst weiter umlaufen, ohne daß sich der Radius dieses Kreises verändern würde. Unter den durch die Zusatzspule veränderten Feldbedingungen bleibt der erweiterte Elektronenkreis ein „Sollkreis". Erst wenn die Elektronen den Grenzkreis überschritten haben, sei es auch nur um Bruchteile von Millimetern, tritt eine völlig neue Erscheinung auf: Die Kreisbahn erweitert sich von selbst und kann nicht mehr stabilisiert werden. Die Elektronen durchlaufen eine ständig sich erweiternde Spiralbahn, bis sie endgültig das Magnetfeld des Betatrons verlassen. Bemerkenswert ist der zeitliche und räumliche Ablauf dieses Vorganges. Nach z. B. 50 Umläufen, vom Zeitpunkt der Überschreitung des Grenzkreises an gerechnet, hat sich die Spiralbahn erst um 0,1 mm erweitert, nach *drei* weiteren Umläufen um 0,5 mm, nach *einem* weiteren Umlauf um 5 mm, und Bruchteile eines Umlaufs später fliegen die Elektronen geradlinig weg, wie die Funken von einer Schleifscheibe. Die Schnelligkeit, mit der dies vor sich geht, hat dazu geführt, von einer „Explosion" bzw. einem „Sprengen" des Elektronenkreises zu sprechen.

12. Die Erzeugung von Röntgenstrahlen

Die „Explosion" des Elektronenkreises ist natürlich in der Praxis ganz unerwünscht. Man wird deshalb zur *Erzeugung von Röntgenstrahlen* eine Antikathode schon merklich *inner*halb des Grenzkreises aufstellen, um möglichst alle Elektronen auf die Antikathode auftreffen zu lassen, abgesehen davon, daß man auch gegen Ende des Beschleunigungsvorganges immer noch mit radialen Schwingungen von für diese Betrachtungen erheblicher Größe rechnen muß. (Eine ziemlich weit innen gelegene Antikathode, die allerdings nur aus einem einige zehntel Millimeter breiten Blechstreifen zu bestehen braucht, beeinflußt erstaunlicherweise die Intensität des Betatrons nur in geringem Maße.)

Als Antikathodenmaterial verwendet man möglichst schwere Metalle wie Platin oder Wolfram, bei einer Ausdehnung von weniger als 1 mm in radialer, 5 mm in axialer und von einigen zehntel Millimetern in der Strahlrichtung. Wählt man die Dicke der Antikathode in Strahlrichtung zu klein, so wird ein größerer Teil der Elektronen die Antikathode durchdringen und für die Röntgenstrahlerzeugung verlorengehen (Verengung der Bahn infolge Energieverlust); ist sie aber zu dick, so werden zwar alle Elektronen absorbiert, aber der Strahlenkegel der entsprechenden Röntgenstrahlung ist stark verbreitert, und der Schwerpunkt der Energieverteilung der Röntgenstrahlen rückt nach kleineren Energien.

Bei der nun folgenden kurzen Besprechung der *Eigenschaften der entstehenden Röntgenstrahlung* werden die Vorgänge nicht mitbehandelt, die bei der Wechselwirkung dieser Strahlen mit Materie auftreten (vgl. hierzu Abschnitt XIV). Die Umsetzung der Elektronenenergie in Röntgenstrahlung geht bei großen Energien mit besonders gutem Wirkungsgrad vor sich: Im Gegensatz zum üblichen Röntgengebiet wird bei großen Elektronenenergien nur ein kleiner Bruchteil der Energie in Wärme umgesetzt; eine besondere Kühlung der Antikathode ist also im Zusammenhang mit den wesentlich kleineren Stromstärken im Betatron nicht nötig, obgleich die Auftreffstelle der Elektronen auf eine äußerst kleine Fläche beschränkt ist. Tabelle 3 gibt die in Strahlung umgesetzten Energien in Prozenten der auftreffenden Elektronenenergien wieder.

Tabelle 3: *Wirkungsgrad der Röntgenstrahlenerzeugung als Funktion der Elektronenenergie (Antikathode aus Wolfram)*

Elektronenenergie	0,1	1	10	100	MeV
$\frac{\text{Röntgenstrahlenenergie}}{\text{absorb. Elektronenenergie}}$	0,06	7	41	93	%

Das kontinuierliche Spektrum der Röntgenstrahlung (Bremsspektrum) ist bis zu großen Energien hin theoretisch und im großen ganzen auch experimentell untersucht. Abb. 18a zeigt das kontinuierliche Röntgenspektrum bei einer Energie der einfallenden Elektronen von 322 MeV, Abb. 18b gibt 2 Meßreihen in der Nähe der maximalen Photonenenergie wieder (Elektronenenergie 60 MeV), bei denen verschieden dicke Antikathoden verwendet wurden. Die theoretischen Erwartungen stimmen mit dem experimentellen Befund befriedigend überein. Den Einfluß der Kathodendicke auf die Energieverteilung hat *Kulenkampff* [18] nach theoretischen Überlegungen von *Bethe* und *Heitler* [5] numerisch genau untersucht.

Die entstehende Röntgenstrahlung ist im Gegensatz zum üblichen Röntgengebiet in der Vorwärtsrichtung stark gebündelt, und zwar um so stärker, je größer die Elektronenenergie ist. Nach *Heitler* [11] ist im ER-Gebiet der

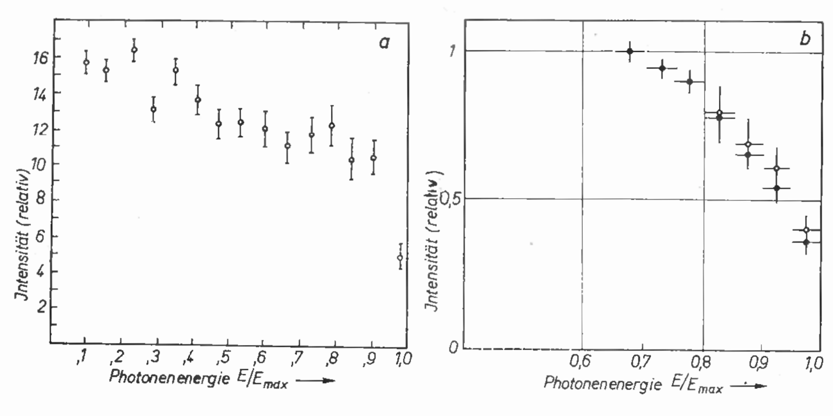


Abb. 18: Diff. Energieverteilung des Bremsspektrums
a) E_{max} = 322 MeV (nach *Powell* u. a. [82]) (Dicke der Pt-Antikathode 0,5 mm)
b) E_{max} = 60 MeV; (nach *Curtis* [21]) (Dicke der W-Antikathode) 0,13 mm: o; 0,38 mm: •

halbe lineare Öffnungswinkel $\Theta_{1/2}$ des Röntgenstrahlkegels umgekehrt proportional der Energie und von der Größenordnung E_0/E (bei sehr dünner Antikathode); in dem Raumwinkel $\Omega = (2\,\Theta_{1/2})^2$ soll dabei die Häfte der Strahlenintensität enthalten sein. So ergeben sich die in Tabelle 4 zusammengestellten Öffnungswinkel des Strahlenkegels für verschiedene Energien. In dickeren Antikathoden werden die Elektronen merklich gestreut, womit

Tabelle 4: *Öffnungswinkel $\Theta_{1/2}$ des Röntgenstrahls bei verschiedenen Elektronenenergien E für unendlich dünne Antikathode*

E	5	20	50	100	300	MeV
$\Theta_{1/2}$	12	3	1,2	0,6	0,2	Grad

eine erhebliche Verbreiterung des Röntgenstrahls verbunden ist, die mit der Dicke der Antikathode wächst. Es könnte außerdem bei dickeren Antikathoden auch eine gewisse Abhängigkeit zwischen Röntgenstrahlrichtung und Energieverteilung in dem Sinne bestehen, daß in der Vorwärtsrichtung relativ mehr energiereiche Strahlung vorhanden ist als unter größeren Winkeln.

13. Die Herausführung der Elektronen

Um die Herausführung der Elektronen als Elektronenstrahl aus dem Betatron für medizinische Anwendungen hat sich *Gund* besonders verdient gemacht. Die Herausführung bereitet gewisse Schwierigkeiten, es gibt aber

heute schon verschiedene Methoden, mit denen dieses Problem zufriedenstellend gelöst wurde. *Kerst* und Mitarbeiter [3] verwenden einen magnetischen „Shunt", der das Steuerfeld in einem kleinen Bereich stark schwächt. Elektronen, die bei der Expansion der Kreisbahn in diesen „feldfreien" Kanal gelangen, können das Steuerfeld nahezu geradlinig verlassen. Nach dieser Methode sollen etwa 60 bis 70 % der beschleunigten Elektronen als gut gebündelter Strahl aus dem Betatron herausgeholt werden können. Man kann auch ohne Anwendung von ferromagnetischen Materialien mit einer Zusatzspule arbeiten, die nach Beginn der Expansion des Kreises mit Strom beschickt wird. Dies hat den Vorteil, daß während des Einbringens der Elektronen und während ihrer Beschleunigung keine Störung der Elektronenbahn erfolgt.

Gund [8, 10] verwendet eine dünne Streufolie in Kombination mit einer elektrostatischen Ablenkung. In der Folie erleiden die umlaufenden Elektronen eine Streuung um kleine Winkel nach außen und innen; die dabei etwas

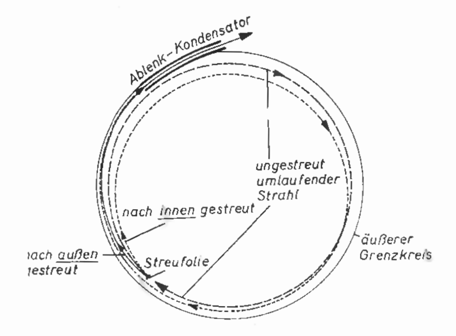


Abb. 19: Prinzip des Verfahrens von *Gund* zur Herausführung der Elektronen aus dem Betatron. (Die zweckmäßigste Lage der Streufolie gegenüber dem Ablenkkondensator hängt u. a. von dem Feldindex n ab)

nach außen abgelenkten Elektronen treten etwas später in einen Ablenkkondensator ein, durch den sie dem Magnetfeld endgültig entzogen werden, die nach innen gestreuten Elektronen machen dasselbe nach nochmaligem Durchlaufen der gesamten Kreisbahn (Abb. 19). *Gund* gelang es nach diesem Verfahren, bis zu 90 % der umlaufenden Elektronen in einem engen Bündel von nur etwa 5° Öffnungswinkel aus dem Betatron herauszuführen. Eine dritte Methode geht auf *Wideröe* [25] zurück, der an einer bestimmten Stelle des Elektronenkreises den Elektronen durch ein zusätzliches Magnetfeld einen radialen Impuls erteilt, wobei eine mit jedem Umlauf sich verstärkende Deformation der Bahnkurve entsteht, die schließlich zum endgültigen Verlassen der Kreisbahn und zum Elektronenaustritt an dieser Stelle führt.

Die große Energie befähigt an sich die herausgeführten Elektronen, die Glaswand des Beschleunigungsrohres zu durchdringen. Dabei wird aber die ursprünglich sehr einheitliche Energie der Elektronen — z. B. bei einem

20 MeV-Betatron ± 50 keV Energieunschärfe — leider stark inhomogen, besonders da die Elektronen die Röhrenwand unter einem flachen Winkel durchsetzen. Man wird deshalb an der Stelle, wo der Elektronenaustritt aus der Röhre erfolgt, eine Ausbuchtung der Röhrenwand anbringen, durch die der Strahl möglichst senkrecht hindurchtritt, oder eine dünne Folie als Elektronenaustrittsfenster. Der direkte Anbau eines evakuierten Raumes an die Ringröhre stößt aus Vakuumgründen auf Schwierigkeiten. Es bleibt daher nur übrig, außerhalb des Betatrons einen neuen Homogenisierungsmagneten zu verwenden, wenn man bei wissenschaftlichen Arbeiten mit Elektronenstrahlen *einheitlicher* Energie experimentieren will. Bei der Strahlentherapie spielt die Frage einheitlicher Energie noch eine gewisse Rolle, bei technischen Anwendungen kaum.

14. Einige technische Einzelheiten; Zusammenstellung der Daten verschiedener Betatrons

Schaltungen. Um die Belastung des Netzes durch den großen Blindstrom zu vermeiden, ist es üblich, aus Betatronmagnet und Kondensatorenbatterie einen Schwingungskreis zu schalten, der in Strom- oder Spannungsresonanz gespeist werden kann. In diesem Schwingungskreis muß die Kapazität in einem bestimmten Bereich einstellbar sein, um den Strom in der Zuleitung zu einem Minimum zu machen. Abb. 20 gibt das Prinzip der Schaltung für den Fall der Stromresonanz wieder (die gewisse technische Vorteile bietet).

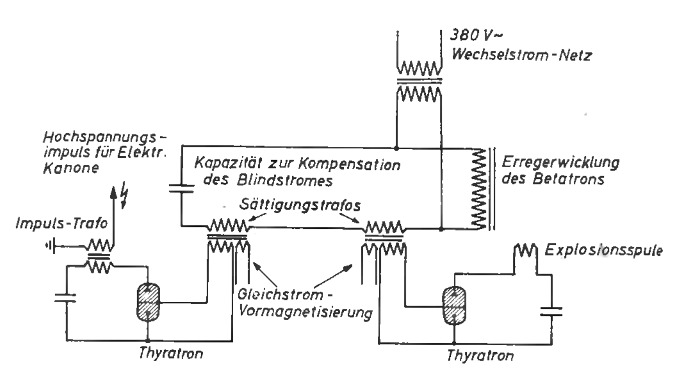


Abb. 20: Schaltskizze zum Betatron (Erregerkreis, „Explosionsspule“, Hochspannungs-Impuls für Elektronenkanone)

In den Erregerkreis sind ferner zwei kleine Sättigungstrafos eingeschaltet, deren Kerne mit Hilfe je eines Gleichstromkreises in der einen oder anderen Richtung vormagnetisiert werden können. Bei geeignetem Kernmaterial (möglichst rechteckige Magnetisierungskurve, z. B. *Permalloy*) entsteht bei jedem Richtungswechsel des Flusses an den Enden der Sekundärwicklung

eine scharfe Spannungsspitze, die sich durch die Vormagnetisierung gegenüber dem Richtungswechsel des Flusses zeitlich verschieben läßt. Der eine Sättigungstrafo wird benutzt, um ein Thyratron zu zünden (wenn nötig ein Ignitron) und dadurch einen Kondensator über eine Stromspule zu entladen, wodurch der Beschleunigungsvorgang beendet wird (vgl. Ziffer 11). Der andere Trafo dient dazu, eine Beschleunigungsspannung kurzzeitig an die Glühkathode der Elektronenkanone zu legen; durch geeignete Wahl der Widerstände und Kapazitäten in diesem Kreis kann noch ein bestimmter zeitlicher Verlauf der Spannungsspitze an der Elektronenkanone erreicht werden (in Abb. 20 nicht eingetragen).

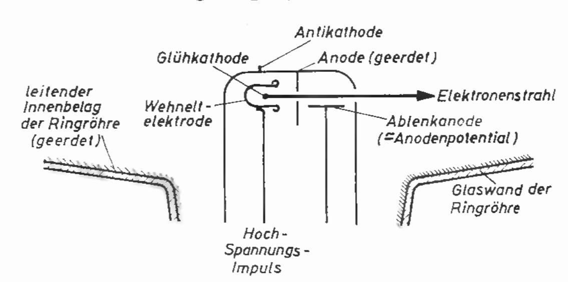


Abb. 21: Skizze der Elektronenkanone eines Betatrons (Schnitt durch die Mittelebene, schematisch)

Die Elektronenkanone des Betatrons (Abb. 21) besteht aus einer Kathode (senkrecht zur Zeichenebene), einem Konzentrationszylinder (*Wehnelt*-Elektrode) und der Anode, die auf engstem Raum angeordnet sind. Wesentlich ist, daß die Kathode durch das Anodenblech gegen das Innere der Röhre abgeschirmt ist; dabei kann das Anodenblech aus zwei Teilen mit getrennten Ausführungen bestehen, um zur azimutalen Strahlablenkung beide Teile auf etwas verschiedenes Potential legen zu können. Als Elektronenquelle wird eine Wolfram-Wendel benutzt oder auch eine indirekt geheizte Kathode, die besonders beim Impulsbetrieb große Momentanstromstärken abgeben kann. Da die Lebensdauer abgeschmolzener Röhren wesentlich durch die Kathode bestimmt wird, verwendet man neuerdings „Vorratskathoden" mit Oxydreserve. Die Antikathode zur Erzeugung der Röntgenstrahlen kann auf oder an der Elektronenkanone angebracht sein oder gesondert davon an einer anderen Stelle der Röhre.

Die *Ringröhre* wird aus Glas oder Porzellan hergestellt; bei kleineren Betatrons besteht sie aus einem Stück (abgeschmolzen); größere Ringröhren werden aus Sektoren zusammengekittet und an der Pumpe betrieben. Die Innenseite der Röhre besitzt einen leitenden Belag, um Wandaufladungen zu vermeiden, z. B. aus Ag, Nesa oder Graphit. Dieser Belag muß einen bestimmten Widerstand haben (über den Halbkreis gemessen von der Größenordnung 100 Ω), nämlich einen nicht zu großen Widerstand, um

Aufladungen zu vermeiden, aber auch einen nicht zu kleinen, um die in der Schicht entstehenden Wirbelströme zu begrenzen. Der Belag darf unter dem Einfluß des Elektronenaufpralls nicht zur „Inselbildung“ neigen. Abgegeschmolzene Röhren werden zur Aufrechterhaltung guten Vakuums mit einem Getter versehen. Die Vakuumanforderungen an diese Ringröhre sind ziemlich groß wegen der langen Wege, die die Elektronen während ihrer Beschleunigung zurücklegen (Größenordnung 10^6 Umläufe).

Zusatzfelder. Die Strahlintensität eines Betatrons läßt sich durch verhältnismäßig schwache Zusatzfelder während der Zeit der Einschleusung wesentlich verbessern. Es werden im ganzen drei Verfahren benutzt, die letzten Endes alle darauf hinauslaufen, den eingeschossenen Elektronenstrahl auf seinen ersten Umläufen baldmöglichst aus der Nähe der Elektronenkanone zu entfernen. *Kerst* [15] erreicht dies dadurch, daß er das Führungsfeld außerhalb des Sollkreises verstärkt, innerhalb des Sollkreises schwächt, also die radialen Stabilisierungskräfte während des Einbringens der Elektronen vergrößert. *Gund* [9] schwächt während der Einbringzeit das Führungsfeld relativ zum Induktionsfluß im Kern (Elektronenkanone innerhalb des Sollkreises), *Wideröe* [26] verstärkt kurzzeitig das Führungsfeld (mit Kanone außerhalb des Sollkreises). Bemerkenswert ist, daß für diese Zusatzfelder nur einige Windungen notwendig sind, die im Augenblick des Einschießens durch eine Kondensatorentladung mit Strom beschickt werden, da das Führungsfeld zu dieser Zeit noch ziemlich schwach ist. Das Verfahren von *Kerst* soll sich besonders bei Geräten bewährt haben, bei denen infolge magnetischer Störungen (vgl. den nächsten Absatz) zunächst nur geringe Strahlausbeute zu verzeichnen war.

Störungen des Magnetfeldes. Bereits kleine Störungen des magnetischen Führungsfeldes können die Strahlausbeute eines Betatrons erheblich herabsetzen. Besonders während der Zeit des Einbringens der Elektronen machen sich solche Störungen relativ stark bemerkbar. Sämtliche Eisenteile des Betatrons sind ja wie bei einem Transformator aus Eisenblechen zusammengesetzt, die sorgfältig voneinander isoliert sein müssen, damit nicht lokale Wirbelströme auftreten, die azimutale Feldabweichungen verursachen. Weitere Fehler können durch ungleichen Abstand der zu Paketen zusammengefaßten Bleche der Steuerpole hervorgerufen werden oder durch schiefe Lage der Steuerpolschuhe gegeneinander, was eine genaue Montage der Einzelteile notwendig macht. Durch ungleichmäßige Eisenverluste in den Polen und Jochen können ferner kleine Phasenunterschiede der Steuerflüsse auftreten; diese lassen sich u. a. durch Wicklungen um die Joche ausgleichen, die mit Strom gespeist werden, der gegen den Erregerstrom um 90° phasenverschoben ist.

Vormagnetisierung. Bisher wurde bei allen Betrachtungen stillschweigend vorausgesetzt, daß die Beschleunigungszeit eine Viertelperiode beträgt (vgl.

Abb. 11). Diese begrenzte Betriebszeit ist dadurch bedingt, daß während dieser Zeit das induzierende Feld sich gleichsinnig ändern und das Führungsfeld vom Wert 0 auf seinen Maximalwert ansteigen muß. Beide Bedingungen sind in der gewöhnlichen Ausführungsform nur für eine Viertelperiode erfüllt (Abb. 22a). Man kann aber durch eine Gleichstrom-Vormagnetisierung des Führungsfeldes erreichen, daß ein längerer Zeitraum als eine Viertelperiode für eine Beschleunigung ausgenutzt wird: Das Führungsfeld zwischen den Steuerpolschuhen wird soweit angehoben, daß sein tiefster Wert gerade ein verschwindendes Steuerpolfeld ergibt (Abb. 22b). Die dafür notwendige Wicklung muß allerdings zwischen dem

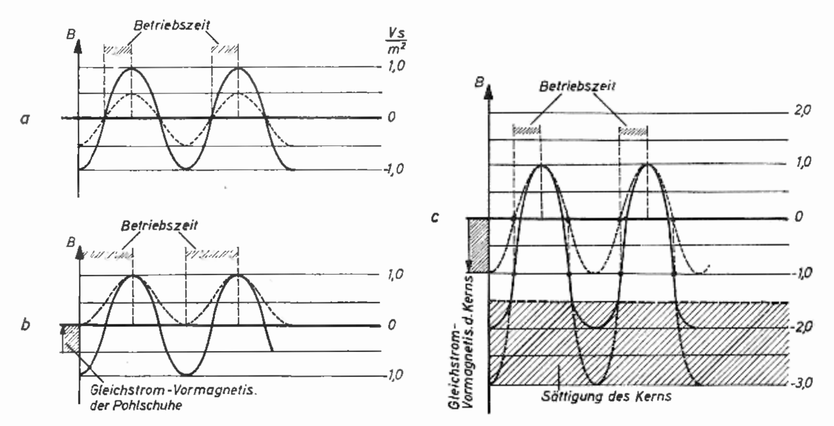


Abb. 22: Zeitlicher Verlauf des induzierenden Feldes B_i (——) und des Führungsfeldes B_s (- - -)
a) ohne Vormagnetisierung (üblicher Betrieb),
b) mit Gleichstrom-Vormagnetisierung der Führungs-Polschuhe,
c) mit Gleichstrom-Vormagnetisierung des induzierenden Kerns.

Kern und den Steuerpolschuhen angebracht werden; das Verfahren lohnt sich daher nur bei größeren Betatrons (etwa ab 50 MeV), bei denen mit der Aussparung dieses Platzes keine wesentliche Vergrößerung aller Dimensionen verbunden ist. Mit dieser Art der Vormagnetisierung kann die Endenergie der Elektronen auf annähernd den doppelten Wert bei einigermaßen gleichen Abmessungen gebracht werden (*Wideröe* [26]. Das Verfahren wurde bereits mit Erfolg angewandt (*Westendorp* [23]).

Eine andere Form der Gleichstrom-Vormagnetisierung wurde von *Kerst* beim Bau des bisher größten Betatrons für 300 MeV benutzt (Abb. 22c) [14]: Durch eine Gleichstrom-Vormagnetisierung des Kerns wird die maximale Induktion im Kern auf den Maximalwert des Steuerpolflusses heruntergedrückt. Hierdurch scheint sich zunächst nichts Wesentliches geändert zu haben, die Betriebszeit ist wieder eine Viertelperiode wie im Fall a. Man kann nun aber die *gesamte* Erregung und damit auch das Führungsfeld

auf den doppelten Wert erhöhen. Beim gewöhnlichen Fall war die natürliche Größe des Führungsfeldes dadurch gegeben, daß die Induktion im Kern nicht in das Gebiet der Eisensättigung kommen durfte. Dies ist im vorliegenden Fall für die positive Halbwelle vermieden; allerdings kann man mit der Erregung nicht in die negative Halbwelle hineingehen, weil dabei die Induktion im Kern weit über das Gebiet der Eisensättigung kommen würde. Tatsächlich wird das 300 MeV-Betatron nur in der *positiven* Halbwelle mittels gleichgerichteter Stromimpulse betrieben bei einer Maximalinduktion des Führungsfeldes von etwa 0,8 Vs/m². Man vergleiche hierzu die Abmessungen des 300 MeV-Gerätes in der Zusammenstellung der Betatrondaten in Tab. 5.

Gegenerregung des Kerns. Die großen Luftspalte im magnetischen Kreis des Betatrons speichern eine erhebliche magnetische Feldenergie auf und erfordern eine große Magnetisierungsleistung; beispielsweise beträgt diese beim 30 MeV-Betatron (Zürich) etwa 1000kVA gegenüber einem Gesamtverlust im Magneten und in der Kondensatorenbatterie von nur etwa 10 bis 20 kW. Diese große Magnetisierungsleistung läßt sich auf etwa die Hälfte herabsetzen, wenn man den Luftspalt im Kern des Magneten dadurch beseitigt, daß man eine mit Wechselstrom betriebene Spule um den Kern herum anbringt, die den Kernfluß auf den nach der $1/2$-Bedingung notwendigen Wert herabdrückt („Gegenerregung"). Bei richtiger Wahl der Windungszahl kann diese Spule zu den üblichen Stromspulen parallel geschaltet werden; sie kann übrigens gleichzeitig auch zur Gleichstrom-Vormagnetisierung ausgenutzt werden. Auch die Gegenerregung wird wegen des Platzbedarfs für die Wicklung zwischen Kern und Steuerpolschuhen nur bei größeren Betatrons in Frage kommen.

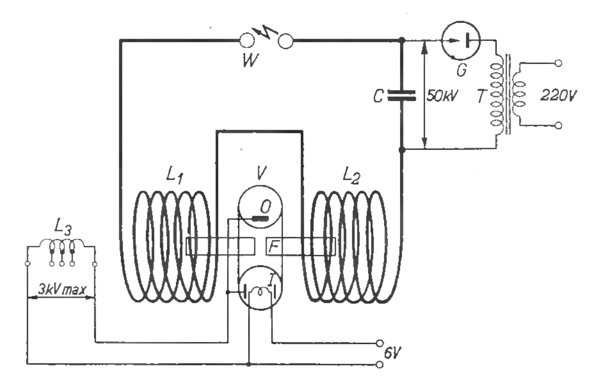


Abb. 23: „Eisenloses" Betatron (nach *Bierman* und *Oele* [61]). Prinzipskizze mit Schaltelementen. Zur Erläuterung: Kondensatorbatterie C wird durch Hochsp.-Trafo T und Gleichrichter G auf 50 kV aufgeladen. Wenn Funkenstrecke W durchschlägt, entlädt sich C über die Erregerspulen L_1 und L_2. Kleiner Eisenkern F mit Luftspalt. Beschleunigungs-Ringröhre V mit Elektronenkanone I und Antikathode O. Die Einschußspannung liefert L_3.

„Eisenloses" Betatron. Bei Philips (Eindhoven) wurde ein Betatron gebaut, das nur einen *kleinen* Eisenkern in zwei großen Luftspulen enthält, um das notwendige induzierende Feld innerhalb des Sollkreises zu sichern, das aber für die Steuerpolschuhe kein Eisen verwendet, sondern das Feld der Luftspulen. Diese werden in geeignetem Abstand so aufgestellt, daß sich der notwendige Feldabfall mit dem Radius auch ohne Polschuhe aus Eisen ergibt (Abb. 23). In dem Kreis, bestehend aus Stromspulen, Kondensator und Funkenstrecke, wird eine hochfrequente gedämpfte Schwingung erregt, die für die Dauer einiger Perioden den Betatronbetrieb ermöglicht. Während dieser Betriebszeit gibt das Gerät eine Strahlleistung von gleicher Größenordnung ab wie die sonstigen Betatrons; es kann jedoch nicht im Dauerbetrieb benutzt werden, da sich dann die hochbelasteten Spulen zu stark erwärmen würden. Die Beendigung des Beschleunigungsvorganges wird durch die Eisensättigung bewirkt.

„Zweistrahl"-Betatron. Die bisher beschriebenen Betatrons wurden während einer Periode des Magnetfeldes nur in der 1. Viertelperiode (pos. Halbwelle) betrieben, vgl. z. B. Abb. 22a. Man kann aber auch zum Beginn der negativen Halbwelle Elektronen in entgegengesetzter Richtung in die Ringröhre einschießen und beschleunigen. Man braucht dazu entweder eine Elektronenkanone, die symmetrisch nach beiden Seiten Elektronen einschießt, oder zwei getrennte Elektronenkanonen, die in entgegengesetzten Richtungen einschießen, wie in Abb. 24a schematisch dargestellt. Die Elektronen treffen dabei nacheinander von verschiedenen Richtungen her auf die gleiche Antikathode auf. Abb. 24b zeigt den Rhythmus, in dem das Gerät arbeitet. Man kann dabei die Schaltung der einen Kathode völlig unabhängig von der anderen aufbauen, so daß nach Belieben Röntgenstrahlen in der einen oder anderen oder in beiden Richtungen abgegeben werden. Dieses Gerät hat den Vorteil, daß es unabhängig voneinander gleichzeitig z. B. zu Therapiezwecken und zu wissenschaftlichen Untersuchungen Verwendung finden kann.

Eine andere, besonders für die Werkstoffprüfung wichtige Möglichkeit des Zweistrahlbetatrons besteht darin, daß man jeder der in Abb. 24 gezeigten Elektronenkanonen eine besondere Antikathode zuordnet, die im Ringrohr so angeordnet sind, daß die entstehenden Röntgenstrahlen nach der gleichen Seite gehen, aber einen kleinen Winkel miteinander bilden. Dadurch werden „Stereo"-Aufnahmen von Werkstücken ermöglicht, die außer der einfachen Feststellung eines Fehlers auch seine Lokalisierung bezüglich der Tiefe im Werkstück zulassen. Man muß allerdings dafür sorgen, daß der in der einen Richtung umlaufende Elektronenstrahl nur die ihm zugeordnete Antikathode trifft, der in der anderen Richtung umlaufende nur die andere. Dies wird dadurch erreicht, daß die Antikathoden etwas oberhalb bzw. unterhalb der Mittelebene aufgestellt werden und daß die Ebenen der Elektronen-

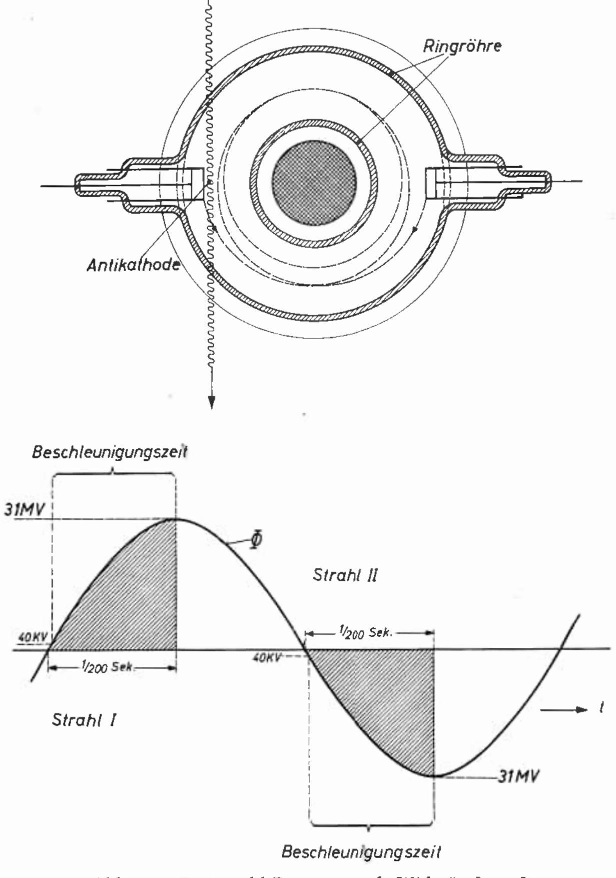


Abb. 24: Zweistrahl-Betatron nach *Wideröe* [4, 29]:
a) Wirkungsweise (oben)
b) Rhythmus (unten)

kreise gegen Ende des Beschleunigungsvorganges durch zusätzliche horizontale magnetische Hilfsfelder etwas gehoben bzw. gesenkt werden.

Daten verschiedener Betatrons. In Tabelle 5 sind abschließend verschiedene Größen einer ganzen Anzahl von bisher gebauten Betatrons zusammengestellt, um einen Vergleich der Konstruktions- und Betriebsdaten zu ermöglichen.

Tabelle 5: *Daten verschiedener Betatrons*

Lfd Nr.	Kenngrößen		Einheit	*Kerst* 1940	*Kerst* 1942	*Gund* 1944	*Gund* 1952	*Wideröe* 1950	*Wideröe* 1959 (Asklepitron)	*GEC* 1950	*Kerst* 1952	*Bierman u. Oele* 1949
1	Sollkreisradius	R_S	cm	7,5	19	8,3	10,5→9,5	24,5	24,5	84	123,5	8
2	Außenmaße, Joch		cm		90×135	46×64 ×20	50×74 ×24	70×122	70×122	270×450	7×4× 1,9	
3	Feldindex (Exponent des Feldabfalls)	n	—	0,67	0,75	0,5	0,3(<R_s) 0,7(>R_s)	0,48	0,48	0,75	0,25 →0,6	0,5
4	ausnutzbarer („stabiler") Röhrenquerschnitt		cm²	7	25	10	24,5	4×2,5	4×2,5	120	107	
5	Gesamtgewicht		t	0,15	3,5	0,26	0,39	4,0	4,0	117	350	0,05
6	Scheinleistung		kVA		1750	350	180	1000	1430	24000	180000	~250 (zeitl. Mittel)
7	Frequenz	f	Hz	600	180	550	50	50	50	60	60	2500
8	Gesamtverluste		kW		26	4	4	8[1]	12[4]	200	170	(einige kW zeitl. Mittel)
9	max. Induktion am Sollkreis	$B_{S\max}$	$\frac{Vs}{m^2}$		0,36	0,26	0,56	0,42	0,50	0,40	0,925	0,4
10	mittl. Energiegewinn pro Umlauf		eV	25	56	25	6,6	31[2]	37[5]	400	3000	150
11	Umlaufszahl	N	in 10^5	1	3,6	2,6	23,5	10	10	2,5	1,4	0,6
12	Startenergie	$e\,U_0$	keV	0,6	20	4	45	50—60	50—60	50	100	3
13	Intensität der Röntgenstr. 1 m Abstand, Strahlmitte		r/min	10^{-3}	16	0,3	10	300—350[3]	400—500[3]	2600	15000	
14	Endenergie	E	MeV	2,3	20	6	15,5	31	37[6]	100	340	9

[1]) Hierzu kommen noch 4 kW Kondensatorenverluste hinzu.
[2]) Am Anfang der Beschleunigungsperiode 48,5 V.
[3]) Gemessen unter 3 mm Blei.
[4]) Zuzüglich etwa 6 kW Kondensatorenverluste.
[5]) Am Anfang der Beschleunigungsperiode 58 V.
[6]) Maximalenergie der ausgeführten Elektronen etwa 35 MeV.

Kapitel III

Das Elektronen-Synchrotron (Phasen-Fokussierung)

15. Grundsätzlicher Aufbau

Mit dem Namen Synchrotron wird ein Beschleuniger bezeichnet, bei dem die Teilchen in einem wie beim Betatron mit dem Radius abfallenden und zeitlich anwachsenden Magnetfeld (Führungsfeld) auf einem vorgegebenen Kreis in einer Ringröhre umlaufen, dabei aber nicht mehr durch Induktion beschleunigt werden, sondern durch hochfrequente Wechselspannung zwischen zwei oder mehreren Elektroden. Das Synchrotron-Prinzip wurde nahezu gleichzeitig und jedenfalls unabhängig voneinander angegeben von *Veksler* [44], *McMillan* [40], *Wideröe* [45].

Im Zusammenhang mit den Schwierigkeiten des Betatronprinzips bei sehr hohen Energien infolge der Strahlungsdämpfung wurde bereits in Ziffer 2 auf das Elektronen-Synchrotron hingewiesen. Die Eigenschaften dieses Beschleunigers sollen nun genauer betrachtet werden[1].

Da das magnetische Führungsfeld nur in der Umgebung des Kreises vorhanden sein muß, auf dem die Elektronen umlaufen sollen, brauchen wir ein ringförmiges Führungsfeld zwischen zwei Polschuhen, mit ganz analogen Eigenschaften wie beim Betatron (Betatronfeld). Wir benötigen aber *nicht* den induzierenden Kern des Betatrons, da der Energiegewinn der Teilchen hier beim Durchlaufen der Spannungsdifferenz zwischen zwei Elektroden erfolgt, die an einer Wechselspannung geeignet hoher Frequenz liegen. In Abb. 7 war bereits die Kreisbahn des Elektrons eingezeichnet („Synchronkreis", Radius r_s), ferner das stabilisierende Gebiet des Führungsfeldes als schraffierte Fläche und schließlich (gestrichelt) zwei Beschleunigungselektroden, die des einfacheren Verständnisses wegen als zum Kreis r_s konzentrische Halbring-Röhren angedeutet sind; an diesen beiden Elektroden liegt die beschleunigende Wechselspannung. Abb. 25 (oben) zeigt die eben beschriebene Röhre und ihre Einbettung in das magnetische Führungsfeld zwischen den beiden schraffierten Polschuhen im Aufriß (Schnitt durch Symmetrieachse), in Abb. 25 (rechts) ist der ungefähre Feldverlauf im Synchrotron als Funktion des Radius wiedergegeben.

Bei *vorgegebener fester Frequenz* $\omega_{\sim}/2\pi$ der hochfrequenten Wechselspannung läßt sich eine solche Beschleunigung auf vorgegebenem festem

[1]) Eine zusammenfassende Darstellung, besonders der neueren Entwicklung, geben *Thomas, Kraushaar* und *Halpern* [43].

Radius nur dann durchführen, wenn die Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit umlaufen, unabhängig von ihrer zeitlich ansteigenden Energie. Denn die Umlaufsfrequenz $\omega/2\pi$ der Teilchen ist ja gegeben durch den Quotienten aus der Geschwindigkeit v und dem Umfang des Kreises $2\pi R$:

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R} \tag{1,III}$$

Nach den grundsätzlichen Ausführungen in Ziffer 2 über den Linearbeschleuniger sowie über das Cyclotron muß nun die Umlaufsfrequenz der

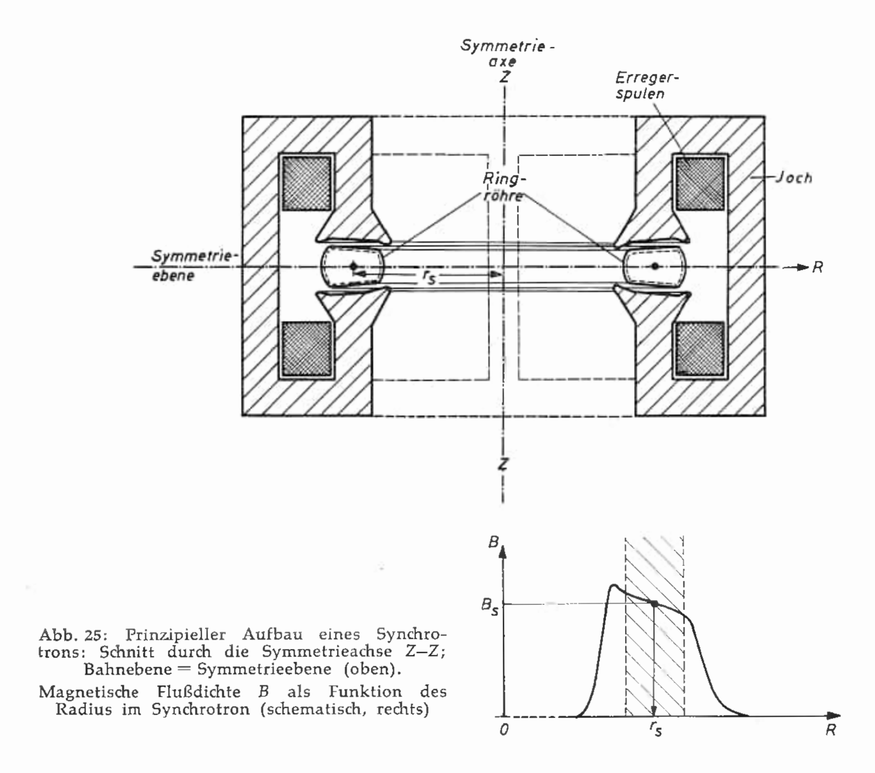


Abb. 25: Prinzipieller Aufbau eines Synchrotrons: Schnitt durch die Symmetrieachse Z–Z; Bahnebene = Symmetrieebene (oben). Magnetische Flußdichte B als Funktion des Radius im Synchrotron (schematisch, rechts)

Teilchen $\omega/2\pi$ mit der Frequenz $\omega_{\sim}/2\pi$ der beschleunigenden Wechselspannung übereinstimmen, also konstant sein, damit die Teilchen im Takt bleiben. Wir wollen deshalb die grundsätzlichen Fragen zunächst für Teilchen mit *konstanter* Geschwindigkeit diskutieren, da hier die Verhältnisse besonders einfach und übersichtlich sind: Wir denken zunächst nur an *Elektronen,* die bereits mit (nahezu) Lichtgeschwindigkeit gestartet

werden, die also z. B. mit etwa 2 MeV Energie aus einem Bandgenerator in das Synchrotron eingeschossen sein könnten[1]).

Zur Untersuchung des Verhaltens der Elektronen im Synchrotron schreiben wir (1,III) mit Hilfe von (1,II) und (2,I) um:

$$\omega = e\,c^2\,\frac{B}{E} \tag{2,III}$$

Da die Umlaufsfrequenz des Elektrons — wie bereits oben erwähnt — gleich der Frequenz der Wechselspannung zwischen den Beschleunigungselektroden[2]) sein muß, ist

$$\omega_{\sim} = \omega = e\,c^2\,\frac{B}{E}\,, \tag{3,III}$$

Der Synchrotron-Betrieb mit konstanter Beschleunigungs-Frequenz erfordert also, daß die Gesamtenergie E des Teilchens proportional mit der Flußdichte B des Führungsfeldes ansteigt[3]).

Wenn das Elektron auf dem Kreis r_s mit konstanter Geschwindigkeit $v \approx c$ umläuft, benötigt es für einen Umlauf die Zeit $\tau_s \approx 2\,\pi\,r_s/c = const.$ Da τ gleich der Periode der Wechselspannung zwischen den Elektroden sein muß, damit das Elektron nach einem Umlauf in H (Abb. 7) wieder dasselbe Beschleunigungsfeld vorfindet[4]), ist die Wellenlänge $\lambda_{\sim}$ der beschleunigenden Wechselspannung gleich dem Umfang der Kreisbahn $2\,\pi\,r_s$. Bleibt das Elektron bei seinen Umläufen dauernd „im Takt", so gewinnt es bei jedem Umlauf stets den gleichen Energiebetrag $2\,e\,U_m \sin\psi$, wenn U_m den Scheitelwert von $U_{\sim}$ und ψ die Durchgangsphase bedeuten. (In Abb. 26 z. B. bei jedem Umlauf den Energiebetrag $2\,e\,U_m$, wenn $\psi = -90^\circ$ ist.)

Der „Synchronkreis" ist in seiner *Größe* durch $\omega_{\sim}$ festgelegt, in seiner *Lage* wird er durch die stabilisierenden Kräfte des Betatronfeldes festgehalten (zentriert): Wenn der Synchronkreis innerhalb des stabilisierenden

---

[1]) Eine für die praktische Durchführung einfachere Startmöglichkeit wird weiter unten besprochen (Ziffer 18). Ferner wird in dem Abschnitt über das Protonensynchrotron die Anwendungsmöglichkeit des Synchrotronprinzips auch auf schwere Teilchen diskutiert, deren Geschwindigkeit sich von der Lichtgeschwindigkeit noch erheblich unterscheidet; vgl. Kapitel VII.

[2]) Oder ein echter Bruch davon, was, wie leicht einzusehen ist, nichts grundsätzlich Neues bietet.

[3]) Eine allgemeine Diskussion dieser grundlegenden Gleichung unter Einbeziehung schwerer Teilchen wird am Anfang von Ziffer 40 gegeben.

[4]) Wir sprechen im folgenden nur von der Beschleunigungsstrecke H. An sich würden bei der in der Abb. 7 skizzierten Anordnung die Elektronen sowohl in H wie in H' beschleunigt werden (über die technische Ausführung dieser Beschleunigungselektroden vgl. Abb. 38). Es könnten sogar mehrere Beschleunigungsstrecken auf dem gesamten Kreisumfang eingebaut werden, doch genügt die Betrachtung einer dieser Strecken, da sich die Vorgänge an den anderen (nur zeitversetzt) wiederholen.

Gebietes des Betatronfeldes liegt, so ist er ein stabiler „Momentankreis" im Sinne der Betatron-Theorie, möglicherweise der „Sollkreis".

Irgendwelche Richtungsabweichungen von diesem Kreis werden zu stabilen Schwingungen um diesen Kreis führen von derselben Art, wie wir sie als

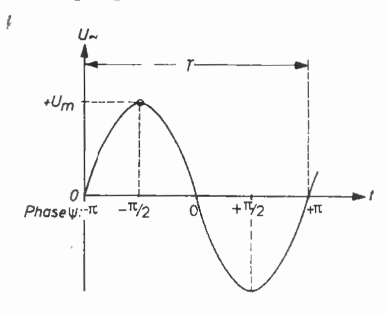


Abb. 26: Zeitliche Änderung der Spannung $U\sim$ zwischen den beiden Beschleunigungselektroden in Abb. 7 und Definition des Phasenwinkels ψ

„Kerst"-Schwingungen beim Betatron kennengelernt haben. Diese Kerst-Schwingungen haben wie beim Betatron eine Frequenz, die vergleichbar mit der Umlaufsfrequenz, aber grundsätzlich etwas kleiner als diese ist, je nach der Wahl von n, dem Exponenten des Feldabfalls (vgl. Ziffer 7). Diese Kerst-Schwingungen sind nach den früheren Ausführungen gedämpft; im hier vorliegenden ER-Gebiet ist die relative Amplitudenabnahme proportional zu $\Delta E/2E$.

16. Phasenstabilität

Auf den ersten Blick scheint es sich nach dem Vorhergehenden bei diesem Synchrotron nur um eine sehr naheliegende Kombination des *Betatron*-Feldes mit der vom Grundgedanken des Linearbeschleunigers her bekannten Beschleunigung durch Hochfrequenz zu handeln. Es wurde aber sofort erkannt, daß dieses Synchrotron eine ganz neue, a priori nicht zu erwartende Eigenschaft besitzt, die sogenannte *Phasenstabilität.* Durch diese außerordentlich günstige Eigenschaft kann die durch (3,III) *geforderte* Proportionalität zwischen der Gesamtenergie E und der Kraftflußdichte B des Führungsfeldes *automatisch* aufrecht erhalten werden, wie auch immer der Verlauf des zeitlichen Anstiegs von B aussehen mag[1]). Um die Tragweite dieser neuen Eigenschaft übersehen zu können, wollen wir uns zunächst an einem einfachen Beispiel klarmachen, was unter Phasenstabilität verstanden werden soll.

Wir verfolgen ein Elektron mit $v \approx c$, das in einem Zeitpunkt t_s die Beschleunigungsstrecke H in Abb. 7 passieren möge. Es habe zu dieser Zeit die Energie E_s und laufe auf dem Kreis mit dem Radius r_s um. Das magne-

---

[1]) Solange dieser Anstieg von B nur langsam genug („adiabatisch") vor sich geht.

tische Führungsfeld habe in diesem Zeitpunkt t_s die Größe B_s. Dann ist die Kreisfrequenz des Umlaufs nach (3,III)

$$\omega = \frac{c}{r_s} = e\,c^2 \frac{B_s}{E_s} = \omega_{\sim} = const,$$

vorausgesetzt, daß der Energiegewinn je Umlauf durch das Anwachsen des Magnetfeldes während der Zeit eines Umlaufs gerade so kompensiert wird, daß (3,III) gültig bleibt, daß also $\Delta E = e\,c^2\,\Delta B/\omega_{\sim}$ je Umlauf ist. Ein solches Elektron wird dann genau die Zeit τ_s für einen Umlauf benötigen (Abb. 27) und wird immer wieder beim gleichen Phasenwinkel in A'', A''', ... die Beschleunigungsstrecke passieren: Dieses „Sollelektron" wird seine anfängliche Phasenlage beibehalten.

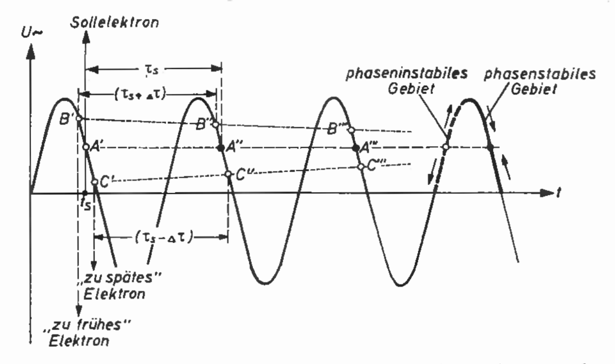


Abb. 27: Zur Erläuterung des Begriffs der Phasenstabilität beim Synchrotron
„Phasenrichtiges" Elektron („Sollelektron"): A', A'', A'''
in Phase voreilendes („zu frühes") Elektron: B', B'', B'''
in Phase nacheilendes („zu spätes") Elektron: C', C'', C'''
(vgl. Text)

Wie man leicht einsieht, wird es stets auch Elektronen geben, die früher oder später als das „Sollelektron" die Beschleunigungsstrecke passieren: Es wird sich eine „Elektronenwolke" ausbilden, die eine gewisse Ausdehnung in der Strahlrichtung hat, d. h. es wird Elektronen geben, die eine Phasenabweichung gegen die Sollphase (Phase des „Sollelektrons") haben. Es ist nun wichtig zu untersuchen, wie sich diese „falschphasigen" Elektronen im weiteren Verlauf des Beschleunigungsvorganges verhalten. (Wir treffen übrigens auf die gleiche Fragestellung bei allen Hochfrequenzbeschleunigern.)

Ein etwas *„zu früh"* die Beschleunigungsstrecke passierendes Elektron (Punkt B' in Abb. 27 links von t_s) gewinnt offenbar einen etwas größeren Energiebetrag als es sollte, seine Masse wächst etwas mehr, als der zeitlichen Zunahme von B_s entspricht, und damit wird der Radius seiner Kreisbahn etwas größer als r_s. Da es auf diesem größeren Kreis bei gleicher

Geschwindigkeit ($\approx c$) eine etwas längere Zeit als τ_s für das Durchlaufen des Halbkreises benötigt ($\tau_s + \Delta\tau$), kommt es, relativ zu dem zuerst betrachteten Sollelektron, etwas später an (Punkte B'', B''', ...). Die Phasendifferenz gegen das phasenrichtige Elektron verkleinert sich also, ein „zu früh" in der Phase liegendes Elektron nähert sich im Verlaufe einiger Umläufe immer mehr der richtigen Phasenlage. Entsprechend können wir von einem etwas *„zu spät"* die Beschleunigungsstrecke passierenden Elektron folgendes feststellen (Punkte C', C'', C''', ... in Abb. 27): Es gewinnt in der Beschleunigungsstrecke relativ zum phasenrichtigen Elektron etwas zu wenig Energie, seine Masse wächst etwas weniger an als der zeitlichen Zunahme von B_s entspricht, und damit wird der Radius seiner Kreisbahn etwas kleiner als r_s. Es benötigt infolgedessen zum Durchlaufen des Halbkreises eine etwas kürzere Zeit ($\tau_s - \Delta\tau$) als das Sollelektron. Auch in diesem Fall wird sich also die Phasendifferenz gegen die Sollphase verkleinern; auch ein „zu spät" in der Phase liegendes Elektron nähert sich im Verlauf einiger Umläufe immer mehr der Sollphase. Wir können diesen Tatbestand kurz dadurch kennzeichnen, daß wir sagen: *Der Betrieb des Synchrotrons im Phasenpunkt A' ist „phasenstabil"*. Man kann sich leicht in analoger Weise überlegen, daß auch jeder andere Betriebspunkt auf dem *ab*fallenden Ast der sin-Kurve zwischen dem Scheitelwert und dem Nulldurchgang phasenstabil ist, daß im Gegensatz dazu aber Betriebspunkte auf dem *an*steigenden Ast der sin-Kurve *keine* Phasenstabilität besitzen (Abb. 27 ganz rechts).

Eine ganz ähnliche Betrachtung, wie wir sie im vorausgehenden Abschnitt für ein Elektron durchführten, das in einem bestimmten Moment zwar mit richtiger Energie, aber mit einer *Phasenabweichung* gegen die Sollphase startet, läßt sich auch durchführen für den Fall, daß das Elektron zwar phasenrichtig startet, jedoch mit einer *Energieabweichung* gegen die Sollenergie nach oben oder unten. Wir verfolgen z. B. ein Elektron, das im Zeitpunkt t_s die Beschleunigungsstrecke durchquert, dessen Energie aber etwas kleiner ist als die zu diesem Zeitpunkt passende Sollenergie E_s, die nach (3,III) zu r_s und B_s gehört. Die etwas kleinere Energie hat zur Folge, daß das Elektron einen Kreis mit etwas kleinerem Radius als r_s beschreibt und daher an der nächsten Beschleunigungsstrecke etwas zu früh ankommt: Die vorher vorhandene *Energie*-Differenz gegen die Sollenergie E_s setzt sich also in eine Differenz der Phase gegenüber der Sollphase ψ_s um. Diese Änderung $\Delta\psi$ der Phasenlage geht aber in solcher Richtung, daß bei jedem Durchgang eine vergrößerte Energieaufnahme erfolgt und damit die anfangs vorhandengewesene Energie-Differenz ausgeglichen wird. Sobald dieser Fall eingetreten ist, haben wir es mit einem Elektron zu tun, das zwar die richtige Energie E_s besitzt, aber die Beschleunigungsstrecke zu früh durchquert, also eine *Phasen*abweichung gegen die Sollphase besitzt. Auf dieses Elektron sind dann wieder die vorhergehenden Überlegungen über die Phasen-

abweichung anzuwenden: Wegen der Phasenstabilität strebt es wieder der Sollphase zu und so fort.

Da für den eben genannten Vorgang aber eine größere Anzahl von Umläufen notwendig ist, bei denen das Elektron die Beschleunigungsstrecke immer noch — wenn auch in abnehmendem Maße — „zu früh" durchquert, sieht man sofort ein, daß die ursprüngliche Energieabweichung des Elektrons gegen die Sollenergie nach unten in eine Energieabweichung nach oben übergeht. Das Wechselspiel des Übergangs einer Phasen- in eine Energieabweichung und umgekehrt führt dazu, daß sowohl Phase als auch Energie[1]) um die Sollwerte *schwingen* und daß diese Schwingungen eng gekoppelt sind. Außerdem ist sofort einzusehen, daß die Frequenz dieser Schwingungen wesentlich (etwa 100mal) kleiner sein muß als die Umlaufsfrequenz der Elektronen im Synchrotron; denn bei jedem Durchgang durch die Beschleunigungsstrecke kann immer nur eine kleine Korrektur der Energie- bzw. Phasenabweichungen erfolgen.

Die eben betrachteten Schwingungen der Energie eines falschphasigen Elektrons bedeuten wegen der Proportionalität der Gesamtenergie mit dem Umlaufsradius nach (1,III) und (2,III), daß auch der Umlaufs*radius* in seiner Größe Schwingungen um den Sollradius herum unterworfen ist, die im gleichen Rhythmus und in gleicher Richtung verlaufen wie die Schwingungen der Energie um die Sollenergie:

$$\delta r \sim \delta E. \qquad (4,\mathrm{III})$$

Man kann das anschaulich auch so ausdrücken: *Der Synchronkreis „atmet"*. Es ist vielleicht nicht überflüssig, die Überlegungen, die von (1,III) und (2,III) zu (4,III) führen, nochmals explizit mit den genauen Indizes hinzuschreiben. Für den Kreis r_s gilt:

$$e\,c\,r_s\,B_s = E_s$$

$$e\,c\,r_s\,(\Delta B)_s = (\Delta E)_s,$$

wobei $(\Delta B)_s$ bzw. $(\Delta E)_s$ die notwendige zeitliche „Soll"-Zunahme des Magnetfeldes bzw. der Gesamtenergie je Umlauf auf dem Sollkreis r_s bedeuten, damit das Elektron auf dem Kreis r_s bleibt. Also ist:

$$\frac{(\Delta B)_s}{B_s} = \frac{(\Delta E)_s}{E_s}$$

Für ein Elektron mit von E_s abweichender Energie gilt allgemeiner:

$$e\,c\,R\,B = E,$$

[1]) Diese Phasenschwingungen (8,III) entsprechen Pendelschwingungen mit großen Amplituden, sind also — selbst bei Vernachlässigung des Dämpfungsgliedes mit $\dot{\psi}$ — keine reinen Sinusschwingungen.

und mit

$$R = r_s + \delta r,$$

$$B = B_s + (\Delta B)_s + (\delta B)_{R-r_s}, \quad E = E_s + (\Delta E)_s + (\delta E)_{R-r_s}$$

wird unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung:

$$\frac{(r_s + \delta r)\,(B_s + (\Delta B)_s + (\delta B)_{R-r_s})}{r_s B_s} = \frac{E_s + (\Delta E)_s + (\delta E)_{(R-r_s)}}{E_s}$$

$$\frac{\delta r}{r_s} + \frac{(\delta B)_{R-r_s}}{B_s} = \frac{(\delta E)_{R-r_s}}{E_s},$$

$$\frac{\delta r}{r_s}(1-n) = \frac{(\delta E)_{R-r_s}}{E_s}$$

und damit

$$\delta r = \frac{r_s}{E_s\,(1-n)}\,(\delta E)_{R-r_s} \sim \delta E.$$

Wir wollen nun auch langsame („adiabatische") zeitliche Änderungen von B_s und E_s zulassen; bisher wurde ein so kleines Zeitintervall betrachtet, daß B_s und E_s als konstant angesehen werden konnten. Wir greifen dabei auf (3,III) zurück:

$$\omega_\sim \sim \frac{B}{E} = const \tag{5,III}$$

und erinnern uns daran, daß der Radius der Kreisbahn (Synchronradius) durch *Wahl der festen Frequenz* $\omega_\sim/2\pi$ festgelegt ist:

$$R_{s_\infty} = \frac{c}{\omega_\sim} \text{ (wegen } v \approx c). \tag{6,III}$$

Ferner ist *vorgegeben das Tempo des zeitlichen Anwachsens von B* durch die sin-förmige Erregung des magnetischen Führungsfeldes:

$$B_s\,(t) = B_{s\,\max} \sin(\omega\, t)\,, \tag{7,III}$$

d. h. aber, daß im Verlaufe des Beschleunigungsvorganges die Größe B_s (Sollwert des Magnetfeldes) sich zeitlich ändert. Die wichtige Aussage von (5,III) im Zusammenhang mit den Betrachtungen über die Phasenstabilität ist nun, daß bei einer irgendwie vorgegebenen zeitlichen Änderung von B_s sich auch die Gesamtenergie E des Teilchens zeitlich ändert, und zwar so, daß seine Gesamtenergie E Schwingungen um den (mit B_s proportionalen) Wert E_s als Ruhelage ausführt; bei zeitlichem Anwachsen von B_s wächst also die Energie E des Teilchens *automatisch* proportional mit. Damit wird durch die Eigenschaft der Phasenstabilität die auf S. 59 aufgestellte *Forderung* vom Synchrotron *automatisch* erfüllt. Es bleibt noch hinzuzufügen, daß die Energie- und Phasenschwingungen im Verlaufe des langsamen Anwachsens von B_s bzw. E_s gedämpft sind; für die Energien ist das

– wenigstens qualitativ – leicht einzusehen: Die relative Energieabweichung von der anwachsenden Sollenergie wird immer kleiner, wenn die Anfangsenergieabweichungen einen bestimmten Absolutwert hatte. Voraussetzung für die Gültigkeit der eben angestellten Überlegungen ist natürlich, daß das zeitliche Anwachsen von B_s nicht zu abrupt, sondern langsam genug vor sich geht, damit den umlaufenden Teilchen auch die Möglichkeit gegeben ist, mittels Energie- und Phasenschwingungen den Änderungen von B_s zeitlich zu folgen („adiabatische" Änderungen von B_s).

Die eben beschriebenen Vorgänge lassen sich auch mathematisch fassen[1]). Aus dem Ansatz für die zeitliche Änderung des Drehimpulses bei der Durchquerung der Beschleunigungsstrecke ergibt sich eine Differentialgleichung für die Phase des Elektrons, die im allgemeinsten Fall, nämlich unter Berücksichtigung des Energieverlustes durch Strahlungsdämpfung, die folgende Form annimmt:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{E_s}{\omega_\sim^2\,\varkappa}\,\dot{\psi}\right)+\frac{r_s L_s'\,c^2}{2\pi(1-n)\,\varkappa\,v_s^2\,\omega_\sim}\,\dot{\psi}+\frac{e\,U_m}{2\pi}\sin\psi=\frac{e\,U_m}{2\pi}\sin\psi_s. \tag{8,III}$$

In dieser Gleichung bedeuten:

ψ Phase des Elektrons,
ψ_s „Soll"-Phase des Elektrons,
U_m Scheitelwert der beschleunigenden Wechselspannung,
E_s „Soll"-Energie des Elektrons,
$\omega_\sim$ Kreisfrequenz der beschleunigenden Wechselspannung

$\varkappa = 1+\frac{n}{1-n}\frac{c^2}{v_s^2}\approx\frac{1}{1-n}$ (im ER-Gebiet, n = Exponent des Feldabfalls wie beim Betatron),

r_s Synchronradius,
L_s Energieverlust durch Strahlungsdämpfung je Umlauf auf dem Synchronkreis,

$L_s'=\left(\frac{\partial L}{\partial r}\right)_{r_s}$.

Wenn wir zunächst die Strahlungsdämpfung (Glied mit $\dot{\psi}$) vernachlässigen, die erst bei sehr großen Energien merklich wird, so bleibt die Schwingungsgleichung eines Pendels vom Trägheitsmoment $E_s/(\omega_\sim^2\varkappa)$ und dem rücktreibenden Moment $(e\,U_m \sin\psi)/2\pi$ übrig, das mit einem Drehmoment $(e\,U_m \sin\psi_s)/2\pi$ angestoßen wird; der Ruhepunkt des Pendels liegt bei $\psi=\psi_s$. Wenn wir ferner nur einen verhältnismäßig kleinen Zeitaus-

[1]) Wir folgen hier und in den anschließenden Kapiteln der Darstellung von *Bohm* und *Foldy* [31]. Weitere Arbeiten zur Theorie des Synchrotrons sind von *Dennison* und *Berlin* [32], *Frank* [35], *Wideröe* [46].

schnitt ins Auge fassen, so können langsame zeitliche Änderungen von E_s, ψ_s, U_m vorerst vernachlässigt werden, wodurch die Energiegleichung analog zu der eines mathematischen Pendels wird, das unter der Wirkung einer konstanten Kraft steht:

$$\dot{\psi}^2 = \frac{e\,U_m\,\omega_\sim^2\,\varkappa}{\pi\,E_s}\,[G\,(\psi_m) - G\,(\psi)], \tag{9,III}$$

wobei $G\,(\psi) = -\,[\cos\psi + \psi\,\sin\psi_s]$ (ψ_m maxim. Phasenwinkel) (10,III)

ist. Die Phasenänderung hängt aber, wie oben qualitativ gezeigt wurde, mit der Energieänderung des Elektrons eng zusammen. Wertet man (9,III) numerisch aus, so erhält man die Energieabweichung ΔE des Elektrons gegen die Sollenergie (multipliziert mit einem konstanten Faktor) als Funktion

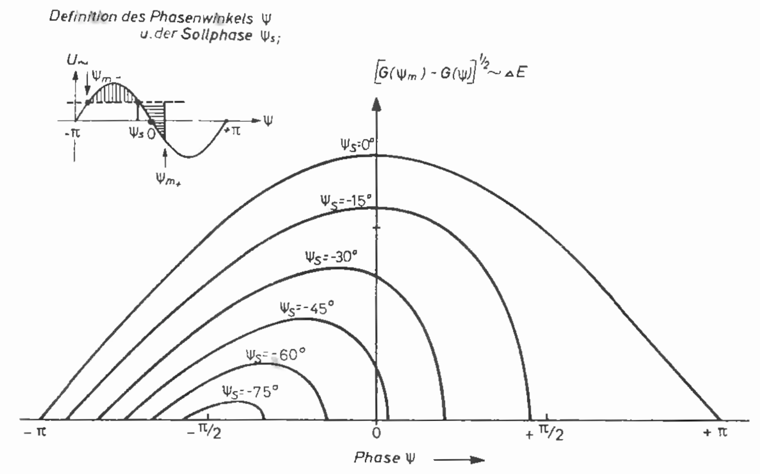


Abb. 28: Stabile Bereiche der Energieabweichung ΔE von der Sollenergie E_S als Funktion der Phase für verschiedene Werte der Sollphase ψ_S als Parameter

der Phase für verschiedene Parameterwerte von ψ_s. Das Gebiet zwischen den in Abb. 28 wiedergegebenen Kurven und der Abszissenachse gibt den Bereich der Phasen- und Energie-Werte wieder, in dem stabile Phasen- und Energieabweichungen möglich sind. Abb. 28 zeigt einen wichtigen Zusammenhang auf: der „stabile“ Bereich, also der Bereich, in welchem stabile Phasen- bzw. Energieabweichungen möglich sind, hängt in seiner Größe sowohl bezüglich der Energieabweichung als auch hinsichtlich der Phasenabweichung stark von der Lage der Sollphase ψ_s ab: Er ist gleich Null für $\psi_s = -90^\circ$ (im Scheitelpunkt von $U_\sim$), wächst mit Verkleinerung von $|\psi_s|$ stark an und wird am größten für $\psi_s = 0$ (vgl. die Definition links oben

in Abb. 28), wo er sich von $-\pi$ bis $+\pi$ in der Phase erstreckt. Man wird also danach trachten müssen, $|\psi_s|$ möglichst klein zu halten, vor allem dadurch, daß man die Scheitelspannung U_m um ein Vielfaches größer wählt als die notwendige Beschleunigungsspannung, die durch das zeitliche Anwachsen des Magnetfeldes vorgegeben ist (vgl. weiter unten). Für den maximalen Bereich der Phasenschwingungen bei vorgegebener Sollphase ψ_s (Schnittpunkt der Kurven in Abb. 28 mit der Abszissenachse) gibt es eine einfache und anschauliche Konstruktion, die in Abb. 28a angedeutet ist: Man lege eine Horizontale durch den Punkt der $U_{\sim}$-Kurve, der zu ψ_s gehört (in Abb. 28a wurde $\psi_s = -30^\circ$ als Beispiel gewählt). Man schneide dann durch eine Vertikale rechts von ψ_s die horizontal schraffierte Fläche so ab, daß sie mit der vertikal schraffierten Fläche links von ψ_s flächengleich wird. Dann ergibt sich in unserem Beispiel als unterer Grenzwinkel: $\psi_{m-} = -\pi - \psi_s$, also $-180^\circ + 30^\circ = -150^\circ$, als oberer Grenzwinkel ψ_{m+} (Schnittpunkt der Vertikalbegrenzung der schraffierten Fläche rechts mit der Abszissenachse) etwa $+36^\circ$, in Übereinstimmung mit dem Phasenwinkel, bei dem in der Hauptfigur von Abb. 28 die mit $\psi_s = -30^\circ$ bezeichnete Kurve in die Abszissenachse einmündet.

Wegen der Proportionalität zwischen dem Radius r und der Energie E (1,III) und (2,III) gelten ganz analoge Beziehungen auch für die Abweichung Δr vom Synchronradius in Abhängigkeit von der Phasenlage des Elektrons. Wir wollen nun auch langsame („adiabatische") Änderungen von E_s, ψ_s, U_m zulassen. Bei adiabatischer Zunahme von E_s sind die betrachteten Schwingungen wegen der Konstanz des Wirkungsintegrals J, d. h. des Integrals des Drehimpulses, über eine Phasenschwingung genommen, gedämpft. Die Maximalwerte der Phasenabweichung (von der „Soll"-Phase) $\Delta \psi_m$, der Energieabweichung (von der „Soll"-Energie) ΔE_s und der radialen Abweichung (vom Synchronradius) Δr ergeben sich in Abhängigkeit von U_m und E_s mit

$$J = \left(\frac{e\, U_m\, E_s}{\pi\, \omega_{\sim}^2\, \varkappa}\right)^{1/2} \oint [G(\psi_m) - G(\psi)]^{1/2}\, d\psi \qquad (11,\mathrm{III})$$

zu

$$\Delta \psi_m = C_1\, [(1-n)\, U_m\, E_s]^{-1/4} \text{ mit } C_1 = \left(\frac{2\,\omega_{\sim}^2}{\pi\, e \cos \psi_s}\right)^{1/4} J^{1/2} = const. \qquad (12,\mathrm{III})$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta E}{E_s} &= -C_2 \left[\frac{(1-n)\, U_m}{E_s^3}\right]^{1/4} & (13,\mathrm{III}) \\ \frac{\Delta r}{r_s} &= -C_2 \left[\frac{U_m}{(1-n)^3\, E_s^3}\right]^{1/4} & (14,\mathrm{III}) \end{aligned}\right\} \text{mit } C_2 = \left(\frac{e\,\omega_{\sim}^2 \cos\psi_s}{2\,\pi^3}\right)^{1/4} J^{1/2} = const.$$

(12,III), (13,III), (14,III) definieren zusammen mit der Dämpfung der „freien" radialen Schwingungen (Ziffer 7) die „Phasenstabilität" des Synchronkreises: Ein Teilchen, das überhaupt *einmal* auf Grund seiner

Eigenschaften in das durch Abb. 28 definierte stabile Gebiet gehört, kann den stabilen Bereich von selbst nicht mehr verlassen. Seine Bahn zieht sich im Verlauf der Beschleunigung immer enger auf den Synchronkreis zusammen, seine Phasen- und Energie-Abweichungen werden automatisch korrigiert und wegen (12,III), (13,III), (14,III) im Verlauf des Beschleunigungsvorganges immer kleiner.

17. Einige Folgerungen aus der Phasenstabilität

Im Anschluß an die vorstehenden Überlegungen über die Phasenstabilität des Synchrotrons wollen wir noch einige *Folgerungen* ziehen. Wenn sich

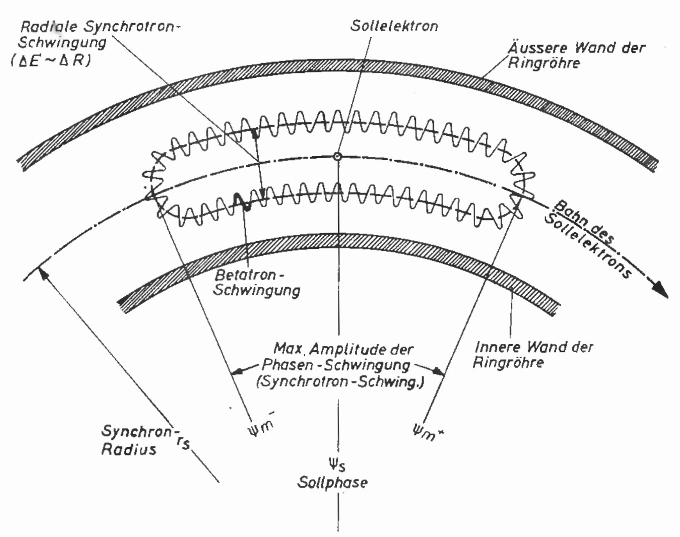


Abb. 29: Umriß der umlaufenden Elektronenwolke im Elektronen-Synchrotron und relative Bahnkurve eines einzelnen Elektrons gegenüber dem Sollelektron nach *Livingston* [69] (schematisch)

ein Beobachter mit einem „Soll"-Elektron mitbewegen und von diesem „Standpunkt" aus die Bewegung eines anderen Elektrons beobachten könnte, dann würde er eine Bahn aufzeichnen, wie sie in Abb. 29 durch die ausgezogene Kurve wiedergegeben ist: Er würde relativ rasche Schwingungen von relativ kleiner Amplitude (Betatronschwingungen) feststellen, die einer langsamen Schwingung von wesentlich größerer Amplitude (Synchrotronschwingung) überlagert sind. Bei Betrachtung der Gesamtheit aller Elektronen in seiner Umgebung würde er den Eindruck haben, daß er sich in einer Elektronen*wolke* etwa von der Form einer plattgedrückten Bratwurst befindet, deren Dichte von seinem Standpunkt (dem Zentrum der Wolke) nach außen abnimmt, und daß Radius und Länge dieser Elektronen-

wolke im Verlauf der Beschleunigungszeit immer mehr zusammenschrumpfen.

Wenn ein Elektron auf seinem Weg irgendwie Energie verliert, ändert es automatisch seine Phasenlage in der Weise, daß der Energieverlust durch erhöhte Energieaufnahme wieder ausgeglichen wird. Damit ist die Möglichkeit gegeben, mit dem Synchrotron Elektronen auch bis zu sehr hohen Energien zu beschleunigen, wo die Strahlungsdämpfung bereits einen merklichen Energieverlust bei einem Umlauf auf der Kreisbahn zur Folge hat. Das Elektron wählt nämlich seine Phasenlage so aus, daß es *neben* der notwendigen Energieaufnahme je Umlauf, die der Zunahme des Magnetfeldes in dieser Zeit entspricht, außerdem noch soviel *zusätzliche* Energie aufnimmt, wie es je Umlauf infolge Strahlungsdämpfung wieder verliert. Der Arbeitspunkt A' (Abb. 27) rutscht daher mit zunehmender Ausstrahlung am Abhang der Wechselspannung hinauf. Macht man nun die Scheitelspannung groß genug bzw. wählt man den anfänglichen Arbeitspunkt ziemlich tief auf der Kurve[1]), so wird die Strahlungsdämpfung durch die automatisch sich einstellende Phasenlage solange kompensiert, bis die Energieausstrahlung je Umlauf nahezu die Größe $e\,U_m$ erreicht hat. Dadurch ist der mögliche Beschleunigungsbereich im Synchrotron gegenüber dem Beschleunigungsbereich im Betatron ganz erheblich erweitert.

In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß die Kraftflußdichte B des Führungsfeldes im Synchrotron wesentlich größer gemacht werden kann als im Betatron, da die Begrenzung der Kraftflußdichte des Führungsfeldes durch die „$^1/_2$-Bedingung" des Betatrons hier wegfällt. Das wirkt sich nach (1,II) bei gleicher Endenergie in einer Verkleinerung des Radius, also einer Verkleinerung der Gesamtdimensionen aus.

Im Gebiet sehr großer Energien, wo die Strahlungsdämpfung nicht mehr vernachlässigt werden kann [ψ-Glied in 8,III], erhält man übrigens unter gewissen Bedingungen noch eine zusätzliche Dämpfung der Phasenschwingung. Mathematisch kommt das dadurch heraus, daß die Berücksichtigung des „zweithöchsten Gliedes" in (8,III) dazu führt, daß die bisherige Lösung der Differentialgleichung noch mit einem mit der Zeit abfallenden Exponentialglied $\exp\,(-\int \ldots dt)$ zu multiplizieren ist. Wie sich zeigen läßt, bleibt das negative Vorzeichen des Exponentialgliedes aber nur dann erhalten, wenn der Ausdruck

$$\frac{r_s}{L_s}\left(\frac{\partial L}{\partial r}\right) = 3 - 4\,n \qquad (15,\mathrm{III})$$

positiv ist, d. h. wenn $n < {}^3/_4$ bleibt.

Es wird im allgemeinen $n = {}^2/_3$ gewählt; die Bedingung $n < {}^3/_4$ ist also gewöhnlich erfüllt, womit diese zusätzliche Dämpfung wirksam wird.

---

[1]) Das ist sowieso im Hinblick auf den Einfangbereich (Abb. 28) zweckmäßig.

Der Einfluß der Ausstrahlung auf die Dämpfung der Phasenschwingung bleibt allerdings bei mäßigen Energien klein, z. B. spielt er beim 300 MeV-Synchrotron noch keine wesentliche Rolle gegenüber der Dämpfung infolge der adiabatischen Zunahme der Energie.

18. Das Einbringen der Elektronen in das Synchrotron

Es wurde bisher der Einfachheit halber angenommen, daß irgendwie, z. B. aus einem Bandgenerator, Elektronen mit annähernd Lichtgeschwindigkeit in das Synchrotron eingeschossen werden, es wurde aber auch bereits angedeutet, daß noch ein einfacherer Weg für das Einbringen der Elektronen zur Verfügung steht. Dieser besteht darin, das Synchrotron im Anfang als Betatron zu betreiben, bis die Elektronen auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt sind, und erst dann auf den eigentlichen Synchrotronbetrieb „umzuschalten“ [1]). Hierzu wird zwar noch ein kleiner Magnetkern in der Achse des Synchrotrons beibehalten (vgl. den gestrichelten Mittelteil in Abb. 25 oben), dieser Kern aber so klein dimensioniert, daß magnetische Sättigung bereits bei etwa 2 MeV einsetzt (Beginn des ER-Gebiets). Im Betatron-Anfangsgebiet muß natürlich die Ringspannung $\oint (\mathfrak{E}\, d\mathfrak{s})$ gerade so groß sein, daß die $^1/_2$-Bedingung erfüllt ist, was sich relativ leicht durch geeignete Dimensionierung und geeignetes Material dieses Hilfskerns erreichen läßt. Nach erfolgter Sättigung des Kerns wird der magnetische Fluß durch den Kern konstant, die zeitliche Änderung dieses Flusses und damit die beschleunigende Ringspannung verschwinden [2]). Während der Übergangszeit muß die Hochfrequenzspannung eingeschaltet und der Einschwingvorgang, der eine gewisse Zeit braucht, mit dem Abklingen der Ringspannung so abgeglichen werden, daß ein möglichst kontinuierlicher Übergang erfolgt. Eine andere Möglichkeit hat *Wideröe* beim Bau eines 100 MeV-Elektronen-Synchrotrons vorgesehen: Im Inneren des ringförmigen magnetischen Führungsfeldes wird ein Induktionsfluß in einem kleinen Kreis kurzfristig mit Hilfe einer (unabhängigen) Kondensatorenladung erzeugt. Durch eine Gegenerregung wird verhindert, daß der Fluß des Führungsfeldes seinen Weg über den Induktionskern nehmen kann. Bei dieser Anordnung sind also Induktions- und Führungsfluß völlig unabhängig voneinander, was erhebliche Vorteile bietet (vgl. S. 53).

Alle Fragen, die mit der *Einschleusung der Elektronen* zusammenhängen, sind offenbar in diesem Fall genau so zu behandeln, wie beim reinen Be-

---

[1]) *Pollock* [41]. Ein Synchrotronbetrieb z. B. mittels Frequenzmodulation vom Start an läßt sich wegen der Schwierigkeiten beim Überschreiten der Transition-Energie nicht durchführen. Vgl. Ziffer 55.

[2]) Eine gewisse Größe der Ringspannung bleibt deswegen erhalten, weil zu der gesamten Ringspannung nicht nur das Feld des Kerns, sondern auch das Führungsfeld innerhalb des Sollkreises beiträgt (vgl. Ziffer 6).

tatronbetrieb und können in Ziffer 9 nachgelesen werden. Es sei hier nur an folgendes erinnert: Im Verlaufe der Beschleunigung der Elektronen von z. B. 10 keV (Größenordnung der kinetischen Energie beim Einschießen ins Betatron) auf 1,5 MeV (Größenordnung der kinetischen Energie der Elektronen beim „Umschalten" auf Synchrotronbetrieb) sind die „freien" Schwingungen um den „Sollkreis" schon merklich abgeklungen (die Amplitude ist ja proportional zu $(B_{10}/B_{1500})^{1/2}$, d. h. in unserem Beispiel auf 8 % des Anfangswertes.

19. Übergang vom Betatron- zum Synchrotronbetrieb

Die Kernfrage beim *Übergang vom Betatron- zum Synchrotronbetrieb* ist: Wie viele der beim Betatronbetrieb über den ganzen Röhrenumfang gleichmäßig verteilten Elektronen lassen sich zu der früher besprochenen „Elektronenwolke" des Synchrotronbetriebs um den phasenstabilen Betriebspunkt herum zusammenfassen, d. h. wie groß ist der „Einfang-Wirkungsgrad" beim Übergang vom Betatron- zum Synchrotronbetrieb? Zu dieser Frage liegen einige theoretische Arbeiten sowie praktische Erfahrungen vor (Ziffer 23).

Für *alle* Beschleunigungsgeräte, bei denen zur Beschleunigung eine Hochfrequenzspannung verwendet wird, nimmt die Kreisfrequenz $\omega_\sim$ dieser Beschleunigungsspannung eine entscheidende Rolle ein, denn mit $\omega_\sim/2\pi$ muß die Umlaufsfrequenz der Teilchen identisch sein (oder ein entsprechender ganzzahliger Bruchteil davon). Wir wollen für die folgenden Überlegungen der Einfachheit halber annehmen, daß nur eine einzige Beschleunigungsstrecke existiere und die Umlaufsfrequenz der Teilchen mit $\omega_\sim/2\pi$ übereinstimmt. Es gelten (1,III), (2,III), (3,III).

Wir behandelten bisher nur den ER-Fall ($v \approx c$), bei dem r_s wegen $r_s = v/\omega_\sim \approx c/\omega_\sim$ und $\omega_\sim = const$ einen festen Wert annimmt. Anders liegen die Dinge aber, solange das Teilchen noch nicht die Lichtgeschwindigkeit erreicht hat. Dann ist $r_s = v_s/\omega_\sim = const\ v_s$. Der Synchronradius r_s wächst also mit v_s und erreicht erst im Endwert für $v \approx$ c seinen größten Wert $r_{s\infty}$, von dem im vorhergehenden allein gesprochen wurde.

Beim Betatronbetrieb existiert, wie früher gezeigt wurde, ein fester „Sollkreis" mit dem Radius R_s unabhängig von der Energie, also auch unabhängig von der Umlaufsfrequenz des Teilchens $\omega_b/2\pi$, die ihrerseits proportional zu v ist: $R_s = v/\omega_b = const$. Wenn wir jetzt den Endradius für Synchrotronbetrieb $r_{s\infty}$ etwas größer wählen als den Radius des Sollkreises im Betatronbetrieb R_s, dann wird der Synchronradius wegen seiner Proportionalität zu v (vgl. letzten Absatz) mit steigender Energie dem Endwert $r_{s\infty}$ zustreben und bei einer bestimmten Teilchenenergie den festen Wert von R_s überschreiten (Abb. 30).

Der Zeitpunkt, in dem $r_s = R_s$ wird, ist offenbar für die Umschaltung vom Betatron- auf den Synchrotronbetrieb ganz besonders günstig; denn, abgesehen von der Gleichheit des Synchron- und Betatron-*Radius,* ist dann für das betrachtete Teilchen von bestimmter Energie auch die *Umlaufsfrequenz* im Betatron $\omega_b/2\pi$ gerade gleich der Umlaufsfrequenz im Synchrotronbetrieb $\omega_\sim/2\pi$. Jedenfalls würde eine Umschaltung in einem Augenblick, in dem R_s und r_s bzw. ω_b und $\omega_\sim$ *nicht* übereinstimmen, offenbar, je nach dem Grad der Nichtübereinstimmung, zu mehr oder weniger starken radialen Schwingungen führen.

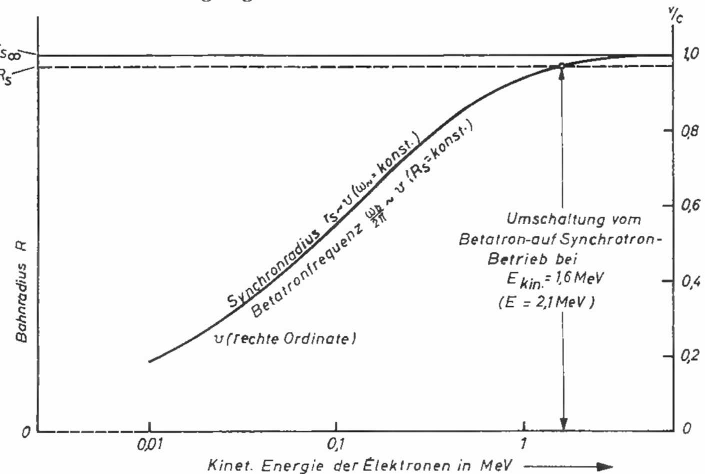


Abb. 30: Zunahme von v, r_s, ω_b mit der kinetischen Energie der Elektronen

Dies soll noch kurz an einem Zahlenbeispiel erläutert werden. Bei der Planung eines Synchrotrons möge der Synchron-Radius im ER-Gebiet zu $r_{s\infty} = 100$ cm gewählt sein, der Radius für den anfänglichen Betatronbetrieb $R_s = 97$ cm. Bei welcher Gesamtenergie der Elektronen bzw. bei welcher Kraftflußdichte des Führungsfeldes muß die Hochfrequenz eingeschaltet werden?

Für $r_{s\infty}$ gilt: $r_{s\infty} = \omega_\sim c$ $\qquad (v = c)$,

für R_s gilt: $R_s = \omega_b \mathbf{v}$.

Wegen $\omega_\sim = \omega_b$ im Augenblick des Umschaltens wird:

$$\frac{R_s}{r_{s\infty}} = \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{\gamma^2 + 2\gamma}}{1+\gamma} \text{ mit } \gamma = \frac{E_k}{E_0}$$

Die Auflösung der quadratischen Gleichung für γ ergibt mit $R_s/r_{s\infty} = 0{,}97$:

$$1 + \gamma = E/E_0 = 4{,}08\,,$$

$$E \approx 2{,}1 \text{ MeV}, \quad \text{also} \quad E_k \approx 1{,}6 \text{ MeV}.$$

Das zugehörige Führungsfeld auf dem Radius R_s wird zur Zeit des Einschaltens der Hochfrequenz:

$$B = \frac{1}{c R_s} \frac{E_0}{e} \sqrt{\gamma^2 + 2\gamma}; \quad B \approx 7 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{m^2} \ (\triangleq 70 \text{ Gauß}).$$

Die Umschaltung muß also bei 2,1 MeV Gesamtenergie erfolgen, und kurz darauf sollte sich der Kern des Betatrons sättigen.

Wir müssen schließlich noch das Verhalten des magnetischen Steuerfeldes betrachten und wollen der Einfachheit halber annehmen, daß die Erregerspulen des Magnetfeldes von sinusförmigem Wechselstrom durchflossen werden. Dieser Strom hat eine (nahezu) sinusförmige Flußkurve zur Folge. Beim Betatronbetrieb verteilt sich der zeitlich ansteigende Gesamtfluß entsprechend der $^1/_2$-Bedingung stets auf den Kern und den Steuerpol (Abb. 10a), während beim Synchrotronbetrieb nach Sättigung des Kerns nur noch der Steuerpolfluß ansteigt. Die Abzweigung eines erheblichen Teiles des Gesamtflusses auf den Kernfluß im Betatronbetrieb wirkt sich so aus, daß im Synchrotron der zeitliche Anstieg des Steuerfeldes *vor* Sättigung des Kerns merklich kleiner ist als *nach* der Sättigung des Kerns. Man kann diesen Tatbestand auch dadurch beschreiben, daß man dem Steuerpolfeld nach der Sättigung eine veränderte „effektive Wechselzahl" zuordnet. Der Unterschied kann ziemlich erheblich sein und erfordert besondere Gegenmaßnahmen. Diese Schwierigkeiten können vermieden werden, wenn man den Induktionsfluß im Betatronbetrieb vom Fluß des Führungsfeldes trennt (vgl. S. 70).

20. Vorgänge während des Umschaltens auf den Synchrotronbetrieb

Kurz nach dem Einschalten der HF-Spannung wird der Hauptanteil der Beschleunigung von der Flußänderung beim Betatronbetrieb geliefert. Es ist nun wichtig, daß der von der Hochfrequenz zu liefernde Anteil durch schnelles Anwachsen der HF-Spannung bald klein gegen die Scheitelspannung wird; denn dann verlagert sich der stabile Phasenpunkt schnell in die Nähe der Phase $\psi = 0$. (In praxi kann man damit rechnen, daß die Wechselspannung größenordnungsmäßig die Zeit von 1000 Umläufen zum Anklingen auf den vollen Scheitelwert benötigt.) Die Elektronen reagieren schon nach wenigen Umläufen auf die Synchronspannung und die mit ihr verbundene Phasenkorrektur und versuchen, mittels Phasenschwingungen sich der richtigen Phasenlage anzupassen. Da die Sollphase schon nach wenigen Umläufen kleine Werte annimmt, besteht eine genügende Wahrscheinlichkeit des Einfangens auch für Elektronen mit großen Phasendifferenzen und Energieabweichungen, wie bereits bei Besprechung von Abb. 28 gezeigt wurde. Ein schneller Anstieg der HF-Spannung und eine im Verhältnis zur benötigten Beschleunigungsspannung $U_m \sin \psi_s$ große

Scheitelspannung U_m sind also wesentlich für das Einfangen möglichst vieler Elektronen des Betatronkreises auf dem Synchronkreis.

Elektronen, die nicht sofort eingefangen werden, sondern wegen falscher Phasenlage und zu starker Energieabweichung z. B. zurückbleiben, können evtl. noch von der nächsten Welle der HF-Spannung erfaßt werden; die Wahrscheinlichkeit dafür ist allerdings nicht sehr groß wegen der großen radialen Schwingungsamplituden, die mit den starken Phasenoszillationen verbunden sind. Insgesamt besteht aber eine gute Wahrscheinlichkeit für die Elektronen, in stabile Phasenschwingungen überzugehen, jedenfalls wird die Zahl der eingefangenen Elektronen von gleicher Größenordnung sein wie beim Betatronbetrieb.

Der Übergang scheint also nicht allzu schwierig zu sein, wenn man die Hochfrequenz im richtigen Zeitpunkt einschaltet. Wie genau läßt sich dieser Zeitpunkt experimentell fixieren, und wie wirkt sich der Zeitfehler aus? Der Einschaltvorgang kann nur bis auf $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ s festgelegt werden, das entspricht einem Zeitintervall von etwa 50 Umläufen bei $r_s = 1$ m. Die dadurch entstehende Energieabweichung ist jedenfalls von gleicher Größenordnung wie die beim Einschießen der Elektronen im Betatronbetrieb und kann in Kauf genommen werden.

Beachtenswert sind in diesem Zusammenhang die Beziehungen zwischen den Amplituden der Energie-, Phasen- und Radialschwingungen und der Beschleunigungsspannung U_m nach (12,III), (13,III), (14,III). Aus (16,II) für die Radialabweichung Δr geht hervor, daß Δr proportional $U_m^{1/4}$ ist: Δr wächst also während des Anschwingens der HF-Spannung an! Während dieser Zeit könnte demnach eine beträchtliche Anzahl von Elektronen wegen der Zunahme ihrer radialen Schwingungsamplituden noch auf die Wand treffen und für die weitere Beschleunigung verlorengehen. Dasselbe gilt nach (13,III) für die Energieabweichung, dagegen nach (12,III) nicht für die Phasenabweichung $\Delta\psi$, da hier U_m im Nenner steht.

Der Übergang funktioniert im ganzen genommen gut, wie inzwischen bereits mehrfach experimentell gezeigt werden konnte. Als erste haben *Goward* und *Barnes* [36] die Möglichkeit eines solchen Übergangs an einem 4 MeV-Betatron der GEC demonstriert und damit überhaupt zum ersten Male ein „Synchrotron" betrieben, indem sie in recht primitiver Weise einen aus Drähten aufgebauten Hohlraumresonator auf einer käuflichen abgeschmolzenen Röhre eines 4 MeV-Betatrons der GEC anbrachten (Abb. 31). Die HF-Beschleunigung wurde eingeschaltet, als der Betatronkern sich zu sättigen begann; durch weitere Erhöhung des Steuerfeldes auf etwa den doppelten Wert erhielten sie im Synchrotronbetrieb Elektronen von 8 MeV. Das erste Synchrotron hat die GEC für 70 MeV gebaut, seine Daten sind weiter unten angegeben. Darüber hinaus wurden Synchrotrons für 300 bis 350 MeV an verschiedenen Stellen aufgestellt. An allen z. Z.

arbeitenden Synchrotrons ließ sich der Übergang vom Betatron- zum Synchrotronbetrieb ohne größere Schwierigkeiten durchführen; der Einfangwirkungsgrad liegt bei 0,5.

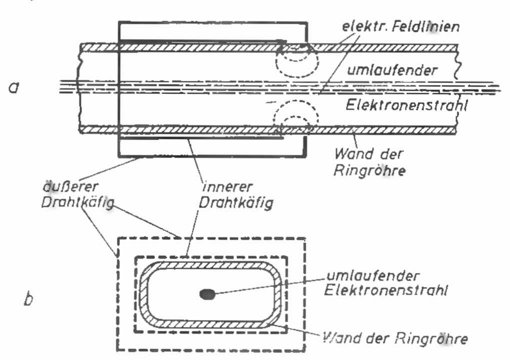


Abb. 31: Experimentelle Anordnung beim erstmaligen Betrieb eines Synchrotrons durch *Goward* und *Barnes* [37]. a) Längsschnitt, b) Querschnitt durch die Ringröhre

21. Vorgänge bei der Beschleunigung

Über die Vorgänge bei der Beschleunigung im Synchrotronbetrieb ist nicht viel Neues zu sagen. Es wurde beim Betatron bereits ausführlich dargelegt, daß eine Dämpfung der „freien" radialen Schwingungen auftritt, zu denen hier noch gedämpfte Energie- und Phasenschwingungen hinzukommen. Im Endzustand wird auch beim Synchrotron der Elektronenring auf einen relativ kleinen Querschnitt zusammengedrängt. Wegen der gedämpften Phasenschwingungen läuft im Synchrotron eine „Elektronenwolke" von (auch in der φ-Richtung) begrenzter Ausdehnung um, wie sie schematisch in Abb. 29 dargestellt ist. Beim 70-MeV-Synchrotron wurde der Querschnitt dieser Wolke senkrecht zur Bewegungsrichtung zum erstenmal experimentell bestimmt; er hatte eine Größe von einigen mm^2 im Endstadium der Beschleunigung, d. h. die Ausdehnung, die nach den Überlegungen am Betatron (Ziffer 10) zu erwarten war.

22. Grundsätzliches zur Strahlungsdämpfung

Bereits in Ziffer 2 wurde darauf hingewiesen, daß Elektronen, die auf einer Kreisbahn umlaufen, nach klassischen Gesetzen Strahlung aussenden und damit Energie verlieren müssen, daß also die Strahlungsdämpfung die erreichbare Endenergie beim Betatron begrenzt. Beim Synchrotron erlaubt die Eigenschaft der Phasenstabilität eine Kompensation dieser Energieverluste innerhalb weiter Grenzen, wie in Ziffer 17 ausgeführt wurde. Die Strahlungsdämpfung soll jetzt etwas genauer betrachtet werden, da sie beim Vorstoß zu immer größeren Energien ständig an Bedeutung gewinnt.

Es ist jedem von den Rundfunksendeantennen her bekannt, daß eine elektrische Ladung, die eine beschleunigte Bewegung ausführt, Energie ausstrahlt. Die Energieausstrahlung je Sekunde eines schwingenden „elektrischen Dipols" ist nach einer bekannten Formel der klassischen Physik (*Hertz*sche Lösung der *Maxwell*schen Gleichungen) gegeben durch:

$$\Delta E = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \dot{v}^2 \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} . \tag{16,III}$$

Allgemein ist der Energieverlust eines Teilchens der Ladung e und der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ je Zeiteinheit

$$-\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{6 \pi \varepsilon_0} \frac{e^2}{c^3} \left[\dot{\mathfrak{v}}^2 - \left(\frac{\mathfrak{v}}{c} \times \dot{\mathfrak{v}} \right)^2 \right] \frac{1}{(1 - \beta^2)^3} . \tag{17,III}$$

Dabei ist $\dot{\mathfrak{v}}$ die Beschleunigung.

Für eine *lineare* Bewegung im homogenen elektrischen Feld (Feldstärke $\mathfrak{E}$) hat $\mathfrak{v}$ die gleiche Richtung wie $\dot{\mathfrak{v}}$, also ist $\mathfrak{v} \times \dot{\mathfrak{v}} = 0$. Daraus folgt:

$$-\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{6 \pi \varepsilon_0} \frac{e^2}{c^3} \dot{\mathfrak{v}}^2 \frac{1}{(1 - \beta^2)^3}$$

Ferner ist

$$\frac{d}{dt} (m \mathfrak{v}) = e \mathfrak{E}; \quad \dot{m} \mathfrak{v} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \dot{\mathfrak{v}} = e \mathfrak{E};$$

also mit $\mathcal{E} = |\mathfrak{E}|$

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \dot{\mathfrak{v}} \frac{1}{1 - \beta^2} = e \mathfrak{E};$$

$$\dot{\mathfrak{v}}^2 = \frac{(1 - \beta^2)^3}{{m_0}^2} e^2 \mathcal{E}^2.$$

Die Energiezunahme ist $\Delta E_+ = e \mathcal{E} l$, wenn l die Länge der Beschleunigungsstrecke ist. Daher ist

$$\frac{\Delta E_-}{\Delta E_+} = \frac{1}{6 \pi \varepsilon_0} \frac{e \mathcal{E}}{m_0 c^2} \frac{e^2}{m_0 c^2} \frac{c}{\bar{v}} \quad \left(\bar{v} = \frac{l}{\Delta t} \right) \tag{18,III}$$

Für die *Kreis*bewegung (Radius R, Winkelgeschwindigkeit $\omega = v/R$) kann die Tangentialbeschleunigung gegen die Radialbeschleunigung vernachlässigt werden.

$$\text{also } \dot{\mathfrak{v}} = \dot{\mathfrak{v}}_r = - \vec{R} \omega^2;$$

$$\left(\frac{v}{c} \times \dot{\mathfrak{v}} \right) = - \frac{\mathfrak{v}}{c} \mathrm{R} \omega^2;$$

$$-\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{e^2}{6 \pi \varepsilon_0 c^3} \left[R^2 \omega^4 - \frac{v^2}{c^2} R^2 \omega^4 \right] \frac{1}{(1 - \beta^2)^3};$$

$$-\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{e^2}{6 \pi \varepsilon_0 c^3} R^2 \omega^4 \frac{1}{(1 - \beta^2)^2},$$

oder wegen $\omega = v/R$

$$-\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\frac{e^2 c}{R^2}\frac{\beta^4}{(1-\beta^2)^2}\,.$$

Damit wird für $E > E_0$ (ER-Gebiet):

$$-\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\frac{e^2 c}{R^2}\left(\frac{E}{E_0}\right)^4 \qquad (19,\text{III})$$

Im ER-Gebiet ändert sich also der Energieverlust durch Strahlung mit der vierten Potenz der Energie.

Der Energieverlust eines Elektrons *je Umlauf* wird dann in Einheiten der Ruhenergie (mit $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{E_0} = r_e$, dem sogen. klassischen Elektronenradius):

$$-\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{4}{3}\pi\frac{r_e}{R}\left(\frac{E}{E_0}\right)^4 \quad \text{(je Umlauf).}$$

Abb. 32 zeigt den Strahlungsverlust je Umlauf als Funktion der kinetischen Energie des Elektrons: Von einer gewissen Energie ab steigt der Energieverlust durch Ausstrahlung sehr steil an.

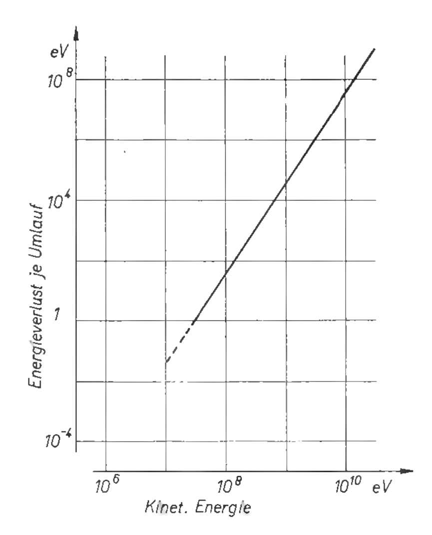


Abb. 32: Energieverlust je Umlauf durch Strahlung eines Elektrons in einem Magnetfeld von 1 Vs/m² als Funktion seiner kinetischen Energie

Die Eigenschaften der entstehenden Strahlung, speziell ihre spektrale Zusammensetzung und ihre Richtungsverteilung, wurden von *Blewett* [30] und besonders von *Schwinger* [42] eingehend theoretisch untersucht. Schwinger hat für den speziellen Fall des 70 MeV-Synchrotrons der GEC seine Rechnungen numerisch ausgewertet (vgl. *Elder, Langmuir, Pollock* [34]).

Denkt man sich die Gesamtausstrahlung in Oberschwingungen (Harmonische) der Kreisfrequenz ω_s des umlaufenden Sollelektrons zerlegt, so ergibt sich

1. eine Art Grenzfrequenz, die von der Größenordnung $10^7\ \omega_s$ ist,
2. eine Verteilung der ausgestrahlten Gesamtenergie auf die Harmonischen, bei der die kurzwellige Strahlung nahe der Grenzfrequenz stark bevorzugt wird.

Dies ist in den spektralen Verteilungskurven der Abb. 33 direkt zu erkennen. Die Frequenz $\omega/2\pi$ des ausgesandten Lichtes berechnet sich z. B. für $\omega/\omega_s = 10^7$ zu $1{,}6 \cdot 10^{15}\ s^{-1}$, die zugehörige Wellenlänge also zu 187 nm. Die entstehende Strahlung enthält also den sichtbaren Spektralbereich, dessen Grenzen in Abb. 33 eingezeichnet sind. Die Strahlung mußte demnach auf optischem Wege nachweisbar sein, womit eine unmittelbare Prüfung der Berechnungen von *Schwinger* möglich war.

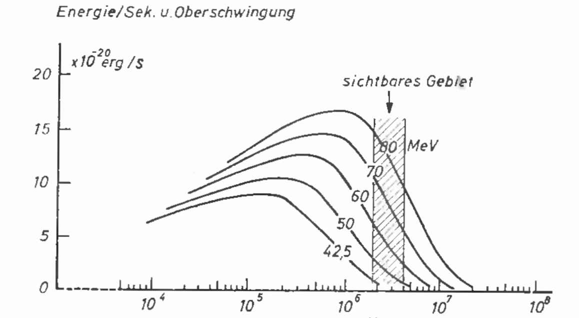


Abb. 33: Strahlungsverlust je Oberschwingung für ein Elektron, das während ¼-Sinusperiode beschleunigt wird, als Funktion der Nummer der Oberschwingung (Parameter: Elektronenenergie in MeV; schraffierter Bereich: sichtbares Spektrum) (nach *Elder, Langmuir, Pollock* [34])

Das insgesamt von einem Elektron *bestimmter Energie* ausgesandte Spektrum ist in Abb. 34a wiedergegeben; die am Synchrotron wirklich beobachtete Gesamtstrahlung entsteht aus Abb. 34a durch eine Mittelung über alle Energien, die das Elektron während seiner Beschleunigung bis zur Endenergie durchläuft (Abb. 34b).

Schwinger zeigte ferner, daß die Strahlung streng gebündelt sein muß, und zwar in Richtung der Elektronenbewegung. Der halbe lineare Öffnungswinkel des Lichtkegels ist gegeben durch $m_0\, c^2/E$, er beträgt beispielsweise nur noch 1° bei etwa 30 MeV, 0,1° bei 300 MeV. Wenn wir die Strahlung wahrnehmen wollen, müssen wir demnach in der Kreisbahnebene der Elektronen dem Elektronenstrahl entgegensehen: Wir sehen dann das Licht nur

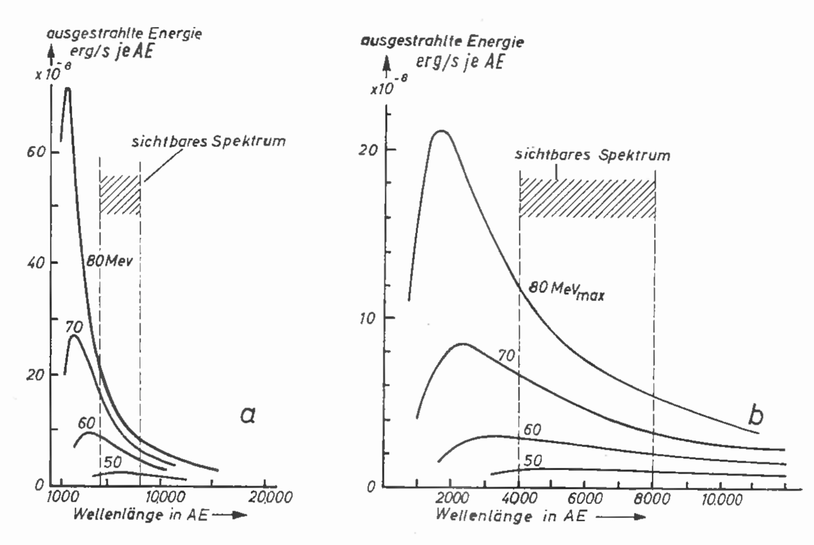


Abb. 34: Sekundliche Energieausstrahlung je AE eines Elektrons (nach *Elder, Langmuir, Pollock* [25])
a) Konstante Elektronenenergie als Parameter,
b) gemittelt über alle Elektronenenergien während der Beschleunigung in 1/4-Sinusperiode (max. Energie als Parameter)

an der Stelle, an der die Blickrichtung den Elektronenkreis tangiert, und nur auf der Seite, wo die Elektronen der Blickrichtung entgegenlaufen. Diese neue „Lichtquelle" hat also, wie man sieht, ganz andere Eigenschaften als die bisher bekannten.

Die *experimentelle Untersuchung* der Ausstrahlung wurde erstmalig von *Elder, Langmuir* und *Pollock* am 70 MeV-Synchrotron der GEC durchgeführt [34]. Die Intensität des ausgesandten Lichtes ist so groß, daß von einer Elektronenenergie von etwa 30 MeV ab eine direkte Wahrnehmung mit dem Auge möglich ist. Bei 35 MeV sieht man durch ein geeignetes Fenster der Ringröhre einen Fleck von rötlicher Farbe, der mit zunehmender Endenergie immer heller wird und bei 70 MeV in heller weiß-blauer Farbe erstrahlt. Die Spektralverteilung des ausgesandten Lichts wurde mit einem Spektrometer gemessen und innerhalb des sichtbaren Gebiets in guter Übereinstimmung mit der Rechnung von *Schwinger* [42] gefunden. Die große Intensität des ausgesandten Lichts erlaubte auch schnelle Momentaufnahmen, aus denen die genaue Lage des Elektronenrings und sein Querschnitt entnommen werden konnten. Mit einer rotierenden Kamera, deren Rotationsachse *in* der Kreisbahnebene senkrecht zur Blickrichtung stand, konnten die Verfasser außerdem das Verhalten des Elektronenkreises in den verschiedenen Stadien der Beschleunigung direkt sichtbar machen.

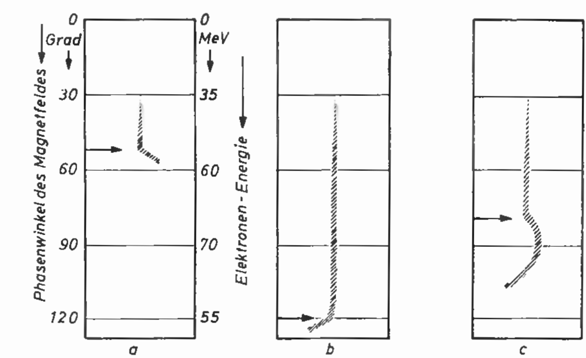


Abb. 35 a bis c: Verhalten des Elektronenstrahls im Synchrotron nach Abschalten der beschleunigenden HF-Spannung (vgl. Text), sichtbar infolge der Lichtabstrahlung bei Elektronenenergien ab etwa 35 MeV (nach *Elder, Langmuir, Pollock* [34])

In Abb. 35a ist der Strahl von dem Phasenwinkel 30° des Magnetfeldes ab (entsprechend ungefähr 35 MeV) wahrnehmbar; bei einem Phasenwinkel von 50° wurde die Hochfrequenzbeschleunigung abgeschaltet, der Elektronenkreis zieht sich also bei gleichbleibender Energie, aber zunehmendem Magnetfeld zusammen. (Die Achse des Synchrotrons liegt jeweils rechts der Abbildungen.)

Wir betrachten nun die Abb. 35b. Die Elektronenenergie erreicht beim Phasenwinkel 90° ihren größten Wert; sie nimmt nach Überschreiten des Maximums offenbar entsprechend dem Magnetfeld wieder ab, denn der Radius des Elektronenkreises bleibt unverändert, d. h. aber: die Elektronen müssen beim Überschreiten des Maximalwertes des Magnetfeldes wieder der Abnahme des Magnetfeldes entsprechend verzögert worden sein; ihre Sollphase hat sich also beim Überschreiten des Magnetfeldmaximums in den verzögernden Bereich der Hochfrequenzkurve (in Abb. 27 in das Gebiet unterhalb der Zeitachse) verschoben (Phasenstabilität). Schaltet man nun beim Phasenwinkel 120° die Hochfrequenz ab, so bleibt die Elektronenenergie bei abnehmendem Magnetfeld konstant: Der Elektronenkreis dehnt sich aus (Abweichung nach links in Abb. 35b).

In Abb. 35c wurde die Hochfrequenz *kurz vor* Erreichen des Magnetfeldmaximums abgeschaltet: der Elektronenkreis zieht sich im zunächst noch ansteigenden Magnetfeld zusammen (konstante Elektronenenergie) und dehnt sich anschließend nach Überschreitung des Phasenwinkels 90° im abnehmenden Magnetfeld wieder aus.

Diese Experimente stellen, abgesehen von den Aussagen, die sie über die Strahlung kreisender Elektronen von großer Energie geliefert haben, eine schöne direkte Bestätigung der Überlegungen dar, die bereits beim Betatron bezüglich der Strahlkontraktion auf einen sehr kleinen Quer-

schnitt angestellt wurden. Mit Hilfe der Ausstrahlung kann die Zusammenziehung und das Verhalten des Elektronenkreises beim Expandieren geprüft und die richtige Berechnung des Synchrotrons durch sichtbare Festlegung der Lage des Synchronkreises kontrolliert werden. Darüber hinaus wird die Intensität des ausgestrahlten Lichts beim 300 MeV-Elektronen-Synchrotron mittels Photozellen gemessen und zur Berechnung der Zahl der umlaufenden Elektronen benutzt.

23. Einige Ergänzungen zum Elektronensynchrotron

Der Aufbau des Magneten wird bei kleineren und mittleren Synchrotrons am einfachsten noch ganz analog zum Betatronaufbau durchgeführt, d. h. das Joch umfaßt noch rechteckig das ganze Gerät unter Weglassung des Kerns. Bei großen Synchrotrons — ein 300 MeV-Gerät nach dem Vorbilde des *Berkeley*-Synchrotrons scheint heute ein Standardtyp zu sein — ist dagegen der ringförmige Aufbau des Magneten deutlich zu erkennen (Abb. 36).

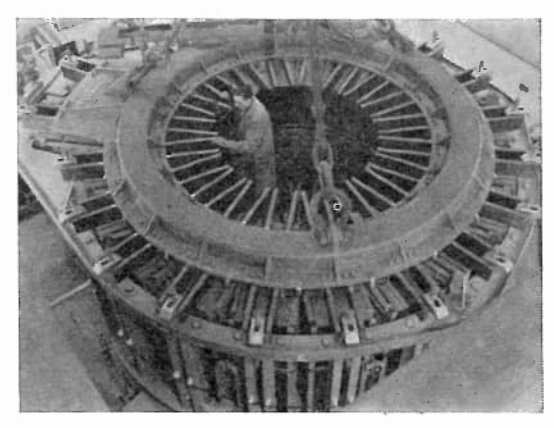


Abb. 36: Das Glasgower 300-MeV-Elektronensynchrotron im Bau (Frühjahr 1953) (Freundlicherweise zur Verfügung gestellt von Prof. *Dee*, Universität Glasgow)

Die *Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Betriebsgrößen* eines Synchrotrons zeigt Abb. 37 am Beispiel eines 30 MeV-Synchrotrons der A.E.R.I.[1]). Als Funktion des Spulenstroms (I_{eff}) geben die Messungen neben dem Anstieg des Führungsfeldes an der Stelle des Synchronkreises (B_s) bis zu 1 Vs/m² hinauf (Ordinate ganz links) die zugehörige Abnahme der

[1]) Z. B. aufgestellt im Royal Cancer Hospital, Kensington, London. Die Messungen stammen von Mr. *Layne* [38], dem ich für die freundliche Überlassung dieser Kurven vor ihrer Veröffentlichung auch an dieser Stelle herzlich danken möchte.

Selbstinduktion L des Magneten in Henry (Ordinate ganz rechts), ferner den Anstieg der Verluste und der Blindleistung in kW bzw. KVA (Ordinate links innen).

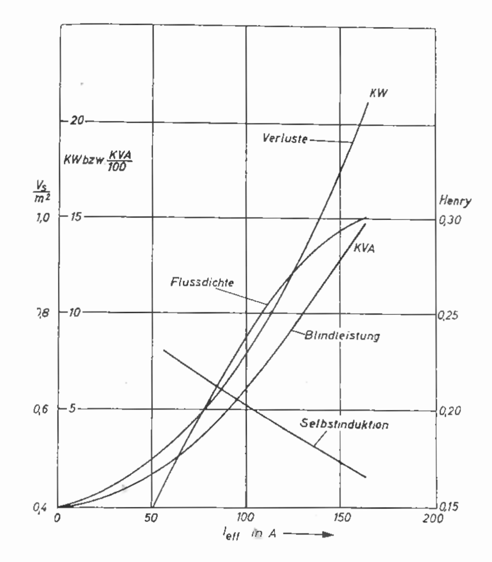


Abb. 37: Zusammenhänge zwischen verschiedenen Betriebsgrößen eines 30 MeV-Synchrotrons

Zur *Ringröhre* des 70 MeV-Geräts der GEC als Beispiel seien hier einige Herstellungsdaten genannt. Sie ist aus 6 mm starkem Pyrexglas mit einem Außen- bzw. Innendurchmesser von 68 bzw. 48 cm hergestellt und wird ständig gepumpt. Nach Herstellung des Glaskörpers wurde ein Sektor von 57° aus der Röhre herausgesägt. An seine Stelle wurde ein entsprechend geformter Röhrenteil aus Spezialglas mit kleinem Verlustfaktor eingesetzt. Er ist mit einem Silberbelag versehen, der zur Vermeidung von Wirbelströmen außen und innen in Längsrichtung unterbrochen ist. Kurz vor dem vorderen Ende ist innen ein ringförmiges Gebiet des Silberbelags von 3 mm Breite ausgespart. An dieser Stelle entsteht das beschleunigende Hochfrequenzfeld. Die Energie wird durch einen koaxialen Leiter zugeführt. Das Segment schwingt als $\lambda/4$-Resonator bei einer Frequenz von 163 MHz, es bildet nur einen Sektor von 57° statt 90° wegen der Dielektrizitätskonstanten des benutzten Glases, die maximale Beschleunigungsspannung an der Strecke beträgt 1000 V. Abb. 38 zeigt die fertige Röhre mit dem eingebauten Segment. — Selbstverständlich kann man die Beschleunigungsstrecke auch gesondert von außen als Ring oder Rechteck mittels eines Röhrenansatzes einführen, wie es z. B. beim oben erwähnten 30 MeV-Synchrotron geschehen ist.

Zur Praxis des Übergangs vom Betatron- zum Synchrotronbetrieb soll hier in Ergänzung der vorher gegebenen theoretischen Überlegungen noch einiges gesagt werden. Wie bereits weiter oben erwähnt, ist dieser Über-

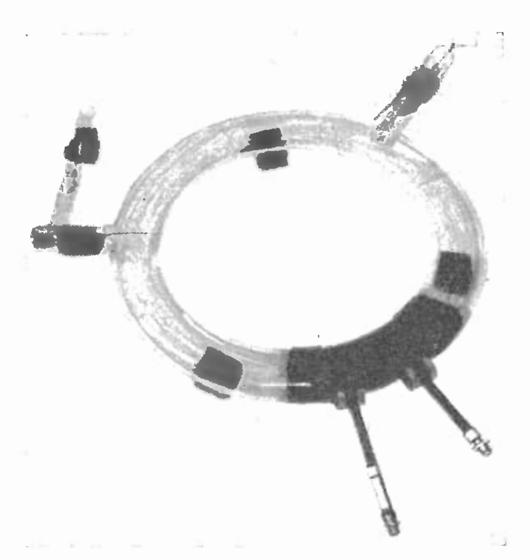


Abb. 38: Ringröhre des 70 MeV-Elektronen-Synchrotrons der GEC mit eingebautem Beschleunigungssektor
(nach *Elder, Gurewitsch, Langmuir, Pollok* [33])

gang nicht allzu kritisch, was vielleicht damit zusammenhängt, daß die *Kerst*-Schwingungen des anfänglichen Betatronbetriebs schon merklich abgeklungen sind, nämlich auf etwa $^1/_5$ linear. Die Zeit des Einschaltens der Hochfrequenz ist nicht so wesentlich, wie man nach den theoretischen Überlegungen erwarten sollte: Abb. 39a zeigt, daß die Strahlintensität sich um nicht mehr als 10 % ändert, wenn der Einschaltmoment um etwa 30 μs verschoben wird. Auch die Steilheit des Anstiegs der HF-Amplitude auf ihren Maximalwert spielt keine große Rolle: Innerhalb einer Variation der Anstiegszeit zwischen 2 und 20 μs konnte keinerlei Einfluß auf die Strahlintensität des Geräts festgestellt werden. Schließlich ist auch die Größe der maximalen Hochfrequenzspannung nicht sehr kritisch. Sie braucht nur etwa das Dreifache der notwendigen Mindestspannung an der Beschleunigungsstrecke zu betragen; eine weitere Vergrößerung der Spannung bringt keinen Intensitätsgewinn mehr (Abb. 39b). Es genügt also, daß die „Sollphase" unterhalb 20° liegt. Der größte Teil der im Betatronbetrieb beschleunigten Elektronen wird auf dem Synchronkreis eingefangen, wie sich aus folgendem Versuch ergibt: Wenn die Hochfrequenzspannung gar

nicht eingeschaltet wird, erhalten wir eine bestimmte Röntgenstrahlintensität bei etwa 3,5 MeV Energie von den Wänden der Ringröhre, auf welche die Elektronen wegen der Sättigung des Kerns und wegen des weiter anwachsenden Führungsfeldes auftreffen. Die Röntgenstrahlung der Röhrenwand bei 3,5 MeV verschwindet aber, wenn die Hochfrequenzbeschleunigung eingeschaltet wird, d. h. der größte Teil der Elektronen wird eingefangen und weiter beschleunigt.

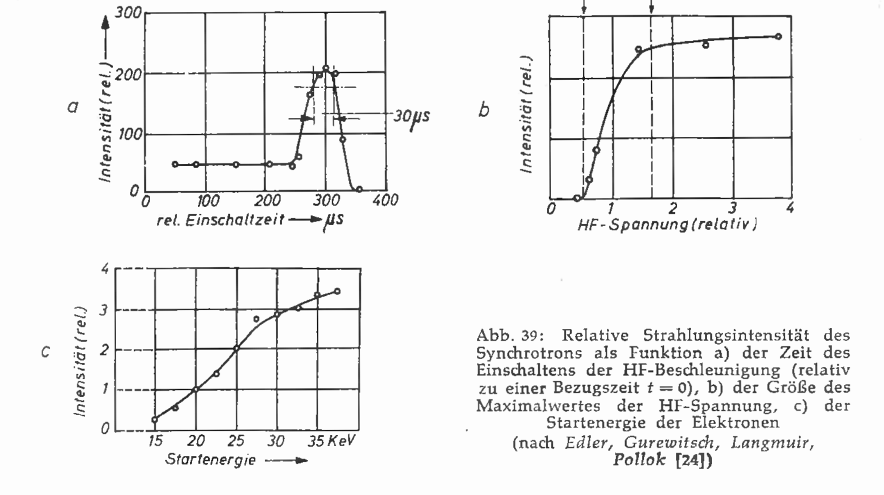


Abb. 39: Relative Strahlungsintensität des Synchrotrons als Funktion a) der Zeit des Einschaltens der HF-Beschleunigung (relativ zu einer Bezugszeit $t = 0$), b) der Größe des Maximalwertes der HF-Spannung, c) der Startenergie der Elektronen (nach *Edler, Gurewitsch, Langmuir,* **Pollok** [24])

Die Strahlintensität steigt, wie ebenfalls am 70 MeV-Synchrotron nachgewiesen wurde, mit der Startenergie der Elektronen stark an (Abb. 39c); ferner ist die Lage der Kathode im Betatronfeld und schließlich der Zeitpunkt des Einschießens von erheblichem Einfluß auf die Strahlintensität (vgl. Ziffer 9).

Aus allen diesen Erfahrungen muß man den Schluß ziehen, daß der Übergang vom Betatron- zum Synchrotronbetrieb keine wesentlichen Schwierigkeiten bereitet und auch keinen wesentlichen Intensitätsverlust bedeutet, daß aber auch beim Synchrotron die Strahlintensität entscheidend von den Bedingungen abhängt, unter denen die Einschleusung der Elektronen während des Betatronbetriebes vor sich geht.

In Tabelle 6 sind die Konstruktions- und Betriebsdaten einiger Synchrotrons zusammengestellt. Die großen Geräte für 300 bis 350 MeV Endenergie (in Tabelle 6 durch das Synchrotron der University of California vertreten) unterscheiden sich von den kleineren durch einige Besonderheiten im Bau und Betrieb. Das einfache Doppeljoch des Magneten wird in eine größere

Tabelle 6: *Daten einiger Elektronen-Synchrotrons*

Lfd. Nr.	Kenngrößen	Kurzbes. im Text	Einheit	A.E.R.E.	*Pollock* u. a. (GEC)	*Wideröe* (BBC)	Typ *Berkeley*
1	Synchronradius	r_S	cm	10	29,3	29	100
2	Feldindex	n		0,7	0,75	0,68	0,67
3	Gesamtmasse (Fe + Cu)		t	3	8	7—8	135
4	Betriebsfrequenz des Magnetfeldes	f	Hz	50	60	50	32 (Resonanzfrequenz)
5	max. Induktion am Synchronkreis	$B_{S\max}$	Vs/m²	1,0	0,81	1,2	1,14
6	Mittl. Energiegewinn pro Umlauf		keV	0,01	1,4	0,122[1])	1,2
7	Startenergie	$e\,U_0$	keV	50	40	50—60	100
8	Endenergie	E	MeV	30	70	100	322
9	Intensität der Röntgenstrahlung in Strahlmitte		r/min in 1 m	8—9	50	2000[2]) (projektiert)	1000
10	max. HF-Spannung	U_m	kV	0,1		0,125[3])	3,0
11	Frequenz der HF-Spannung	$\frac{\omega_\sim}{2\pi}$	MHz	478	163	164,64	47,7
12	max. HF-Leistung		kW	0,004	0,25	0,3—0,4[4])	6
13	Impulse pro Sek.			50	60	50	6
14	nutzbarer Querschnitt (Breite × Höhe)		cm²	4,5×2,5	7×4	(4x2,5)[5])	12×9,2

[1]) Am Anfang der Beschleunigungsperiode 192 eV
[2]) Gemessen hinter 6 mm Blei.
[3]) Der $\lambda/2$-Resonator hat zwei Luftspalte in 41 cm Abstand. An jedem Luftspalt ist die max. HF-Spannung 175 $\hat{V}$, die gesamte maximale Beschleunigungsspannung 266. $\hat{V}$
[4]) HF-Leistung während der Beschleunigungsperiode. Duty cycle max. = 0,25.
[5]) Umlaufsrichtung der Elektronen kann beliebig gewählt werden. Elektronen können herausgeführt werden.

Anzahl von Jochen aufgeteilt[1]), die auf dem Kreisumfang verteilt sind (vgl. Abb. 36). Der Aufbau dieser großen Magneten erfordert viel Sorgfalt, damit Feldabweichungen zur Zeit des Einschießens (schwache Erregung) vermieden werden; im allgemeinen werden Korrekturwicklungen zum Ausgleich von Feldstörungen notwendig sein[2]). Der Magnetkreis wird gewöhnlich im Impulsbetrieb erregt: Mit Hilfe von Schaltern (Ignitrons) läßt man den Erregerkreis (Erregerspule + Kondensatorbatterie) nur einmal durchschwingen. In der Zwischenzeit bis zur nächsten Wiederholung des gleichen Vorganges werden die entstandenen Verluste durch Aufladung der Kondensatoren auf die Ausgangsspannung ausgeglichen.

---

1) Auch beim 31 MeV-Betatron wurden schon 6 auf dem Umfang verteilte Joche verwendet.

2) Besonders sorgfältig wurde der Magnet des 300 MeV-Betatrons durchkonstruiert und aufgebaut (vgl. *Kerst* [37]).

Kapitel IV

Das Mikrotron

(E. Senkowski)

24. Grundsätzliche Überlegungen

In der elementaren Darstellung der Teilchenbeschleuniger hatte sich gezeigt, daß ein Cyclotron nicht zur Beschleunigung von Elektronen auf größere Energien benutzt werden kann, weil die Massenveränderlichkeit der Elektronen sich schon bei relativ kleinen Energien bemerkbar macht (Massenzunahme von 1 % bei etwa 5 keV). Das Mikrotron hat zwei wesentliche Punkte mit dem Cyclotron gemeinsam: konstantes Magnetfeld und HF-Beschleunigung mit fester Frequenz (daher bisweilen auch Elektronen-Cyclotron genannt); im Aufbau und in der Wirkungsweise unterscheidet es sich dagegen erheblich vom Cyclotron [1]).

Von den Elektronenbeschleunigern im Energiebereich bis etwa 50 MeV ist das Mikrotron am wenigsten weit entwickelt, obwohl es durch seinen verhältnismäßig einfachen Aufbau und wegen der leicht durchzuführenden Elektronenausschleusung bei guter Energiehomogenität des Elektronenstrahls den anderen Geräten mindestens gleichwertig ist. Bei der bisher üblichen Elektronenerzeugung durch Feldemission entspricht der Strahlstrom etwa dem eines gleich großen Betatrons. Leider sind bisher keine präzisen Angaben über die Langzeitkonstanz und die Lebensdauer von Feldemissionskathoden in Mikrotrons veröffentlicht worden. Sicherlich hat das Problem der Elektroneneinschleusung die Entwicklung dieses Beschleunigers wesentlich gehemmt, obwohl er interessante Anwendungsmöglichkeiten besitzt [51, 70, 71, 76]. Durch Einschießen vorbeschleunigter Elektronen aus einer Elektronenkanone oder bei geeigneter räumlicher Anordnung einer Glühkathode sind Strahlströme erreichbar, die denen der kleinen Linearbeschleuniger gleichkommen. Der zusätzliche Aufwand für eine Glühkathode oder eine impulsgetastete Elektronenkanone dürfte sich insbesondere wegen der höheren Betriebssicherheit im Vergleich zur Feldemission lohnen. Erst die jüngsten Arbeiten [74, 106] brachten durch Abänderung der bisher üblichen Resonatorform und durch Benutzung von

---

[1]) Ein wirkliches Elektronen-Cyclotron bis zu einigen keV Elektronenenergie wurde zu Demonstrationszwecken von *Salow* gebaut [95].

Glühkathoden gegenüber dem konventionellen Feldemissionsmikrotron wesentliche Verbesserungen.

Wenn Elektronen im Gebiet beginnender Massenveränderlichkeit in einem zu ihrer Bahnebene senkrechten, konstanten Magnetfeld umlaufen, so ändert sich nach den relativistischen Bewegungsgleichungen

a) der Radius R der Kreisbahn entsprechend Abb. 9 proportional zu $\sqrt{E_k^2 + 2\,E_0\,E_k}$. Die Proportionalität des Radius mit der Wurzel aus E_k im NR-Gebiet geht im ER-Gebiet in eine direkte Proportionalität zu E_k über;

b) die Umlaufszeit τ auf der Kreisbahn mit E_k:

$$\tau = \frac{2\,\pi}{e\,B\,c^2}\,E = \frac{2\,\pi}{e\,B\,c^2}\,E_0\left(1 + \frac{E_k}{E_0}\right) \qquad (1,\mathrm{IV})$$

τ ist also proportional zur Gesamtenergie der Elektronen und wächst linear mit ihrer kinetischen Energie E_k.

In seiner Arbeit über das Synchrotronprinzip hat *Veksler* [104, 105] darauf hingewiesen, daß die Beschleunigung relativistischer Teilchen auch möglich ist, wenn bei konstantem Magnetfeld und konstanter Frequenz der Beschleunigungsspannung die Zeitdifferenz zwischen aufeinanderfolgenden Umläufen konstant und gleich einem Vielfachen der HF-Periode ist. Es ist also nicht unbedingt erforderlich, die Zeit für *jeden* Umlauf des Teilchens mit *einer* HF-Periode gleichzusetzen — wie im gewöhnlichen Cyclotron —, sondern es kommt nur darauf an, daß die Umlaufszeit ein ganzzahliges Vielfaches der HF-Periode ist[1]).

Die Beschleunigungsspannung muß dabei etwas größer sein als die Resonanz- oder Sollspannung. Bei sinusförmigem Verlauf der Spannung hält die Phasenfokussierung die Teilchen im zweiten Viertel der ersten Halbperiode in der Nähe des Punktes, welcher der Sollspannung entspricht. Wenn wir unter diesen Gesichtspunkten (1,IV) nochmals betrachten, so zeigen sich einfache Betriebsmöglichkeiten, wenn E_k/E_0 eine ganze Zahl ist; die Umlaufzeit τ ist dabei ein ganzzahliges Vielfaches der Umlaufszeit für sehr kleine kinetische Energien ($E_k \ll E_0$).

Im *einfachsten Falle* macht man $E_k/E_0 = 1$ und bestimmt bei gegebener Frequenz die magnetische Kraftflußdichte so, daß die Elektronen für den ersten Umlauf die Zeit von zwei HF-Perioden benötigen. Nach jeder weiteren Beschleunigung wächst dann die Umlaufszeit um *eine* HF-Periode. Die Elektronenbahnen sind in der Beschleunigungsstrecke kotangential, der Bahnradius erweitert sich schrittweise bis an den Rand des Magnetfeldes.

---

[1]) Auch *Alvarez* und *Schwinger* haben (unveröffentlicht) wie die Japaner *Itoh* und *Kobayashi* [58, 59] die relativistischen Resonanzbeziehungen unabhängig voneinander ausgesprochen.

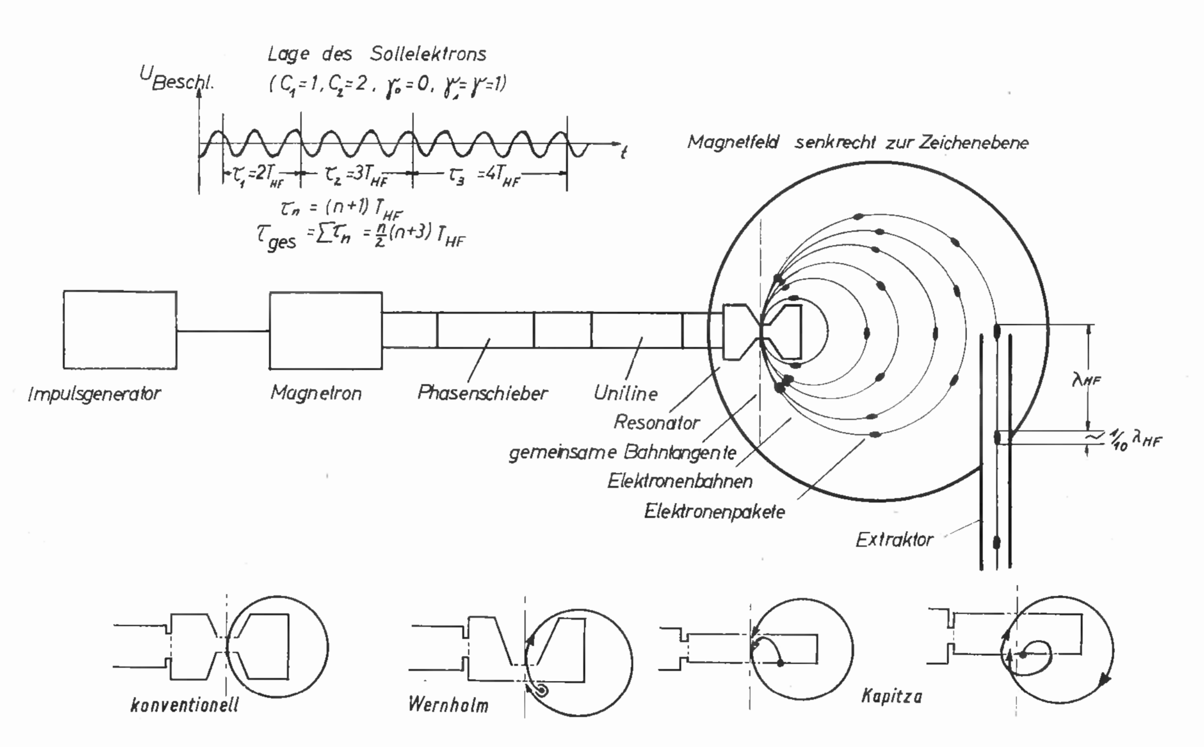


Abb. 40a: Mitrotron schematisch
b: Mikrotronresonatoren mit eingezeichneter erster Bahn

Der grundsätzliche Aufbau des Gerätes und seine Wirkungsweise sind danach verständlich (Abb. 40a). Ein Mikrotron besteht im wesentlichen aus:

a) einem Gleichstrommagneten, der zwischen zwei kreisförmigen parallelen Polschuhen ein homogenes, zeitlich konstantes Magnetfeld erzeugt;

b) einer Vakuumkammer, die den Raum zwischen den Polschuhen des Magneten einnimmt;

c) einem Hohlraumresonator, dem über einen Hohlleiter hochfrequente Schwingungsenergie von einem impulsgetasteten Magnetron oder Klystron zugeführt wird.

Es ergeben sich etwa folgende Betriebsdaten:

Vermutlich erreichbare Endenergie	50 . . . 100	MeV
Mittlere Strahlstromstärke	$10^{-5} \ldots 10^{-4}$	A
Kraftflußdichte des Magnetfeldes	0,03 . . . 0,3	$\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
Durchmesser des Magnetfeldes	20 . . . 200	cm
Wellenlänge der Beschleunigungsspannung	1 . . . 10	cm
Scheitelwert der Beschleunigungsspannung	100 . . . 1500	kV
Impulsleistung des HF-Generators	$10^4 \ldots 10^6$	W
Impulsdauer	0,5 . . . 3	μs
Impulsfolgefrequenz	10 . . . 2000	Hz

25. Die Mikrotronresonanzbedingungen

Wir nennen

$\gamma_0 E_0$	Einschußenergie
$\gamma_1 E_0$	beim ersten Durchlauf aufgenommene Energie
$\gamma\ E_0$	bei den folgenden Durchläufen aufgenommene Energie, unter der Voraussetzung, daß die Energieaufnahme vom zweiten Durchlauf an praktisch konstant ist [1]).

Ein Elektron benötigt für einen Umlauf auf dem Kreis in einem Feld mit der Kraftflußdichte B nach (1,IV) die Zeit:

$$\tau = \frac{2\pi m}{e B} = \frac{2\pi}{e B c^2} E.$$

Die Elektronengesamtenergie nach dem n-ten bzw. (n+1)-ten Durchlauf ist:

[1]) In den folgenden Ableitungen wird die Länge der Beschleunigungsstrecke gleich Null gesetzt (Doppelschicht). Wegen des Einflusses der endlichen Länge vergleiche Ziffer 28.

$$E_n = E_0 (1 + \gamma_0 + \gamma_1 + [n-1]\gamma) \qquad n \geqq 1,$$
$$E_{n+1} = E_0 (1 + \gamma_0 + \gamma_1 + n\gamma)$$

so daß
$$\Delta\tau = \tau_{n+1} - \tau_n = \frac{2\pi}{e B c^2}(E_{n+1} - E_n) = \frac{2\pi}{e B c^2}\gamma E_0.$$

Im konstanten Magnetfeld unterscheiden sich also aufeinanderfolgende Umlaufszeiten um einen Betrag, der — unabhängig von der Gesamtenergie des Elektrons — nur von der Größe der aufgenommenen Energie abhängt. Um ein Elektron im Takt umlaufen zu lassen, muß $\Delta\tau$ ein ganzzahliges Vielfaches der Periode T_{HF} der beschleunigenden Wechselspannung sein. Daraus ergibt sich die

1. Resonanzbedingung (Umlaufsbedingung)

$$\Delta\tau = C_1 T_{HF} = \frac{2\pi E_0}{e B c^2}\gamma \qquad C_1 \text{ pos. ganz.} \qquad (2,IV)$$

Wir betrachten nun den Start des Elektrons. Man könnte es zum Beispiel mittels einer Glühkathode dicht vor der Beschleunigungsstrecke erzeugen und mit der Anfangsenergie $\gamma_0 E_0$ einschießen. Für den ersten Umlauf wäre dann die Umlaufszeit τ_1 gegeben durch:

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{e B c^2}(1 + \gamma_0 + \gamma_1) E_0.$$

Auch τ_1 muß ein ganzzahliges Vielfaches von T_{HF} sein. Damit erhalten wir die

2. Resonanzbedingung (Startbedingung)

$$\tau_1 = C_2 T_{HF} = \frac{2\pi E_0}{e B c^2}(1 + \gamma_0 + \gamma_1) \qquad C_2 > C_1 \text{ pos. ganz.}^{1)} \qquad (3,IV)$$

26. Betriebszustände

Aus den Resonanzbedingungen läßt sich eine Vielzahl von Betriebszuständen (modes) ableiten, in denen mehrmalige Beschleunigung der Elektronen möglich ist. Es sind vorzugsweise solche modes, in denen der Energiegewinn je Durchlauf ein einfacher Bruchteil (a/b mit a und b klein, ganz) von E_0 ist. Sie unterscheiden sich voneinander durch die Parameter γ_0, γ_1, γ, C_1, C_2 und B bei vorgegebenem f_{HF} (Frequenz der Beschleunigungsspannung) und sind von *Schmelzer* [97] und Kaiser [63, 66] ausführlich diskutiert worden. Ein möglichst vollständiger Überblick ist nicht nur von theoretischem Interesse, sondern auch praktisch wichtig, weil man durch

[1]) Die Bedingung $C_2 > C_1$, die sich für $\gamma_0 \geqq 0$, $\gamma_1 = \gamma$ aus (2,IV) und (3,IV) ergibt, kann auf $C_2 \geqq C_1$ erweitert werden; vgl. Ziffer 26.

geschickte Wahl der Parameter mit einer Maschine verschiedene Endenergien erhalten kann und weil gelegentlich – insbesondere bei Kraftflußdichten, die von den Resonanzwerten abweichen – gleichzeitig mehrere modes beobachtet worden sind, deren Zustandekommen sich auf diese Weise erklären läßt (vgl. auch [81]). Weiterhin ergeben sich Aussagen über die Bedingungen, unter denen maximale Endenergie bei vorgegebenem Durchmesser des Magnetfeldes erreicht werden kann (compactness) [65]. Dazu sollten γ_0, γ_1, γ, f_{HF} möglichst groß, C_1 und C_2 möglichst klein gewählt werden. Die Verwirklichung dieser Bedingungen wird weitgehend durch die technischen Möglichkeiten eingeschränkt. So läßt sich zum Beispiel zwar mit den derzeit verfügbaren HF-Generatoren unter Verwendung der bisher üblichen Resonatoren im Mikrowellen-S-Band ($\lambda \approx 10$ cm) $\gamma_1 = \gamma = 1$ erreichen und $C_1 = 1$, $C_2 = 2$ wählen, im X-Band ($\lambda \approx 3$ cm) jedoch nur noch $\gamma_1 = \gamma = 1/2$ und $C_1 = 1$, $C_2 = 3$. Das Optimum dürfte im G-Band ($\lambda \approx 6$ cm) liegen.

Wir wollen hier nur die Betriebszustände betrachten, welche für die bisherige Praxis von Bedeutung sind.

Der einfachste Fall bezüglich der Startenergie liegt vor, wenn die kinetische Energie der Elektronen beim Start $\gamma_0 E_0 = 0$ ist. Er läßt sich durch Feldemission im Resonator verwirklichen und wird bisher bei den meisten Maschinen angewandt.

Setzen wir weiterhin $\gamma_1 = \gamma$, d. h. die beim ersten Durchlauf aufgenommene Energie gleich der bei den folgenden Durchläufen aufgenommenen, so folgt aus den Resonanzbedingungen:

$$\gamma = \frac{C_1}{C_2 - C_1}$$

und $$\lambda_{HF}\, B = \frac{2\pi E_0}{e\,c} \cdot \frac{1}{C_2 - C_1} = 10700\, \frac{1}{C_2 - C_1} \text{ in Gauß} \cdot \text{cm} \qquad (4,IV)$$

oder $$|B| = 0{,}3572\, |f_{HF}| \left| \frac{1}{C_2 - C_1} \right|, \qquad B \text{ in Gauß}, f \text{ in MHz}.$$

Der Radius der n-ten Bahn ist:

$$R_n = \frac{\lambda_{HF}}{2\pi}\, [C_2 + C_1 (n-1)]\, \frac{v_n}{c}$$

mit der Geschwindigkeit auf der n-ten Bahn:

$$v_n = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + n\gamma)^2}}\,.$$

Der Bahnabstand erreicht für $v_n \to c$ den Grenzwert:

$$d = \frac{C_1\, \lambda_{HF}}{\pi}\,.$$

Besonders einfach gestalten sich die Verhältnisse für $\gamma_1 = \gamma = 1$, wenn also die Elektronen bei jedem Durchgang gerade die Ruhenergie E_0 gewinnen. Wählt man wegen der bestmöglichen Ausnutzung des Magnetfeldes $C_1 = 1$, so wird $C_2 = 2$. In diesem mode werden die größeren Maschinen (Ottawa, London, Braunschweig) im S-Band betrieben. $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ wurde bisher nicht erreicht; dagegen läßt sich im X-Band (und natürlich auch im S-Band mit geringerer Leistung) $\gamma_1 = \gamma = 1/2$, $1/3$, $1/4$ ... mit $C_1 = 1$ und $C_2 = 3, 4, 5, \ldots$ verwirklichen.
Eine zweite Gruppe von Betriebszuständen entsteht bei vorgegebenem $\gamma_1 = \gamma$ durch Verringern der Kraftflußdichte auf 1/2, 1/3, 1/4 ...... des durch (4,IV) gegebenen Wertes. Bahnzahl und Endenergie werden im gleichen Verhältnis kleiner, C_1 und C_2 entsprechend größer.

Schließlich kann man $C_2 = C_1$ machen bei $\gamma_0 = 0$ und $1 + \gamma_1 = \gamma$ (Einschußenergie Null und Gesamtenergie nach dem ersten Durchlauf gleich Energiezunahme auf den folgenden Durchläufen), γ braucht dann kein Verhältnis kleiner, ganzer Zahlen mehr zu sein. Es wird dadurch möglich, bei größeren Kraftflußdichten zu arbeiten und bei gleichem Magnetfelddurchmesser die Endenergie zu erhöhen. Die gesamte Energieaufnahme längs des Resonators muß dabei größer als E_0 sein (praktisch etwa $2\,E_0$). Doch dürfte sich dieser Fall mit den heutigen HF-Generatorleistungen verwirklichen lassen, wenn man an Stelle des üblichen re-entrant-Resonators einen einfachen zylindrischen Hohlraum mit beträchtlich höherer Shuntimpedanz verwendet. Die Elektronen könnten aus einem Ring emittiert werden, der so innerhalb des Resonators angebracht ist, daß sie beim ersten Durchlauf gerade die der Ruhemasse entsprechende Energie weniger aufnehmen als bei den folgenden Durchläufen. Da die geometrischen Abmessungen des Resonators größer sind als der Durchmesser der ersten Elektronenbahn, müßte der Resonator geschlitzt sein, damit die Elektronen zur Beschleunigungsstrecke zurückkehren können [47].

Beim Einschuß von Elektronen mit $\gamma_0 > 0$ folgt für den Fall $C_2 = 2\,C_1 = 2$ und $\gamma_1 = \gamma$ aus den Resonanzbedingungen, daß $\gamma = 1 + \gamma_0$ werden muß. Die dazugehörige Kraftflußdichte liegt — bei gleichem T_{HF} — um den Faktor $(1 + \gamma_0)/\gamma$ höher als für $\gamma_0 = 0, \gamma_1 = \gamma = 1$ [106].

27. Richtungs- und Phasenfokussierung

Das homogene Magnetfeld bewirkt radiale Richtungsfokussierung nach 360° für Elektronen, die von der Beschleunigungsstrecke in etwas verschiedenen Richtungen ausgehen. Es ist im Mikrotron kein Sollkreis vorhanden wie z. B. beim Betatron oder Synchrotron. Strahlelektronen, die auf ihrem Wege mit Gasmolekülen zusammenstoßen und dabei größere

Richtungsänderungen erleiden, kehren also nicht mehr in die Beschleunigungsstrecke zurück, sondern scheiden aus dem weiteren Beschleunigungsvorgang aus. Es werden trotzdem keine sehr großen Anforderungen an das Vakuum gestellt, weil der zu durchlaufende Gesamtweg der Elektronen (einige 100 Meter) viel kürzer ist als beim Synchrotron oder Betatron und weil die Elektronen sehr schnell auf große Energien kommen.

Das homogene Magnetfeld bewirkt keine axiale Richtungsfokussierung. Ist keine Fokussierung anderer Art vorhanden, so bewegen sich Elektronen, welche kleine vertikale Geschwindigkeitskomponenten besitzen, auf Schraubenlinien, bis sie auf die Resonatorwand auftreffen.

Das elektrische Beschleunigungsfeld innerhalb des Resonators wirkt im phasenstabilen Bereich zeitlich abnehmender Beschleunigungsspannung fokussierend auf die Elektronen. Über die vertikalen Kräfte und die resultierenden vertikalen Schwingungen sind von *Bell* [49] Berechnungen angestellt worden. Beobachtungen von *Reich* haben solche Schwingungen bestätigt [92].

In der Praxis liegen die Verhältnisse komplizierter, da das Magnetfeld nie streng homogen ist, sondern sich — insbesondere in den Randgebieten — mit dem Radius ändert. Bei Benutzung von Shimringen zur Vergrößerung des nutzbaren Magnetfelddurchmessers (vgl. Ziffer 29) können die Elektronen während des Beschleunigungsvorgangs mehrere Male Bereiche durchlaufen, in denen sie schwache radiale und axiale Fokussierung oder Defokussierung erfahren. Der Resonator darf erfahrungsgemäß in einem Bereich liegen, in dem das Magnetfeld abfällt.

Das Mikrotron besitzt analog zum Synchrotron die Eigenschaft der Phasenfokussierung: Verglichen mit einem Sollelektron durchläuft ein Elektron mit größerer Energie einen größeren Kreis, kommt dadurch zu spät zur Beschleunigungsstrecke zurück und nimmt weniger Energie auf. Elektronen mit zu kleiner Energie und mit Phasenwinkeln, die von der Sollphase abweichen, verhalten sich entsprechend. Es ist also Phasen- und Energiefokussierung auf dem abfallenden Ast der beschleunigenden Wechselspannung vorhanden.

Die Fragen, welche mit der Phasenstabilität zusammenhängen [54, 59, 75, 80, 87, 97, 106] wie die optimale Lage der Sollphase bei vorgegebener Scheitelspannung an der Beschleunigungsstrecke, die Grenzen des phasenstabilen Bereiches und der Verlauf der Phasenschwingungen, können beim Mikrotron nur näherungsweise mittels einer approximierenden Differentialgleichung behandelt werden. Zur exakten Berechnung muß man die auftretende Differenzengleichung direkt lösen, weil die relative Energiezunahme je Durchlauf groß ist. Man verfolgt das Schicksal einzelner Elektronen mit

vorgegebenen Phasen- und Energieabweichungen numerisch oder graphisch über mehrere Durchläufe und kennzeichnet den phasenstabilen Bereich durch das Auftreten periodischer Bahnen in der Phasen-/Energieebene[1]). Eine mehrmalige Beschleunigung von Elektronen ist allerdings auch außerhalb dieses Bereiches noch möglich, solange die Bahnzahl genügend klein ist und die Energieabweichungen eine vorgegebene Größe nicht überschreiten.

Zur Erzielung möglichst großer Intensität bei guter Energiehomogenität sucht man die Betriebsbedingungen durch Verändern der Kraftflußdichte B und der Scheitelspannung an der Beschleunigungsstrecke so einzustellen, daß die Fläche des phasenstabilen Bereiches (Stabilitätsfläche, vgl. Ziffer 16) ein Maximum annimmt, unter Beachtung der Korrekturen, die wegen der endlichen Länge der Beschleunigungsstrecke und beim Start mit $\gamma_0 \neq 0$ erforderlich sind (vgl. Ziffer 28). Bei genügend hoher Bahnzahl (etwa ab $n > 6$ für $\gamma = 1$) kann man wegen der endlichen Breite des phasenstabilen Bereiches alle Endenergien zwischen den ganzzahligen Vielfachen von E_0 erhalten [92].

Die Eingrenzung des phasenstabilen Bereiches nach dem oben angegebenen Verfahren der Feststellung gerade noch periodischer Bahnen in der Phasenebene ist außerordentlich mühsam. Man kommt leichter zum Ziel, wenn man von dem allgemeinen Stabilitätskriterium ausgeht, das sich kurz so formulieren läßt: „Sollphase $\varphi_s < 90°$ ist instabil". Von da aus rückwärtsschließend, findet man eine erste periodische Bahn in der Phasenebene, die den phasenstabilen Bereich umschließt.

Für $C_1 = 1$[2]) ergibt sich die zulässige Lage der Sollphase zu:

$$90° < \varphi_s < 122°,$$

wobei die Scheitelspannung an der Beschleunigungsstrecke zwischen 511 und 606 kV liegen darf. Die Sollphase $\varphi_s = 105°$ ist optimal, der dazugehörige Scheitelwert der Beschleunigungsspannung beträgt 530 bis 540 kV. Die Stabilitätsfläche umfaßt etwa den Phasenbereich 92° bis 118°, die theoretische Energieinhomogenität ist nur ± 25 keV.

28. Laufzeiteffekte

Die Beschleunigungsstrecke besitzt eine Mindestlänge, welche nicht unterschritten werden kann, weil sonst die Shuntimpedanz des Resonators zu niedrig wird, um mit den verfügbaren HF-Leistungen die erforderlichen

---

[1]) Schmelzer entwickelte eine elektronische Analogrechenmaschine, die den Beschleunigungsvorgang in einem HF-Beschleuniger nachahmt [96].

[2]) Der zulässige Bereich ist maximal für $C_1 = 1$; auch aus diesem Grunde ist dieser Betriebszustand vorzuziehen.

hohen Spannungen zu erzeugen, und weil die Überschlagsgefahr zunimmt. In der bisherigen Praxis hat sich eine Länge der Beschleunigungsstrecke bewährt, die etwa 10 % der HF-Wellenlänge entspricht. Wenn die Elektronengeschwindigkeit praktisch gleich der Lichtgeschwindigkeit ist (also für $\gamma_1 = \gamma = 1$ schon nach dem ersten Durchlauf), so entnehmen die Elektronen der endlichen Beschleunigungsstrecke um den Faktor $(\sin \chi/2)/(\chi/2)$ weniger Energie als einer Doppelschicht. χ ist der Laufzeitwinkel[1]). Im Bereich $\chi = 30^\circ$ bis 40° ist dieser Faktor näherungsweise gleich 0,98. Die in Ziffer 25 und 27 abgeleiteten Resonanzbedingungen und Stabilitätsverhältnisse bleiben gültig, wenn man die Scheitelspannung an der Beschleunigungsstrecke entsprechend erhöht.

Beim ersten Durchlaufen der Beschleunigungsstrecke ändern sich jedoch die Verhältnisse merklich. Die Elektronen können zwar auch nach dem Start mit $\gamma_0 = 0$ bei optimalem φ_e einen hohen Bruchteil der maximalen Energie aufnehmen (z. B. 97 % für $\gamma_1 = 1$ und $\varphi_e = 60^\circ$), doch ist der Laufzeitwinkel natürlich größer als bei den folgenden Durchläufen (etwa 50°), weil die mittlere Geschwindigkeit kleiner ist. Außerdem wird durch die Feldemission die größte Zahl der Elektronen dann ausgelöst, wenn die Spannung ihr Maximum durchläuft. Der Eintrittswinkel dieser Elektronen ist $\varphi_e = 90^\circ$. Sie kommen infolgedessen nach dem ersten Durchlauf phasenmäßig zu spät, haben negative Energieabweichungen und liegen außerhalb des phasenstabilen Bereiches. Formal kann man diese Verhältnisse durch Einschießen mit negativer Energie beschreiben ($\gamma_0 < 0$). In der Praxis verwirklicht man die Resonanzbedingungen in einem Magnetfeld etwas geringerer Kraftflußdichte (in unserem Beispiel 98 %).

29. Technische Einzelheiten

Die Erzeugung des benötigten homogenen Magnetfeldes bereitet bei den kleineren Maschinen bis zu etwa 5 MeV ($\Delta B/B \leqq 1$ ‰) keine großen Schwierigkeiten. Mit zunehmender Bahnzahl werden jedoch die Anforderungen an die Homogenität sehr streng (z. B. $\Delta B/B < 2 \cdot 10^{-4}$ bei dem Londoner 28 MeV-Mikrotron). Sie lassen sich nur mit hohem Aufwand an mechanischer Präzision erfüllen. Die maximal erreichbare Endenergie dürfte aus diesem Grunde etwa zwischen 50 und 100 MeV liegen. Inhomogenitäten verursachen Bahnstörungen, die zu einer Verringerung des Strahlstroms sowie zu einer Vergrößerung der Winkeldivergenz und der Energieinhomogenität führen [92]. Der radiale Abfall der Feldstärke von der Achse des Feldes nach außen hin kann durch Anbringen von Shimringen geeigneten Querschnitts korrigiert werden, um den nutzbaren Magnetfeld-

---

[1]) $\chi = \varphi_a - \varphi_e$ mit φ_a und φ_e gleich Phase der Elektronen beim Verlassen der bzw. beim Eintreten in die Beschleunigungsstrecke [87].

durchmesser zu vergrößern. Die erforderliche zeitliche Konstanz des Feldes läßt sich durch entsprechende Stabilisierung des Erregerstromes erreichen. Es wurde bereits erwähnt (Ziffer 27), daß wegen des verhältnismäßig kleinen Gesamtweges, den die Elektronen während der Beschleunigung durchlaufen, die Anforderungen an das Vakuum nicht allzu hoch zu sein brauchen. Man arbeitet im Bereich 10^{-4} bis 10^{-5} Torr. Bei Benutzung einer Elektronenkanone ist höchstmögliches Vakuum anzustreben.

Wie bei der Speisung kleinerer Linearbeschleuniger arbeitet beim Mikrotron ein selbsterregter Generator[1]) in einen Schwingkreis hoher Güte. Je nach der Art der Kopplung zwischen Generator und Resonator ist das Verhalten des gesamten Systems — insbesondere beim Einschalten, also zu Beginn jedes Impulses — nicht notwendig eindeutig. Der Resonator verhindert als Kurzschluß ein glattes Anschwingen des Generators. Die Unterdrückung unerwünschter Zieherscheinungen läßt sich durch Einfügen eines Ferritisolators (uniline) oder eines zusätzlichen Wirkwiderstandes zur Entkopplung erreichen. Dabei ergibt sich außerdem eine Stabilisierung der Generatorfrequenz auf die Frequenz des Resonators, weshalb man den Wirkwiderstand oft auch als Stabilisierungslast bezeichnet. Die auftretenden Fragen sind im Zusammenhang mit der Frequenzstabilisierung von Magnetrons und Klystrons und bei der Speisung von Linearbeschleunigern und Mikrotrons ausführlich bearbeitet worden [53, 90, 93, 101, 102]. Sicherer Betrieb läßt sich mit einem Wirkungsgrad von 50 bis 70 % durchführen; der kleinere Teil der HF-Leistung wird im Dämpfungsglied in Joulesche Wärme umgewandelt, der größere Teil steht im Resonator zum Aufbau der Beschleunigungsspannung, zur Deckung der Resonatorverluste und zur Beschleunigung der Elektronen zur Verfügung. Die Stromversorgung des Magnetrons erfolgt wie in der Radartechnik mittels eines Hochleistungsmodulators. Ein Triggergenerator bestimmt die Impulsfolgefrequenz und den zeitlichen Einsatz der Impulse, ein Leistungsteil gibt im Takt der Impulsfolgefrequenz Hochspannungsrechteckimpulse an das Magnetron. Die erzeugte HF-Leistung gelangt durch ein Hohlleitersystem in den Resonator. Ein Phasenschieber dient zur Einstellung der elektrischen Leitungslänge, ein T-Stück zur Aufteilung der Leistung zwischen Stabilisierungslast und Resonator (entfällt im Falle der uniline) und eine einstellbare Kupplung zur Anpassung des Resonators an den Hohlleiter.

Die im Mikrotron verwendeten Resonatoren gehen in ihrer Form auf die Klystronresonatoren zurück [55, 69, 87]; bisher wurden ausschließlich bestimmte Typen von re-entrant-Resonatoren benutzt, nämlich Hohlzylinder mit einem oder zwei symmetrisch liegenden, zentralen, konischen

---

[1]) Auf die Speisung des Resonators mittels eines fremdgesteuerten Klystrons sei hier nicht eingegangen.

Stempeln, welche längs der Achse durchbohrt sind[1]) (Abb. 40b). Die Resonatoren werden in der TM_{010}-Grundschwingung erregt, das elektrische Feld schwingt zwischen den inneren Rändern der Stempel parallel zur Zylinderachse.

Die Shuntimpedanz und die Güte des Resonators sollen groß sein, um mit der geringstmöglichen Leistung die gewünschte Beschleunigungsspannung erzeugen zu können. Dabei muß — insbesondere bei Benutzung kurzer Impulse — die Einschwingzeit klein gegen die Impulsdauer bleiben. Die Länge der Beschleunigungsstrecke soll klein sein, um Laufzeiteffekte niedrig zu halten, und der Resonatoröffnungsdurchmesser ist genügend groß zu machen, damit der Elektronenstrahl ungehindert passieren kann (etwa gleich der Länge der Beschleunigungsstrecke). Die äußeren Resonatorabmessungen sind so zu wählen, daß die erste Elektronenbahn nicht behindert wird[2]), wobei noch zu beachten ist, daß sie wegen $\gamma_0 \approx 0$ etwas stärker gekrümmt und seitlich verlagert wird. Es muß weiterhin möglich sein, den Resonator abzustimmen, um Frequenzänderungen (thermischen Ursprungs oder durch Alterung des Magnetrons) kompensieren zu können. Schließlich ist die Stromwärme (maximal einige 100 W) durch Kühlung abzuführen[3]).

In jedem Fall ist es günstig, den Resonator durch Abrunden und Polieren aller Flächen und Kanten möglichst emissionsfrei zu machen. Die Elektronen werden aus einer zusätzlich eingefügten Feldemissions- oder Glühkathode ausgelöst oder aus einer separaten Kanone eingeschossen (vgl. Ziffer 30).

Es leuchtet ein, daß sich diese Forderungen nicht kompromißlos erfüllen lassen. Dennoch gelingt es, für die praktische Anwendung hinreichend gute Resonatoren zu bauen. Für 10 cm und 6 cm Wellenlänge werden sie aus Messing oder Elektrolytkupfer gedreht; die erreichbare Güte liegt bei etwa 80 % des theoretischen Wertes. Für 3 cm und noch kürzere Wellenlängen wurden Resonatoren auf galvanoplastischem Wege hergestellt.

Zur Abstimmung verändert man entweder die mechanischen Abmessungen des Resonators (etwa durch thermisch bewirkte, axiale Verschiebung eines der beiden Stempel) oder die dielektrischen Eigenschaften des Hohlraums (z. B. durch Eintauchen eines verlustarmen dielektrischen Stabes).

---

[1]) *Kapitza* [74] verwendet flache zylindrische Hohlräume (vgl. Ziffer 30).
[2]) Solange man nicht über geschlitzte Resonatoren verfügt.
[3]) Hierin und in den Eigenschaften der HF-Generatoren liegt eine Begrenzung der Impulslänge und der Impulsfolgefrequenz. Grundsätzlich könnte das Mikrotron im Dauerbetrieb (cw) gefahren werden (vgl. auch [74]).

30. Der Elektronenstrahl im Mikrotron

Die Benutzung der Feldemission[1]) im Hohlraumresonator ist zwar verhältnismäßig einfach, hat aber — außer der zeitlichen Inkonstanz der Stromstärke — den Nachteil, daß sehr viel mehr Elektronen ausgelöst und im ersten Durchgang beschleunigt werden, als an der weiteren Beschleunigung teilnehmen. In der Nähe der Achse angeordnete Glühkathoden ergaben keine wesentlichen Vorteile gegenüber Feldemissionskathoden (Ring mit kleinem Krümmungsradius der Innenkante oder Spitze), die in einer der Resonatoröffnungen angebracht sind. Die Feldemission bleibt nach einer gewissen „Einbrennzeit", während derer die feinsten Spitzen abgetragen werden, über längere Zeiten konstant (vgl. auch [92]). Von den emittierten Elektronen werden erfahrungsgemäß nur etwa 1 % in die folgenden Bahnen eingefangen, der größte Teil hat falsche Phasenlagen, Energien und Richtungen und läuft auf die Wände des Resonators oder der Vakuumkammer. Ohne die dadurch hervorgerufene unnötige starke Belastung des Generators könnte man bei gleicher HF-Leistung erheblich größere Strahlströme erhalten als bisher beobachtet wurden. Die maximalen mittleren Strahlstromstärken liegen dabei zwischen 10^{-7} und 10^{-6} A in den äußeren Bahnen.

Die Energieverteilung der ausgelösten und im ersten Durchgang beschleunigten Elektronen ist sehr breit, sie reicht für $\gamma_1 = 1$ von etwa 100 keV bis zur Maximalenergie, wobei der Schwerpunkt bei etwa 300 keV liegt. Außerdem entsteht ein diffuses Bündel relativ langsamer Elektronen.

Verschiedene Möglichkeiten der Einschleusung von Elektronen in den Mikrotronresonator sind diskutiert und experimentell untersucht worden [47, 88, 89, 97]. Durch Verwendung eines asymmetrischen Resonators (mit nur einem konischen Stempel, vgl. Abb. 40b) gelang *Wernholm* [106] die Einschleusung und Mehrfachbeschleunigung von Glühelektronen aus einer impulsgetasteten Kanone (— 80 keV gegen Erde, $\gamma_0 = 0{,}16$).

Die russische Mikrotrongruppe (*Kapitza und Mitarbeiter* [74]) hat flache zylindrische Resonatoren mit symmetrisch und unsymmetrisch zur Achse liegenden Durchtrittsöffnungen für den Strahl entwickelt, in denen eine ebene Lanthanborid-Kathode an einer bestimmten Stelle der inneren Resonatorwand so angebracht ist, daß 3 bis 5 % der emittierten Elektronen unter dem gemeinsamen Einfluß des konstanten Magnetfeldes und des HF-Wechselfeldes nach Durchlaufen gekrümmter Anfangsbahnen in die erste Umlaufsbahn zur stabilen Mehrfachbeschleunigung eingefangen werden (vgl. Abb. 40b).

---

[1]) Die Bezeichnung „Feldemission" für diese Art der Elektronenauslösung ist summarisch. Neben der Feldemission spielen Sekundäremission, Photoemission und möglicherweise Exoelektronenemission eine Rolle.

Die Bahnen der mehrfach beschleunigten Elektronen haben die Resonatorachse zur gemeinsamen Tangente und liegen bei ungestörten Verhältnissen in einer Ebene parallel zu den Polschuhflächen. Der Bahndurchmesser erweitert sich nach jedem Durchlaufen der Beschleunigungsstrecke entsprechend dem Energiegewinn; das Verhältnis Durchmesserzunahme/Durchlauf geht für $C_1 = 1$ schnell gegen den Grenzwert $\lambda_{\mathrm{HF}}/\pi$. Die einzelnen Bahnen sind diametral zum Resonator ziemlich scharf voneinander getrennt und häufig doppelspurig. Die Doppelspurigkeit läßt sich aus dem Vorhandensein zweier nutzbarer Emissionszentren am Konusrand des Resonators in der Bahnebene erklären. Der Strahlquerschnitt der ersten Bahn ist relativ groß (einige cm^2 in S-Band-Mikrotrons), so daß man zutreffender von einer Elektronenwolke sprechen sollte. Der Durchmesser des Strahls mehrfach beschleunigter Elektronen beträgt dagegen nur maximal einige mm. Die Strahlstromstärke bleibt im allgemeinen von der zweiten Bahn an näherungsweise konstant.

Die klare Trennung der Elektronenbahnen erleichtert das Herausführen der Elektronen aus dem Mikrotron. Man schwächt tangential an der betreffenden Bahn durch ein magnetisch abschirmendes Rohr das Magnetfeld; die Elektronen laufen dann innerhalb des Rohres nahezu gradlinig aus dem Magnetfeld heraus und können durch eine vakuumdichte Folie die Vakuumkammer verlassen. Für einen solchen Extraktor sind verschiedene Rohrformen mit unterschiedlichem Erfolg benutzt worden. Es ist gelungen, bis zu 80 % der umlaufenden Elektronen auszuschleusen. Die Störung der weiter innen liegenden Bahnen durch den Extraktor wird diametral zum Resonator wegen des maximalen Bahnabstandes am kleinsten. Durch Verschieben des Extraktors in der Bahnebene senkrecht zur Resonatorachse können die Elektronen auch von den inneren Bahnen herausgeführt werden. *Reich* hat eine Anordnung vorgeschlagen [91], mit der Elektronen von verschiedenen Bahnen in der Nähe des Resonators ausgeschleust werden können.

Der ausgeschleuste Strahl besitzt eine recht kleine Winkeldivergenz, die in waagerechter Richtung etwas größer ist als in der senkrechten (z. B. 1,5° zu 0,3°) [50, 55, 57, 67, 68].

Die maximale Endenergie, welche sich theoretisch mit dem Mikrotron erreichen läßt, ist wegen der Laufzeit der Elektronen während des Beschleunigungsvorganges durch die Impulsdauer des Magnetrons begrenzt und nicht unabhängig von der Strahlstromstärke [85] [1]). Im einfachsten Betriebszustand ($\gamma_0 = 0$, $\gamma_1 = \gamma = 1$, $C_1 = 1$, $C_2 = 2$) ist die Gesamtlaufzeit der Elektronen bis zum Erreichen der Energie $E_{\mathrm{kin}} = n \cdot E_0$

$$\tau_{\mathrm{ges}} = \frac{n\,(n+3)}{2}\, T_{\mathrm{HF}} \ .$$

---

1) Wegen der Begrenzung durch die Magnetfeldinhomogenitäten vgl. Ziffer 29.

Diese Zeit darf natürlich keinesfalls größer sein als die Dauer des HF-Impulses im Resonator, sonst würden selbst die zuerst gestarteten Elektronen nicht auf die Endenergie beschleunigt werden. Praktisch muß $\tau_{ges} < T_{imp}$ sein, wenn ein nennenswerter Bruchteil ϱ der emittierten Elektronen die Endenergie erreichen soll, weil solche Elektronen, die später gestartet sind als τ_{ges} vor Ende des Impulses, die äußeren Bahnen nicht mehr erreichen. $E_{kin\,max}$ und ϱ sind also nicht unabhängig von einander. Im S-Band ergibt sich z. B. für $T_{imp} = 2\,\mu s$ und $\varrho = 0{,}5$ $E_{kin} = 40$ MeV, wobei $E_{kin\,max\;(\varrho \to 0)} = 54$ MeV.

31. Daten verschiedener Mikrotrons

Veranlaßt durch die Arbeit von *Veksler* haben als erste *Redhead, le Caine, Henderson* und *Montalbetti* 1948 in Ottawa (Kanada) ein S-Band-Mikrotron fertiggestellt und über ihre Ergebnisse berichtet. Das Gerät wurde später an die University of Western Ontario gebracht und ist dort in Betrieb [50, 56, 86, 87].

Japanische Vorversuche mit einem Hohlraumresonator bei geringer Leistung (*Kimura*, Kyoto University) wurden nicht fortgesetzt [77]. In den USA sind von *Kaiser* (Naval Res. Lab.) seit 1951 vier X-Band-Mikrotrons mit Endenergien bis zu 6 MeV und ein K-Band-Mikrotron gebaut worden [60, 61, 62, 63]. *Kaiser* hat u. a. insbesondere die Anwendungsmöglichkeiten diskutiert [70], einschließlich der Benutzung als Injektor für Hochenergiebeschleuniger [71], und er hat als Sonderform für größere Endenergien ein *„Synchromikrotron"* vorgeschlagen [72, 73, 74].

Henderson, Heymann und *Jennings* (University College, London) haben auf Grund der Erfahrungen, die sie mit einem S-Band-Mikrotron für 4,5 MeV gemacht haben, ein Gerät für 28 MeV in Betrieb genommen. Sie hoffen, die Endenergie dieser bisher größten Maschine unter Benutzung des in Ziffer 26 erwähnten speziellen Resonators auf etwa den doppelten Wert erhöhen zu können [47, 48, 49, 54, 55, 57].

Corelli und *Porreca*, Neapel, berichteten 1957 über ein S-Band-Mikrotron für 2,5 MeV, dessen Endenergie auf 6 MeV vergrößert werden soll [52].
Als Injektor für ein AG-Elektronensynchrotron wurde von *Wernholm* in Lund (Schweden) ein S-Band-Mikrotron für 5,9 MeV gebaut, das unter Benutzung einer Elektronenkanone einen Impulsstrom von 20 mA auf der zehnten Bahn liefert [106].

Kapitza, Bykow und *Melechin*, UdSSR [74], entwickelten ein stromstarkes S-Band-Mikrotron. Innerhalb eines zylindrischen Resonators ist eine Glühkathode angebracht, deren günstigste räumliche Position hinsichtlich optimalen Einfangbereichs, maximaler Stabilitätsfläche und Bahnlage errechnet wurde. Mit einem einfachen Resonatortyp erreichte der Strahlstrom auf der

12. Bahn 15 mA im Impuls ($\gamma = 1{,}0$ bis $1{,}2$, Endenergie 7 MeV), mit einer komplizierteren Resonatorform 5 mA ($\gamma = 2{,}0$ bis $2{,}5$) bei 13 MeV. Eine größere Maschine ist im Bau. Resonatoren rechteckigen Querschnitts wurden untersucht.

In Deutschland beschäftigte sich *Schmelzer* mit theoretischen Problemen des Mikrotrons [97]. In der PTB Braunschweig läuft unter *Reich* eine Maschine für 5 MeV [88, 89, 90, 91, 92]. In der Universität Mainz ist ein G-Band-Mikrotron für 10 MeV in Erprobung [99, 100] (s. Abb. 41).

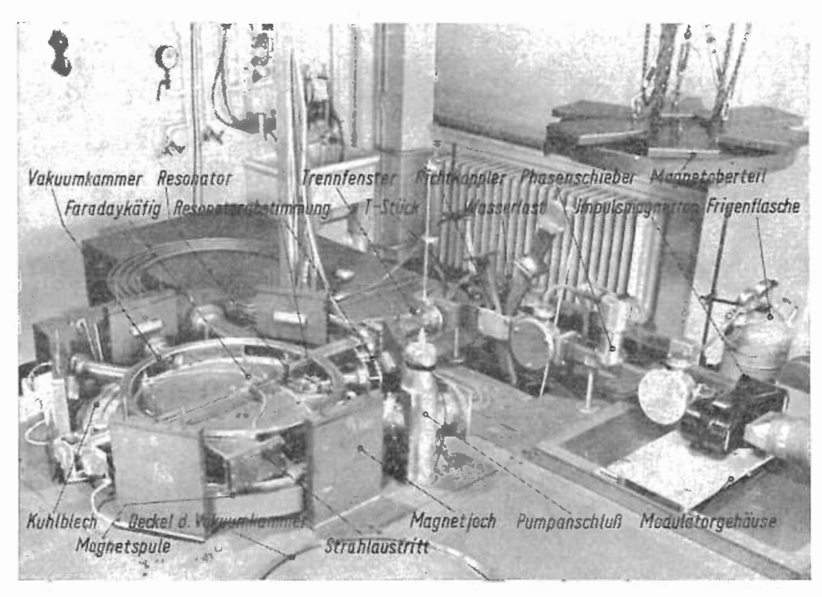


Abb. 41: G-Band-Mikrotron Mainz

In Budapest arbeitet man mit einem Mikrotron für 2 MeV [78, 79]. Abschließend sei noch eine Idee von *Schwinger* erwähnt, das race-track-Mikrotron [79, 84, 98, 103], das aus zwei halbkreisförmigen Magnetfeldern besteht, die durch einen feldfreien rechteckigen Bereich voneinander getrennt sind. Über die praktische Verwirklichung dieses Typs, des Synchromikrotrons, und einiger Vorschläge zur Anwendung des FFAG-Prinzips [82, 83, 84] ist bisher nichts bekannt geworden [1]).

---

[1]) Vgl. jedoch: *Brannen* und *Froehlich*, J. Appl. Phys. **32**, 1179 (1961).

Tabelle 7

		Ottawa	London		NRL		PTB	Neapel	Lund	Mainz	UdSSR	
Endenergie	MeV	5	4,5/6	29	1,3/3,8/3/6		4,5	2,5	5,9	(10)	7	13
Mittl. Strahlstrom	μA	0,5	0,2	10^{-2}	$10^{-1} \dots 10^{-5}$		0,5	0,5	0,7	10^{-2}	15	5
Kraftflußdichte	Gauß	955	1070	1000	variabel		1001	520	1230	1850	1180	1950
Polschuhdurchmesser	mm	335	535	2000	200		560	600	470	500	700	700
Frequenz	MHz	2800	3030	3000	9400	24000	2800	2930	3013	5270	3000	3000
Beschl. Spannung	kV	511	511	511	255/170/127	60	511	255	600	511	580	1080
HF-Leistung im Res.	kW	250	250	—	max. 100		—	—	350	400	600	—
Impulsdauer	μs	2	2	3	0,1 . . . 1,0		1 . . 3	1,6	2,7	2	2	2
Impulsfolgefrequenz	Hz	435	200	100	200 . . . 2000		var.	200	12,5	500	500	500
Resonatorgüte	—	9000	9500	—	4100		7000 / 4500	8000	6000	7000	—	—
Shuntimpedanz	MΩ	(2)	1,2	—	1,3		—	—	0,7	1,0	—	—

Kapitel V

Das klassische Cyclotron

32. Grundsätzliche Betrachtungen

Wir wollen uns nun der *Kreisbeschleunigung von Ionen im transversalen Magnetfeld zuwenden.* Die zum Beginn des Kapitel II abgeleitete und in Abb. 9 dargestellte Abhängigkeit des Produktes aus Kreisbahnradius R und Kraftflußdichte B von der kinetischen Energie E_k der Teilchen gilt auch für das Folgende. Wesentliche Änderungen gegenüber den Überlegungen in Ziffer 24 sind nur deswegen zu erwarten, weil die Ruhmasse der schweren Teilchen und damit der Übergang aus dem NR- in das ER-Gebiet bei erheblich größeren Energien liegt als für Elektronen (vgl. Tabelle 1). Die Geschwindigkeit der Ionen steigt noch mit der Wurzel aus der kinetischen Energie an und nähert sich der Lichtgeschwindigkeit erst bei kinetischen Energien, die von der Größenordnung 1 GeV und mehr sind; die relativistische Massenzunahme bleibt bis zu Energien von der Größenordnung 50 MeV eine kleine Korrektur, die sich nur in speziellen Fällen bemerkbar macht.

Mit dem Namen Cyclotron bezeichnen wir einen Kreisbeschleuniger für schwere Teilchen (Ionen), in welchem diese in einem örtlich und zeitlich *konstanten* Magnetfeld umlaufen [1]), wobei sie zu wiederholten Malen Hochfrequenzbeschleunigungsstrecken durchlaufen und dabei ständig Energie gewinnen. (Erste Arbeiten von *Lawrence* und *Edlefson* [115] sowie *Lawrence* und *Livingston* [116]. Übersichtsdarstellungen bei *Gentner* [112] und bei *Fremlin* und *Gooden* [110]). In der Grundgleichung (1,II) der Kreisbahnbewegung

$$RB = \frac{Mv}{e}$$

ist wegen $B = const$ und für zunächst nicht zu große Endenergien

$$R \approx const \cdot v \quad (\text{wegen } M \approx M_0 \text{ Ruhemasse})^{2)} \qquad (1,V)$$

d. h. mit zunehmender Ionenenergie erhöht sich im wesentlichen nur die Geschwindigkeit der Ionen, nicht ihre Masse, und der Radius der von ihnen

---

[1]) Örtlich konstant nicht im strengen Sinne, vgl. Ziffer 34.

[2]) Bis einschl. Ziffer 33 bleibt die relativistische Massenzunahme unberücksichtigt ($M = M_0$); erst ab Ziffer 34 werden die Folgerungen aus $M > M_0$ gezogen.

durchlaufenen Kreisbahn wächst entsprechend (1,V) mit. Die Zeit τ, die das Ion für einen Umlauf auf der Kreisbahn benötigt, ist gegeben durch

$$\tau = \frac{2\,\pi\,R}{v} = const, \qquad (2,V)$$

da ja nach (1,V) R proportional v ist. Kleine und große Kreise werden von den Ionen in gleichen Zeiten durchlaufen. Das Ion läuft mit konstanter Winkelgeschwindigkeit auf den Kreisen von verschiedenem Radius um:

$$\omega = \frac{v}{R} = const. \qquad (3,V)$$

Die Konstanz der Umlaufsfrequenz für Teilchen verschiedener Energie im homogenen Magnetfeld ist der entscheidende Punkt, weswegen ein solches Cyclotron überhaupt funktioniert. Dies gilt aber nur solange, als die *Konstanz der Ionenmasse* gewährleistet ist. Im Gebiet größerer Energien macht sich nämlich die relativistische Massenveränderlichkeit bereits bemerkbar. Darauf stoßen wir schon bei einer eingehenden Besprechung dieses nicht-relativistischen oder „klassischen" Cyclotrons (in der angelsächsischen Literatur genauer als „fixed frequency cyclotron" bezeichnet).

33. Aufbau des Cyclotrons

Der Gesamtaufbau des Cyclotrons wird durch Abb. 42 veranschaulicht. Ein über zwei Joche geschlossener großer Gleichstrommagnet erzeugt zwischen zwei kreisrunden Polschuhen mittels oberhalb und unterhalb angebrachter

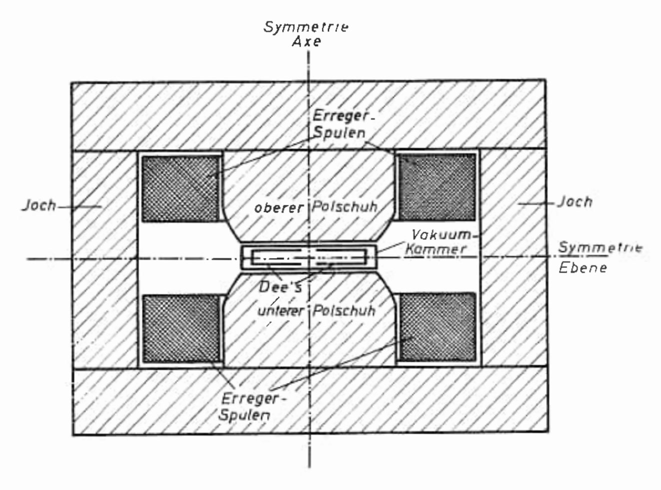


Abb. 42: Gesamtaufbau eines Cyclotrons
Schnitt durch die Symmetrieachse (schematisch)

Erregerspulen ein starkes homogenes Magnetfeld. Zwischen den Polschuhen befindet sich eine Vakuumkammer, die in ihrem Inneren zwei isolierte halbkreisförmige Dosen enthält (wegen ihrer Ähnlichkeit mit einem lateinischen D allgemein als „Dee's" bezeichnet), zwischen denen die beschleunigende hochfrequente Wechselspannung liegt und die in Abb. 5 bereits in ihrem prinzipiellen Aussehen wiedergegeben wurden. Die Vakuumkammer (Abb. 43) hat links zwei größere Ansätze, durch die die Zuleitungen zu den

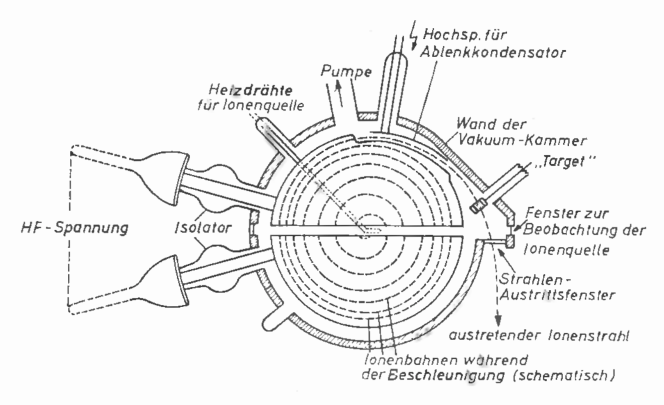


Abb. 43: Grundsätzlicher Aufbau der Vakuumkammer mit Dee's, Ionenquelle, Ionenbahnen usw.
Schnitt durch Symmetrieebene (schematisch)

Dee's laufen, ferner einen Ansatz für das Hineinsetzen und das Herausnehmen der Ionenquelle, die in der Mitte zwischen den Dee's am Boden der Vakuumkammer angebracht ist, sowie evtl. weitere Ansätze für das Auspumpen und das Ein- und Ausbringen von Materialien, die bestrahlt werden sollen. Die Bahn eines Ions während der Beschleunigung ist gestrichelt angedeutet: Beim Austreten aus der Ionenquelle wird es von der Spannung zwischen den Dee's beschleunigt, durchläuft in dem (von elektrischen Feldlinien praktisch freien) Raum innerhalb eines Dee's im Magnetfeld einen Halbkreis, durchquert unter Energiezuwachs wieder den Zwischenraum zwischen den Dee's, durchläuft einen etwas vergrößerten Halbkreis im anderen Dee usf. Durch dauernde Vergrößerung seines Bahnradius gelangt es schließlich an den Außenrand der Dee's bzw. des Magnetfeldes, wo es entweder auf eine Prallplatte aus dem zu untersuchenden Material („target") auftrifft oder durch ein elektrostatisches Ablenkfeld weiter nach außen abgelenkt wird und damit schließlich, dem Einfluß des Magnetfeldes entzogen, durch ein Fenster in der Vakuumkammer in den freien Außenraum hinausläuft.

Die maximal erreichbare Energie der Teilchen hängt nach (1,II) nur von dem Radius und der Kraftflußdichte des Magnetfeldes ab, und zwar gilt hier (NR-Gebiet!):

$$R B = \frac{M_0 c}{e} \sqrt{2 \frac{E_k}{E_0}} \quad \text{oder} \quad E_{k\,\max} = \frac{e^2 R_{\max}^2 B^2}{2 M_0} \tag{4,V}$$

Bei der Diskussion des Zusammenhangs der verschiedenen Größen muß berücksichtigt werden, daß — abgesehen vom vorgegebenen maximalen Radius $R_{\max}$ des Magnetfeldes — die Wellenlänge λ der verwendeten Hochfrequenz an den Dee's im allgemeinen durch die einmal gebaute Anlage fest vorgegeben ist, während B in gewissen Grenzen variiert werden kann. Wir schreiben also E_k in (4,V) als Funktion von $R_{\max}$ und λ um. Die Wellenlänge der Hochfrequenz wird:

$$\lambda = \frac{2 \pi c}{\omega_{\sim}} . \tag{5,V}$$

$\omega_{\sim}/2\pi$ muß aber mit der Umlaufsfrequenz $\omega/2\pi$ der Teilchen übereinstimmen, damit diese „im Takt" bleiben: Wegen $\omega/2\pi = v/2\pi R$ wird mit (1,II)

$$\frac{\omega}{2 \pi} = \frac{1}{2 \pi} \frac{e B}{M_0} . \tag{6,V}$$

Mit (5,V) und (6,V) wird:

$$B = 2 \pi c \frac{M_0}{e} \frac{1}{\lambda} , \tag{7,V}$$

also

$$\frac{E_{k\,\max}}{E_0} = 2 \pi^2 \frac{R_{\max}^2}{\lambda^2} \tag{8,V}$$

Nach (8,V) scheint es zunächst, als ob durch Wahl eines genügend kleinen Wertes von λ die Endenergie entsprechend vergrößert werden könnte. λ kann aber aus folgenden Gründen nicht beliebig klein gewählt werden.

a) Die Dee's besitzen eine Kapazität, die sich aus Konstruktionsgründen nicht beliebig klein machen läßt, womit der Wellenlänge des Wechselfeldes an den Dee's eine untere Grenze gesetzt ist.

b) Wegen (7,V) ist $\lambda \sim 1/B$. Nun läßt sich B bei vernünftigem Aufwand nicht über etwa 2 Vs/m^2 steigern, womit ein minimaler Wert für λ festgelegt ist. Beide Bedingungen legen eine untere Grenze für die Wellenlänge auf etwa 10 bis 20 m fest; eine Erhöhung der maximalen Energie läßt sich also nur durch Vergrößerung des Radius und damit des gesamten Cyclotrons erreichen.

Wir entnehmen aus (8,V) ferner (E_k proportional R^2), daß die Umlaufskreise der Teilchen mit zunehmendem Radius immer enger aneinanderliegen, wie es in Abb. 42 angedeutet ist.

Nach (8,V) ist schließlich bei vorgegebenem maximalem Radius R_{max} des Magnetfeldes und vorgegebener Wellenlänge die erreichbare Energie proportional zur Ruhenergie, d. h. zur *Ruhmasse* der beschleunigten Teilchen. Man wird also erwarten, daß man mit einer einmal gebauten Anordnung z. B. Protonen auf 4 MeV, Deuteronen auf 8 MeV und α-Teilchen auf 16 MeV beschleunigen kann. Wenn es auch trivial sein mag, so scheint es doch ganz lehrreich, genauer zu verfolgen, wie diese Proportionalität zwischen maximaler Energie und Teilchenmasse im einzelnen zustande kommt.

A. Die Wellenlänge des Senders sei fest vorgegeben, es ist also:

$$\lambda = 2\,\pi\,\frac{M_0\,c}{e\,B} = const. \qquad (9,V)$$

B. Aus (9,V) ergibt sich für B folgende Bedingung

$$B \sim \frac{M_0}{e}, \quad (e \text{ hier Gesamtladung})$$

Setzen wir für die Protonenmasse und die Protonenladung eins, so stehen die Quotienten für Protonen, Deuteronen und α-Teilchen im Verhältnis 1 : 2 : 2. Somit müssen sich auch die Magnetfelder in gleicher Weise zueinander verhalten. Die eingangs erwähnte Proportionalität von $E_{k\,max}$ und M_0 nach (8,V) kann in einem Cyclotron nur verwirklicht werden, wenn sich für Deuteronen und α-Teilchen die Kraftflußdichte verdoppeln läßt.

C. Stellt man das Magnetfeld für die Protonen, Deuteronen und α-Teilchen entsprechend dem Verhältnis 1 : 2 : 2, ein, so laufen die Teilchen auf gleichen Radien mit gleicher Geschwindigkeit v, d. h. $v/R = const\; e\,B/M_0$.

Es gilt deshalb auch auf der letzten Bahn am Rande des Magnetfeldes $v_p : v_d : v_\alpha = 1 : 1 : 1$.

D. Die zu einem bestimmten v-Wert gehörige kinetische Energie ist aber $E_k = M_0\,v^2/2$ (NR-Gebiet); wegen der Gleichheit von v für alle drei Teilchenarten wird also $E_k \sim M_0$.

E. Da Protonen und Deuteronen bei jeder Durchquerung der Beschleunigungsstrecke den Energiebetrag $e\,U$, die α-Teilchen wegen ihrer doppelten Ladung dagegen den doppelten Energiebetrag $2\,e\,U$ aufnehmen, muß sich die Zahl der Umläufe dieser drei Teilchen bis zum Erreichen der Endenergie verhalten wie 1 : 2 : 2.

Kurz gesagt, kommt also die Proportionalität der Endenergie mit der Masse der Teilchen folgendermaßen zustande: Die *Deuteronen* erreichen die doppelte Endenergie wie die Protonen, weil sie im doppelten Magnetfeld ($2\,B_{Prot}$) doppelt soviel Umläufe machen, bei gleichem Energiegewinn je Umlauf, die α-Teilchen erreichen die vierfache Endenergie wie die Protonen, weil sie erstens doppelt soviel Umläufe machen und weil sie zweitens bei jedem Umlauf doppelt soviel kinetische Energie gewinnen.

Nach den bisherigen Überlegungen scheint die maximale Teilchenenergie beim Cyclotron eindeutig festgelegt durch Wahl von R und λ, und zwar unabhängig von der Größe der Wechselspannung zwischen den Dee's (die nur die Anzahl der Umläufe bis zum Erreichen der Endenergie bestimmt). Tatsächlich kommt aber — wegen des Einflusses der beginnenden Massenveränderlichkeit — noch eine Bedingung zwischen der Endenergie und dem Scheitelwert der Wechselspannung hinzu; die Umlaufzahl im Cyclotron kann nämlich *nicht* beliebig groß gemacht werden. Auf diese Frage wird im nächsten Kapitel eingegangen.

34. Richtungsfokussierung und Phasenbeziehungen

Die Frage der Richtungsfokussierung bedarf beim Cyclotron einer genaueren Untersuchung. Das homogene Magnetfeld bewirkt ja zunächst eine *radiale*, aber keine axiale Richtungsfokussierung. Hinzu kommt, daß beim Durchgang durch die Beschleunigungsstrecken elektronenoptische Linsenwirkungen auftreten. Diese konnten beim Elektronensynchrotron unberücksichtigt bleiben, weil sie gegenüber den Fokussierungskräften des „Betatronfeldes" keine Rolle spielen. Beim Mikrotron besteht im phasenstabilen Bereich automatisch auch eine gewisse Richtungsfokussierung. Beim Cyclotron dagegen muß festgestellt werden, ob und in welchem Umfang die Beschleunigungsstrecken den Ionenstrahl in axialer Richtung fokussieren.

Diese Frage wurde, speziell im Hinblick auf das Cyclotron, in zwei Arbeiten untersucht (*Rose* [118], *Wilson* [121]), die in wesentlichen Punkten zu dem gleichen Ergebnis kommen. Die Diskussion der Ansätze und Resultate dieser Arbeiten vermittelt im Zusammenhang mit neueren Untersuchungen mindestens einen qualitativen Einblick in die Vorgänge bei der Beschleunigung der Ionen im Cyclotron. Das Verständnis dieser Vorgänge wird allerdings erschwert durch den Umstand, daß bei der Betrachtung der Linsenwirkungen auch die *Phase* des Durchgangs der Ionen durch die Beschleunigungsstrecke wesentlich ist (keine statischen Linsen!), während beim Betatron die Phase überhaupt nicht interessiert und beim Elektronen-Synchrotron die Phase von der Richtungsfokussierung völlig getrennt behandelt werden kann. Aus diesem Grunde sind im folgenden die Richtungsfokussierung und die Phasenbetrachtung zu einem gemeinsamen Kapitel zusammengefaßt.

Wir gehen aus von dem Potentialfeld zwischen den Dee's (Abb. 44 a). Beim Durchgang durch dieses Feld soll ein Ion von links nach rechts laufend stets beschleunigt werden (wir wollen zunächst der Einfachheit halber annehmen, daß sich die Teilchen bei der Durchquerung in der Mitte zwischen den Dee's befindet, wenn gerade das Maximum der Dee-Spannung erreicht ist). Im Falle einer *statischen* Spannung wirkt eine solche Linse stets als Sammellinse, und zwar deswegen, weil das Ion den sammeln-

den Teil der Linse links von der z-Achse mit kleinerer Energie durchläuft, als den dazu völlig symmetrischen rechten Teil der Linse, der zerstreuend wirkt.

Wir berücksichtigen nun, daß sich das Feld der Linsen ändert (Wechselspannung an den Dee's!), während das Teilchen die Linse passiert, und lassen verschiedene Zeiten des Eintritts in die Linse relativ zum Maximum der Dee-Spannung zu (Phase). Für nicht zu kleine Umlaufsradien, also

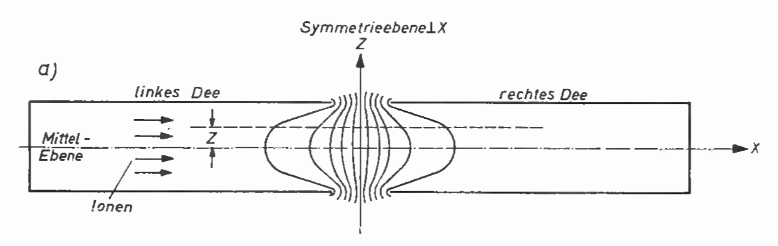


Abb. 44a: Potentialfeld zwischen den Dee's (Vertikalschnitt, schematisch)

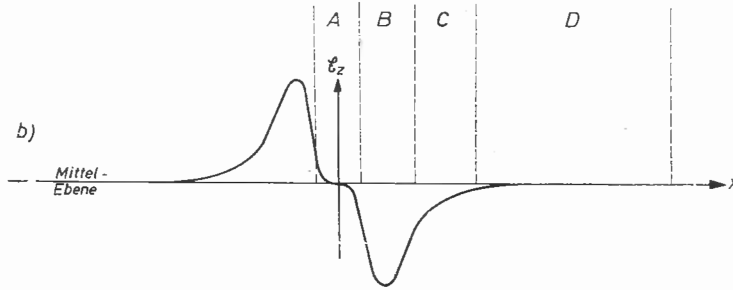


Abb. 44b: Axiale Feldstärkenkomponente $\mathfrak{E}_z$ als Funktion von x im Abstand z von der Mittelebene (schematisch); ferner: vier Bereiche A, B, C, D bezüglich Linsenwirkung der Dee's (vgl. Text)

etwa im Bereich C von Abb. 44 b ergibt sich für die Winkelabweichung $\Delta\alpha$ des durchlaufenden Ions der Ausdruck

$$\Delta\alpha = -\frac{e\,U_m \sin(\psi + \pi/2)\,\omega}{E_k \qquad\quad v}\,z, \tag{10,V}$$

wobei U_m die Scheitelspannung an den Dee's, ψ der Phasenwinkel des Durchgangs ist ($\psi = -\pi/2$ für die Scheitelspannung, $\psi > 0$ nach dem Nulldurchgang), E_k die kinetische Energie des Ions, ω und v seine Winkel- und Lineargeschwindigkeit, $z > 0$ seine Abweichung von der Mittelebene nach oben bedeuten. $\Delta\alpha/z$ ist also negativ (Fokussierung), wenn $\sin(\psi + \pi/2)$ positiv ist, d. h. wenn das Ion die Linse während des *Ab*falls der Wechselspannung durchquert, während sich im ansteigenden Teil der Wechsel-

spannung *De*fokussierung ergibt. Dies ist auch leicht einzusehen, wenn man die relative Schwächung oder Verstärkung der Zerstreuungslinse relativ zur Sammellinse während der Durchquerungszeit bedenkt.

Wir fassen zusammen: Beim Durchgang des Teilchens durch *eine einzelne Linse* setzt sich die Fokussierung aus zwei verschiedenen Anteilen zusammen, die a) aus der Energieänderung des Teilchens beim Durchgang durch die Linse und b) aus der zeitlichen Änderung des Linsenfeldes während des Durchgangs des Teilchens resultieren. Der Anteil a) liefert einen Beitrag im Phasenbereich $-\pi < \psi < 0$, der Anteil b) nur im Phasenbereich zwischen $-\pi/2$ und 0 (im Bereich $-\pi$ bis $-\pi/2$ liefert er *De*fokussierung). Nun ist leider bei den im Cyclotron vorliegenden Verhältnissen der Anteil b), absolut genommen, stets erheblich größer als a), so daß sich Fokussierung im wesentlichen nur im Phasenbereich zwischen $-\pi/2$ und 0 ergibt; wegen des Einflusses von a) wird die untere Grenze nur unwesentlich über $-\pi/2$ hinaus in Richtung auf $-\pi$ verlagert.

Betrachtet man die summarische Wirkung *vieler* Linsen, die nacheinander durchlaufen werden, so muß man neben der Änderung der Neigung des Ionenweges beim Passieren einer Linse in (10,V) auch noch die Parallelverschiebung der Ionenbahn in jeder Linse berücksichtigen[1]. Auf diesem Wege ergibt sich eine Differentialgleichung für die Änderung des Abstandes eines Ions von der Mittelebene (Differentialgleichung der elektrischen Fokussierung):

$$\frac{d^2 z}{d\varkappa^2} + \pi \frac{e U_m \sin(\psi + \pi/2)}{E_k} z = 0 \text{ [2]}. \qquad (11,V)$$

wobei $dz/d\varkappa$ die Abstandsänderung von der Mittelebene beim Durchgang durch die $\varkappa$-te Linse bedeutet[3]. Für $|\psi| < \pi/2$ ergeben sich also Oszillationen um die Mittelebene mit einer proportional $\sqrt[4]{E_k}$, also langsam *wachsenden* Amplitude und einer proportional $\varkappa$ wachsenden Periode, die groß ist gegen die Umlaufsperiode. Man ersieht ferner aus (11,V), daß die elektrische Fokussierungswirkung im ganzen nicht sehr groß ist und vor allem mit steigender Energie (steigender Umlaufszahl) schnell gegen Null abnimmt. Dies ist auch durchaus verständlich, wenn man bedenkt, daß es sich bei dieser elektrischen Fokussierung um die *Differenz*wirkung zweier schon an und für sich kleiner Größen handelt (Fokussierung und Defokussierung links und rechts von der Mittelebene) und daß diese kleine Differenz-

---

[1]) Das wird, optisch gesprochen, dadurch hervorgerufen, daß die Elektronenlinsen nicht unendlich dünn, sondern dicke Linsen mit weit auseinanderliegenden Hauptebenen sind, deren Abstand von der Größenordnung R ist.

[2]) Primär handelt es sich bei (11,V) um eine Differenzengleichung, bei der z. B. das Glied $d^2 z/d\varkappa^2$ die Form $z_{\varkappa+1} - 2 z_\varkappa + z_{\varkappa-1}$ hat.

[3]) Glieder mit $(e U_m/E_k)^2$ wurden vernachlässigt.

wirkung nur auf einem relativ kurzen Stück der Bahn auf die Ionen einwirken kann, nämlich nur an der Übergangsstelle von einem Dee zum anderen.

Vor allem wegen des schnellen Abklingens der elektrischen Fokussierungskraft mit zunehmendem Radius der Kreisbahn[1]) muß man sich für den äußeren Bereich des Cyclotrons (Bereich *D* in Abb. 44 b) nach einer anderen Fokussierungsmöglichkeit umsehen, wenn der Ionenstrahl am Rande des Cyclotrons noch eine brauchbare Intensität haben soll. Hierfür steht nur die Möglichkeit *magnetischer* Fokussierung in der *z*-Richtung zur Verfügung. Nach den Ausführungen über die Richtungsfokussierung im Betatron muß also das Magnetfeld mit dem Radius nach außen hin *ab*fallen. Dieser Abfall des Magnetfeldes braucht allerdings beim Cyclotron nur sehr schwach zu sein (etwa 1 %), denn bei der Fokussierungswirkung der Lorentzkraft handelt es sich nicht um einen Differenzeffekt wie bei der elektrischen Linse, sie wirkt auf das Ion längs seines *Gesamt*weges ein, außerdem ist sie proportional der Ionengeschwindigkeit und wird deshalb mit zunehmendem Radius (Energie) größer.

Ausgehend von der Bewegungsgleichung des Ions in der *z*-Richtung

$$M \frac{d^2 z}{d t^2} = e \, [\mathfrak{v} \mathfrak{B}]_z \tag{12,V}$$

gelangt man zu einer Differentialgleichung für *z*, die unter Benutzung des linearen Ansatzes für den Feldabfall $B(R) = B(R_s)\,(1 - n\,\Delta R/R_s)$ folgende Form annimmt (vgl. Ziffer 6; Bedeutung von *z* und $\varkappa$ wie in (11,V):

$$\frac{d^2 z}{d \varkappa^2} + \pi^2 n z = 0\,^{2}). \tag{13,V}$$

Fokussierung kann also nur dann eintreten, wenn $n > 0$ ist (*ab*fallendes Feld!); dagegen setzt eine sehr starke Defokussierung in der *z*-Richtung ein (*e*-Funktion!), sobald das Magnetfeld mit dem Radius auch nur auf kurze Entfernung um kleine Beträge *zu*nimmt. Die Amplitude der nach (13,V) entstehenden Schwingung ist proportional zu $n^{-1/4}$[3]). Diejenigen Ionen, die einmal von diesen Schwingungen erfaßt sind und deren Anfangsamplitude kleiner war als die halbe Dee-Höhe, sind also „eingefangen" und nehmen

---

[1]) Abgesehen davon, daß auch beim Vorhandensein elektrischer Fokussierung die Amplitude der entstehenden Schwingungen in der *z*-Richtung langsam anwächst (vgl. oben).

[2]) Dabei kann ein in der Rechnung auftretendes Glied mit $dz/d\varkappa$ vernachlässigt werden, weil es mit wachsendem $\varkappa$ sehr schnell klein wird.

[3]) Wegen der Konstanz des Wirkungsintegrals, das proportional zu $\frac{z^2_{max}}{\tau_z}$ ist, nimmt mit schwach (adiabatisch) wachsendem *n* die Amplitude und die Periodendauer ab (vgl. Abb. 45).

am weiteren Beschleunigungvorgang teil. Der Vorgang ist in Abb. 45 dargestellt. Die ausgezogenen Linien geben den berechneten Verlauf der Schwingung bei verschiedener Anfangsabweichung von der Mittelebene an; die gestrichelten Linien sind experimentell als Größe der Maximalamplitude in der Weise festgestellt worden, daß Drahtstücke in vertikaler Lage bei verschiedenem Radius (verschiedenem Abstand vom Zentrum) im Cyclotron bestrahlt wurden; es wurde dann der Bereich auf jedem Draht festgestellt, innerhalb dessen künstliche Radioaktivität entstanden war.

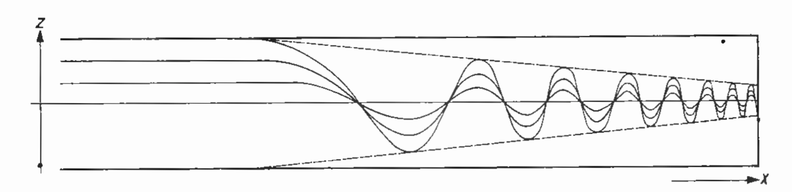


Abb. 45: Axiale Fokussierung durch Abfall des Magnetfeldes mit dem Radius; berechnet: ———, gemessene Strahlhöhe: - - - (nach *Wilson* [121])

Will man also eine große Ionenintensität aus dem Cyclotron herausholen, so kommt es offenbar darauf an, möglichst viele Ionen von der Ionenquelle her in den Bereich des abnehmenden Magnetfeldes hineinzubringen. Aus diesem Grunde ist es wichtig, sich auch mit dem Start der Ionen und ihrem Verhalten bei den ersten Umläufen genauer zu beschäftigen. Man erkennt ferner aus Abb. 45, daß es nicht notwendig ist, den Dee's bis zum Rand des Magnetfeldes ihre volle Höhe zu belassen,

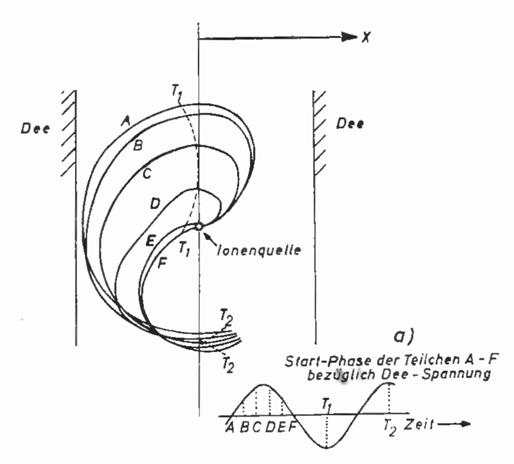


Abb. 46: Anfangsbahnen bei verschiedener Startphase (berechnet für das 60″-Cyclotron in Birmingham, nach *Allwood* [107])

sondern man kann sie, entsprechend den gestrichelten Linien in Abb. 45, nach außen hin verengen. Das ist durchaus erwünscht, weil dadurch die Kapazität gegen den Vakuumtank verringert wird; leider steht dem aber entgegen, daß innerhalb der Dee's am Rande des Magnetfeldes noch häufig eine Ablenkplatte eingebaut wird, um den Ionenstrahl aus dem Cyclotron herauszuführen (vgl. Ziffer 37).

In der unmittelbaren Umgebung der Ionenquelle, also im Raum etwa zwischen den Kanten der Dee's (Raum A in Abb. 44 b), besitzt die HF-Feldstärke keine wesentliche Komponente in der z-Richtung. *Allwood* [107] hat numerisch berechnet, wie die Bahnen der Ionen kurz nach dem Verlassen der Ionenquelle in der Mittelebene aussehen (Abb. 46). Es zeigt sich überraschenderweise, daß alle Ionen, die bei verschiedener Phase der Wechselspannung (Punkte A bis F in Abb. 46 a) die Ionenquelle verlassen, bereits nach *einer* Periode räumlich eng gebündelt sind; der Abstand des Bündels vom Ursprung gibt einen Hinweis auf die maximal erlaubte radiale Ausdehnung der Ionenquellen. Was aber in diesem Zusammenhang

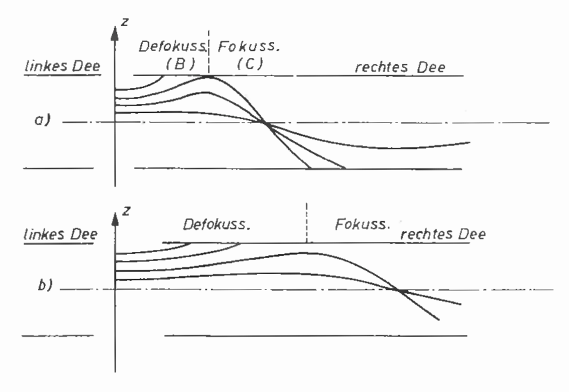


Abb. 47: Bereiche der axialen Defokussierung („B") und Fokussierung („C") und Ionenabweichung von der Mittelebene bei verschiedener Anfangsabweichung
a) kleiner Dee-Abstand b) großer Dee-Abstand
relativ zur Dee-Höhe
(nach *Wilson* [121])

wichtiger ist: Sowohl die Ionen, die mit der Phase $-\pi < \psi < -\pi/2$ (A, B, C), als auch die, welche mit der Phase $-\pi/2 < \psi < 0$ (D, E, F) die Ionenquelle verlassen haben, eilen phasenmäßig dem Ion voraus, das mit der Phase $\psi = -\pi/2$, also im Scheitelpunkt der Wechselspannung startete. Im Zusammenhang mit den Ausführungen über den Phaseneinfluß auf die elektrische Fokussierungswirkung können wir schließen, daß hierdurch sogar für Ionen nahe der Mittelebene *keine* elektrische Fokussierungswirkung zu erwarten ist: Ionen, die vom Verlassen der Ionenquelle her eine Geschwin-

digkeitskomponente in der z-Richtung mitbekommen hatten, werden diese mindestens beibehalten.

Auf den nächsten Umläufen kommen nun die Ionen mit der Phasenlage $\psi \leqq -\pi/2$ in ein Gebiet, wo erhebliche elektrische Feldstärkekomponenten in der z-Richtung auf sie einwirken (Abb. 44 b, Bereich B). Dies wurde von *Wilson* auf graphischem Wege genauer untersucht (Abb. 47). Zwischen dem eben besprochenen Kerngebiet A und dem weiter oben besprochenen Gebiet C der elektrischen Fokussierung entsteht ein Zwischenbereich B, in dem eine ausgesprochene elektrische Defokussierung vorhanden ist. Die Ausdehnung dieses Gebiets hängt vom Abstand der Dee's relativ zu ihrer lichten Höhe ab. Bei enger zusammenstehenden Dee's ist es schmaler und die Defokussierung nicht so wirkungsvoll, offenbar weil die Ionen wegen der Aufweitung ihrer Bahn weniger oft dieses gefährliche Gebiet durchlaufen. Es ist also günstig, die Dee's so nahe aneinanderzustellen wie nur möglich (Überschläge zwischen den Dee's sind wegen des starken vertikalen Magnetfeldes des Cyclotrons sehr erschwert).

Das Resultat der beiden letzten Absätze können wir so zusammenfassen: während der ersten Umläufe (Gebiet A und B in Abb. 44 b), die dafür entscheidend sind, wieviel Ionen noch ins Gebiet der beginnenden magnetischen Fokussierung gelangen, tritt Richtungs-*De*fokussierung auf. Man ist also gezwungen, gerade in diesem Kerngebiet das Magnetfeld dahingehend abzuändern, daß es mit dem Radius abfällt.

Wir wollen nun betrachten, wie sich ein solches abfallendes Magnetfeld, das aus Gründen der Richtungsfokussierung verlangt werden muß, auf die *Durchgangsphase* der umlaufenden Ionen im Wechselfeld auswirkt. Dabei wollen wir der Vollständigkeit halber gleich den Einfluß einer beginnenden Massenveränderlichkeit mit einbeziehen. Die Winkelgeschwindigkeit der Ionen ist gegeben durch:

$$\omega = \frac{e\,B}{M} = \frac{e\,B}{M_0\,(1 + E_k/E_0)}\,.$$

Damit die Umlaufsfrequenz $\omega/2\,\pi$ gleich der konstanten Frequenz des Wechselfeldes $\omega_{\sim}/2\,\pi$ bleibt, müßte also eigentlich dasjenige Magnetfeld, bei dem das Teilchen in Resonanz umläuft, proportional $1 + E_k/E_0$ *ansteigen* („Resonanzfeld" B_{res} in Abb. 48). Da ein Anstieg des Magnetfeldes nicht zulässig ist, weil dann sofort starke magnetische Defokussierung auftreten würde, wird im *konstanten* Magnetfeld die Umlaufsfrequenz dauernd kleiner, das Ion wird hinter der vorgegebenen Wechselfrequenz in der Phase immer mehr zurückbleiben, bis es den Phasenwinkel $\psi = 0$ überschreitet, bei dem die Beschleunigung in eine Verzögerung übergeht. Das Teilchen würde dann, bevor es den Außenrand des Magnetfeldes (R_m) erreicht hat, auf einer Spirale wieder zum Zentrum des Cyclotrons zurückkehren.

Die Anzahl N der Umläufe, die mit Energiegewinn verbunden sind, ist aus diesem Grund beim Cyclotron begrenzt. Eine qualitative Überlegung liefert für die Umlaufszeit

$$\tau = \frac{2\,\pi\,M_0\,(1 + E_k/E_0)}{e\,B} = \tau_s + \Delta\,\tau\,, \tag{14,V}$$

mit

$$\Delta\,\tau = \frac{2\,\pi\,M_0}{e\,B}\,\frac{E_k}{E_0}\,.$$

τ_s ist die konstante Umlaufszeit im NR-Gebiet ($M = M_0$). Der gesamte Energiegewinn des Teilchens ist dann $E_k = N\,e\,U_m \ldots$ (unter Vernachlässigung der Phase, wodurch noch ein Zahlenfaktor kinzukommt). Andererseits ist die Umlaufszahl N von der Größenordnung $\tau_s/4\,\Delta\tau$ (ebenfalls unter Weglassung eines Zahlenfaktors, der die Änderung des Zeitintervalls $\Delta\,\tau$ als Funktion der Phase berücksichtigt), und damit wird die erreichbare Energie

$$E_k \sim \frac{e\,U_m}{\Delta\,\tau} \sim \frac{e\,U_m}{E_k/E_0}\,, \tag{15,V}$$

also

$$E^2_{k_{\max}} \sim e\,U_m\,E_0$$

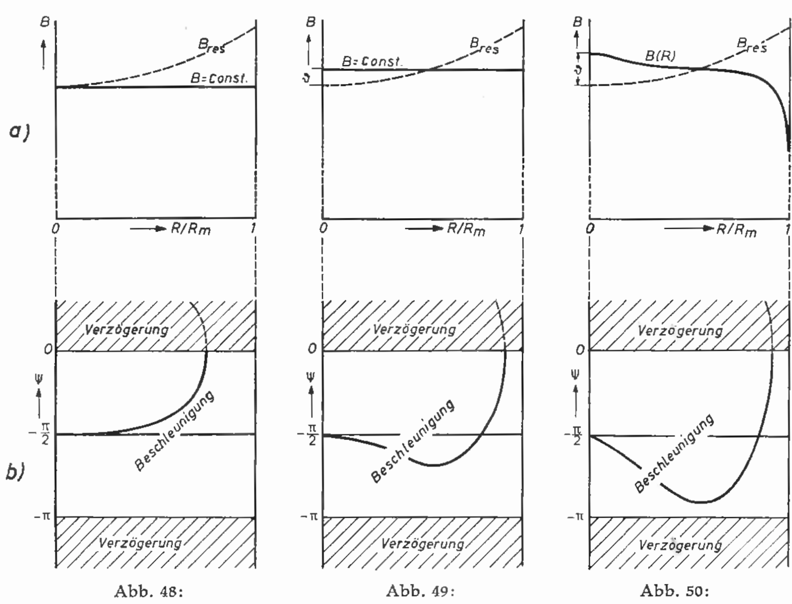


Abb. 48: Abb. 49: Abb. 50:

Magnetfeld (a) und zugehöriger Phasenverlauf (b) beim Cyclotron (schematisch, vgl. Text)

Bei der genaueren Durchrechnung muß natürlich über die zu den verschiedenen Phasen gehörenden Energiegewinne integriert werden, und es muß ferner berücksichtigt werden, daß auch $\Delta\tau$ sich während des Beschleunigungsvorganges ändert. *Rose* [118] erhält für den Fall eines völlig homogenen Magnetfeldes auf diesem Wege den Ausdruck:

$$E^2_{k_{\max}} = \frac{2}{\pi} E_0 \, e \, U_m$$

(für *Protonen;* für Deuteronen $\sqrt{2}$fache, für α-Teilchen $2\sqrt{2}$fache) Endenergie. (15,V) sagt aus, daß über die Beziehung (8,V) zwischen der maximalen Energie, dem maximalen Radius und der vorgegebenen Frequenz hinaus eine „kritische Dee-Spannung" U_{krit} existiert, die zum Erreichen einer bestimmten Endenergie im Cyclotron notwendig ist[1]). Da die Endenergie nur mit der Wurzel aus dieser kritischen Dee-Spannung ansteigt, andererseits aber der Dee-Spannung bei einigen hundert kV wegen der Überschlagsgefahr zur Vakuumkammer eine Grenze gesetzt ist, existiert offenbar für das Cyclotron mit fester Frequenz eine obere Energiegrenze, die durch eine Gesamtvergrößerung nicht mehr wesentlich überschritten werden kann; der technische Aufwand wird dann jedenfalls schnell derart groß, daß es zweckmäßiger und billiger ist, ein „Synchrocyclotron" oder „Isochroncyclotron" zu bauen, wie es ab Ziffer 40 beschrieben wird. Die Energiegrenze liegt für Deuteronen bei etwa 25 MeV.

Um die Umlaufszahl und damit die Endenergie wenigstens innerhalb gewisser Grenzen zu erhöhen, kann man den Verlauf der Phase während der Beschleunigung gegenüber dem in Abb. 48 dargestellten Fall dadurch verbessern, daß man das Magnetfeld in der Mitte des Cyclotrons etwas stärker macht als das Resonanzfeld, in der Weise, wie es in Abb. 49 a, b dargestellt ist.

Die Phase ψ geht dann zunächst in das Gebiet $-\pi < \psi < -\pi/2$ hinein und kehrt ihre Wanderungsrichtung erst um, wenn B_{res} das wirklich vorhandene $B = const$ schneidet. **Eine Erhöhung der Umlaufszahl** und damit der Endenergie kann man auf diesem Wege also nur dadurch erkaufen, daß man Phasenwerte zwischen $-\pi/2$ und $-\pi$ zuläßt. Dadurch tritt aber in diesem Gebiet elektrische Defokussierung auf, so daß eine magnetische Fokussierung in der Mitte des Cyclotrons unbedingt notwendig wird. Das Magnetfeld des Cyclotrons *muß* von der Mitte aus zunächst sogar stärker abfallen, als nach den weiter oben angestellten Fokussierungsüberlegungen zu erwarten war. Man muß sich für einen Verlauf von B etwa nach Abb. 50 entscheiden (Feldverlauf im Cyclotron der Universität Birmingham, vgl. *Fremlin* und *Gooden* [110]; einen ähnlichen Feldverlauf besitzt auch das Cyclotron der „Washington University", St. Louis, vgl. *Gallop* [111]). Die zugehörige

---

[1]) In der Praxis muß U_{krit} noch um 20 bis 30 % überschritten werden.

Phase verläuft qualitativ wie in Abb. 50b[1]). Im optimalen Fall könnte die Phase am Rand des Cyclotrons gerade 0 betragen; tatsächlich muß sie aber noch wesentlich *unter* diesem Wert liegen, jedenfalls wenn der Strahl aus dem Cyclotron herausgeholt werden soll, wie sich in Ziffer 37 zeigen wird. Zum Abschluß wollen wir die Richtungs- und Phasenfragen beim Cyclotron noch einmal in größerem Zusammenhang betrachten. Ein Teilchen im Cyclotron möge auf einer Bahn vom Radius R_s umlaufen und in dem betrachteten Augenblick gerade eine solche Energie E_s besitzen, daß R_s und E_s zusammen mit dem Magnetfeld an der Stelle R_s die Grundgleichung (1,II) befriedigen; das Teilchen besitzt dann eine Winkelgeschwindigkeit $\omega_s = v/R_s$, die mit der Kreisfrequenz $\omega_\sim$ der beschleunigenden Wechselspannung übereinstimmen möge, und seine Durchgangsphase im Dee-Feld sei in dem betrachteten Moment $\psi = 0$. Es gilt dann:

$$e\,c^2\,B_s = E_s\,\omega_\sim. \tag{16,V}$$

Da das Teilchen bei seinen nächsten Umläufen zwischen den Dee's wegen seiner Phasenlage keinerlei Energie gewinnt, wird es seine Gesamtenergie E_s beibehalten und auf seinem Kreise ad infinitum weiter umlaufen.

Wenn dieses Teilchen aber eine Durchgangsphase $\psi < 0$ besitzt, wird seine Gesamtenergie zunächst über E_s hinaus anwachsen; dadurch wird sich wegen $E \sim 1/\omega$ seine Umlaufsfrequenz verkleinern, und seine Phasenlage wird sich in Richtung auf 0 verschieben. Wenn es die Phasenlage 0 erreicht hat, besitzt es eine Energie $E > E_s$ und damit ein $\omega < \omega_\sim$: Es wird also seine Phasenlage weiter in der gleichen Richtung in die Verzögerungshalbwelle hinein verschieben, und zwar solange, bis es durch Verzögerung wieder die Energie E_s erreicht hat. In diesem Moment ist aus dem betrachteten Teilchen ein solches mit zu B_s passender Gesamtenergie E_s und damit passender Umlaufsfrequenz $\omega_s = \omega_\sim$ geworden, aber seine Phase liegt jetzt in der Verzögerungshalbwelle. Es wird also weiter verzögert, wobei seine Energie kleiner wird als E_s und damit seine Umlaufsfrequenz größer als $\omega_\sim$. Die Phasenlage verschiebt sich wieder in Richtung auf 0 usw. *Das betrachtete Teilchen führt demnach stabile Phasen- und Energieschwingungen um den Phasenpunkt 0 als Ruhelage aus.*

Es handelt sich hier um eine ganz analoge Betrachtungsweise, wie wir sie schon beim Elektronen-Synchrotron kennengelernt haben (vgl. Abb. 27), aber mit dem wesentlichen Unterschied, daß es beim Cyclotron nur einen *einzigen* stabilen Phasenpunkt gibt ($\psi = 0$) und daß in diesem einen stabilen Phasenpunkt keine Beschleunigung stattfindet. Diese Eigenschaft erklärt nicht nur ganz allgemein, daß es eine obere Energiegrenze für das

[1]) Die Phasenlage des Teilchens ist natürlich noch in gewissen Grenzen von der Startphase des Teilchens an der Ionenquelle abhängig; wegen Abb. 48a verlaufen die Bahnen aller Teilchen, die nicht mit $\psi = -\pi/2$ starteten, unterhalb der gezeichneten Phasenkurve, erreichen aber keinen größeren Endradius.

Cyclotron gibt, weil die Teilchen stets dem Phasenpunkt zustreben, der keine weitere Beschleunigung mehr gestattet, sondern diese Eigenschaft ist auch für den verwickelten Charakter der im letzten Abschnitt behandelten Richtungs- und Phasenfragen verantwortlich zu machen. Eine Verbesserung in einer Richtung verlangt bei diesem Gerät fast ausnahmslos ein Zugeständnis in einer anderen. Der ganze Beschleunigungsvorgang im Cyclotron erfolgt höchstens während einer halben „Phasenschwingung" in dem früher beim Synchrotron erläuterten Sinn.

35. Magnet und Feldverlauf

Im vorigen Kapitel haben wir die grundsätzlichen Erfordernisse erörtert, die das Magnetfeld eines Cyclotrons erfüllen sollte; es folgen nun noch einige mehr ins einzelne gehende Ergänzungen. Da die Formen der verschiedenen Cyclotronmagneten im großen und ganzen recht ähnlich sind, kann man wegen der Proportionalität von E (erreichte Endenergie) mit R^2 (nutzbarer Radius) und wegen des mit R^3 anwachsenden Gewichts einen ungefähren Zusammenhang zwischen dem Gewicht G des Magneten (in t) und der Endenergie (in MeV) durch folgende Zahlenwertgleichung angeben:

$$G \sim 1{,}5\, E^{3/2}.$$

Beim allgemeinen Aufbau des Magneten bilden die Joche ein Rechteck, weil es notwendig ist, von beiden Seiten gut an die Vakuumkammer zwischen den Polschuhen heranzukommen. Die Zuführungen der Hochfrequenzspannung für die Dee's werden mit der Vakuumkammer fest verbunden. Auf dem Stromspulenkasten sind Schienen montiert, so daß das ganze System bei Reparaturarbeiten herausgerollt werden kann. Als

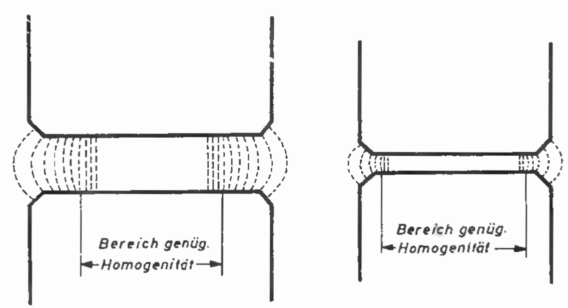


Abb. 51: Einfluß des Polschuhabstandes auf den Feldabfall am Rande des Cyclotrons (schematisch)

Material wird weiches Eisen (z. B. Armco-Eisen) verwendet; die Polenden sind nach innen abgeschrägt, um einen möglichst schnellen Übergang des homogenen Feldes innerhalb in ein steil abfallendes Feld außerhalb der Polschuhe zu erreichen. Der steile Feldabfall nach außen hin ist besonders

wichtig, wenn der Strahl aus dem Cyclotron herausgeführt werden soll. (Nähere Begründung in Ziffer 37).

Für *den Abfall des Magnetfeldes* nach außen hin sind im wesentlichen drei Faktoren maßgebend:

a) Der Abstand der Polschuhe: Je kleiner der Polschuhabstand, desto schärfer der Abfall nach außen — abgesehen von der kleineren Leistung für die Erregung des Feldes (Abb. 51). Da für die Unterbringung der Vakuumkammer wegen der darin befindlichen Dee's ein gewisser Raum benötigt wird, verkleinert man den Luftspalt wenigstens insofern, als man den oberen und den unteren Deckel der Vakuumkammer aus kräftigen Eisenplatten herstellt (eigentliche Polschuhe), die noch spezielle Profile besitzen können (vgl. c).

b) Die Sättigung des Eisens, die das Streufeld vergrößert: Vom Gesichtspunkt eines scharfen Feldabfalls wäre eine möglichst kleine Induktion empfehlenswert; diese aber macht wieder einen größeren Magneten, damit größere Dee's und eine entsprechend größere Hochfrequenzanlage notwendig. Im allgemeinen werden daher Flußdichten von 1,6 bis 1,8 Vs/m² verwendet.

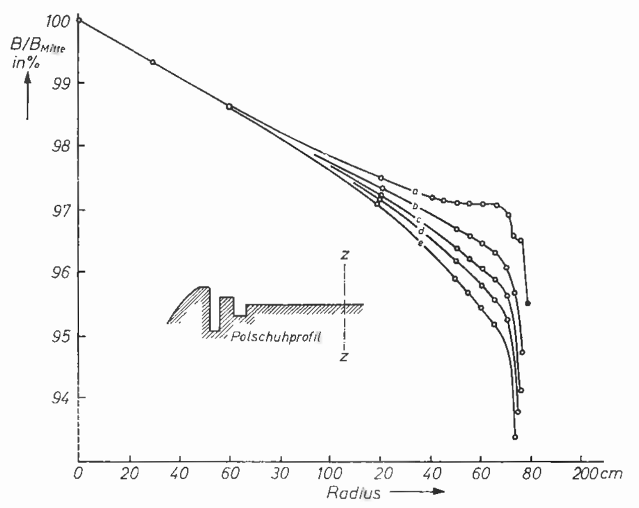


Abb. 52: Polschuhprofil und Feldverlauf des Synchrocyclotron-Magneten des Carnegie Inst. Pittsburgh. (Die Erregung steigt von Kurve a bis e an, der Einfluß der beginnenden Eisensättigung ist deutlich zu erkennen; aus *Gallop* [111])

c) Das Profil der Polschuhflächen: Durch geeignete Formgebung der Polschuhflächen, besonders am Rande des Feldes, wird versucht, den Feldverlauf im gewünschten Sinn zu beeinflussen. Abb. 52 zeigt die Polschuhform des Synchrocyclotron-Magneten in Pittsburgh mit zwei

„Shims" [1]) als Profil und den zugehörigen Feldverlauf bei verschieden starker Erregung. Solche Profile, wenn sie fest in die Deckel der Vakuumkammer eingebaut sind, werden als „innere Shims" bezeichnet.

Ist die Vakuumkammer von den Polschuhen getrennt wie in Abb. 42, so kann der dazwischenliegende Raum für das Einschieben von Eisenstücken zur Korrektur des Magnetfeldes ausgenutzt werden („äußere Shims"). Es hat sich gezeigt, daß besonders durch Verstärkung des Feldes im Zentrum die Intensität des herausgeführten Strahls erheblich gesteigert werden kann. Dies mag durch die Fokussierung im Kernbereich bedingt sein, mindestens teilweise aber auch dadurch, daß der Strahl durch die Feldverstärkung im Zentrum besser „zentriert" wird. Es gibt nämlich verschiedene Einflüsse, die eine *De*zentrierung des umlaufenden Ionenstrahls bewirken: Erstens kann die Spannungsverteilung längs der Dee-Kanten ungleichförmig sein (falls Ausdehnung der Dee's nicht mehr klein gegen λ, sowie evtl. wegen verschiedener Form der Dee's), zweitens können azimutale Abweichungen des Magnetfeldes vorhanden sein. Beides würde sich dahin auswirken, daß sich der Ionenkreis in einer Richtung verlagert oder eine Präzessionsbewegung ausgeführt (Genaueres vgl. *Fremlin* und *Gooden* [110]).

Abschließend ist in Abb. 53 der ungefähre Feldverlauf bei einigen Cyclotrons als Funktion von R/R_m (R_m = Radius am Austrittsspalt) wiedergegeben. Das Feld nimmt zwar bei allen Geräten mit dem Radius mehr oder weniger ab, es bestehen aber relativ große Unterschiede im Feldverlauf bei den verschiedenen Cyclotrons. Die rücktreibenden Kräfte in der z-Richtung auf Grund des Feldabfalls (vgl. Ziffer 6) sind z. B. bei dem St. Louis-Cyclotron bis zu achtmal größer als bei dem Pittsburgh-Cyclotron.

Ausmessung des Magnetfeldes. Nach dem Aufbau des Magneten muß zunächst geprüft werden, ob das Feld den vorgesehenen Verlauf hat. Diese Prüfung bezieht sich auf die Lage der „Mittelfläche" und auf die azimutalen Feldabweichungen. Um die Lage der Fläche festzustellen, auf der in allen Punkten B_r verschwindet [2]), kann man die Ausrichtung eines kleinen Stückchens Eisendraht, an dem ein kleiner Spiegel befestigt ist, an den verschiedenen Stellen zwischen den Polschuhen beobachten. Abweichungen der „Mittelfläche" von der Mittelebene werden z. B. durch Differenzen der magnetischen Widerstände im oberen und unteren Teil des Magneten hervorgerufen; solche Fehler lassen sich meistens durch Zu- oder Abschalten einiger Windungen in der oberen oder unteren Stromspule beheben. An der Universität Chicago wurde noch eine weitere interessante Methode zur Feststellung der Lage der „Mittelfläche" ausgearbeitet (*Anderson* und

---

[1]) Ursprüngliche Bedeutung: Kleines Korrekturstück. — Die spezielle Form in Abb. 52 nach *Foss* [109].

[2]) Diese Fläche, im folgenden kurz „Mittelfläche" genannt, soll bei richtiger Justierung mit der Mittelebene zusammenfallen.

Marshall [108]). Eine Drahtschleife wird in das Magnetfeld gebracht und mit Gleichstrom entgegengesetzt der Umlaufsrichtung der Ionen beschickt. Die Drahtschleife ist in diesem Fall bestrebt, einen möglichst großen Fluß zu umfassen, d. h. sie wird zu einem Kreis ausgespannt. Die Drahtlänge muß so bemessen sein, daß der Radius des Kreises ebenso groß ist wie der Radius, für den die Lage der Mittelfläche festgestellt werden soll. Wird nun der Drahtkreis durch eine bewegliche Unterstützung (Schwimmer) in einer gewissen Höhe zwischen den Polschuhen gehalten, so werden auf ihn, falls er außerhalb der Mittelfläche liegt, Kräfte wirken, die ihn von der Mittelfläche zu entfernen suchen. Erst wenn er genau in der „Mittelfläche" selbst liegt, befindet er sich in einem „labilen" Gleichgewicht; durch Verschiebung seiner Höhenlage läßt sich die Richtung der Abstoßung und damit die Lage der „Mittelfläche" festlegen.

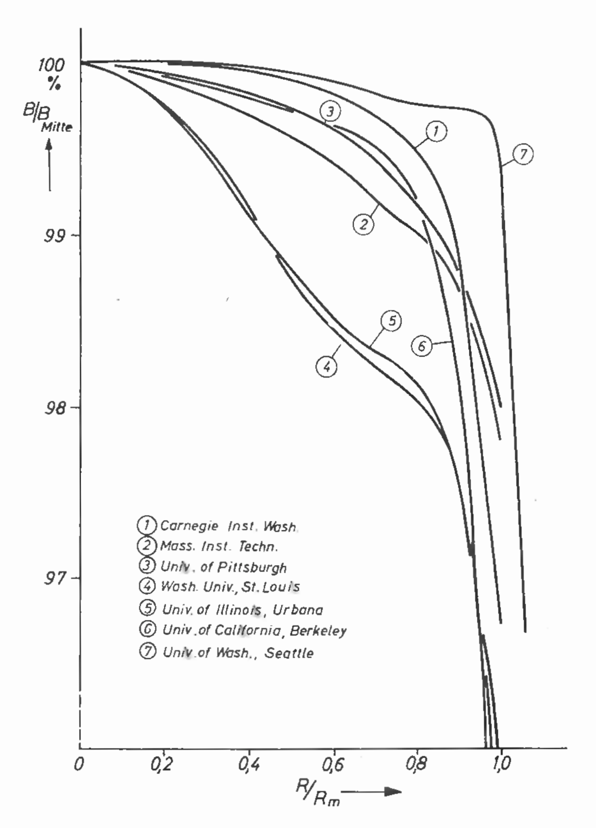


Abb. 53: Radialer Feldverlauf einiger USA-Cyclotrons aus *Gallop* [111] (vgl. Text)

Azimutale Schwankungen der Flußdichte werden üblicherweise durch Herumführen einer rotierenden oder vibrierenden Meßspule oder einer Hallsonde um die Mittelachse des Magneten in einem bestimmten Abstand R kontrolliert. Dabei läßt sich die Genauigkeit dieser Messung durch Anwendung einer Nullmethode erhöhen: Man schaltet der Meßspule oder der Hallsonde eine andere, in der Nähe des Zentrums des Magneten befindliche entgegen. Auf diese Weise läßt sich noch eine Schwankung der Flußdichte von der Größe 10^{-4} Vs/m^2 feststellen, also eine Meßgenauigkeit von der Größenordnung $1 : 10^4$ erzielen. Entsprechende Messungen in radialer Richtung kann man durch radiale Bewegung einer Meßspule durchführen. Der relative Abfall der Flußdichte in radialer Richtung, der für den gesamten Radius des Magnetfeldes von der Größenordnung 1 % ist, läßt sich auf diese Weise hinreichend genau überprüfen.

Die Erregerspulen werden gekühlt, um die Stromwärme abzuführen und den Gesamtmagneten thermisch zu stabilisieren (auch die Raumtemperatur spielt dabei eine Rolle). Sie werden für eine bestimmte Betriebstemperatur berechnet und müssen zu Anfang des Betriebes „einlaufen", damit ihre Temperatur den gewünschten konstanten Betriebswert erreicht. Wesentlich ist es, das Magnetfeld auf dem für Resonanz günstigsten Wert konstant zu halten. Dies weniger aus Gründen einer konstanten Intensität, sondern um den Bereich klein zu halten, innerhalb dessen die *Energie* der Ionen streut. Die Mittel für diese „Stabilisierung" des Feldes sind je nach den Ansprüchen verschieden. Im allgemeinen wird es genügen, das Generatorfeld dadurch zu überwachen, daß man das Magnetfeld zur Steuerung benutzt oder den Strom der Erregerspulen. Überwachungseinrichtungen, die von der Intensität des austretenden Strahls gesteuert werden, erlauben gleichzeitig die Kontrolle anderer Parameter, z. B. der Spannung an den Dee's; der Aufwand ist entsprechend größer. Die Schwierigkeit der Konstanthaltung wird aber, im ganzen gesehen, dadurch stark gemildert, daß die Zeitkonstante des Erregerkreises sehr groß ist (genauere Diskussion solcher Vorrichtungen vgl. bei *Mann* [117]).

36. Vakuumkammer, Hochfrequenzanlage, Dee's

Die Vakuumkammer ist bei kleineren Cyclotrons aufgebaut aus einem Messing- oder Bronzering, dessen Boden aus einer einige Zentimeter starken Eisenplatte besteht, die vakuumdicht mit dem Ring verbunden ist. Den Deckel bildet eine zweite Eisenplatte, die mittels eines oder zweier konzentrischer Gummiringe gedichtet und abnehmbar ist, damit man an die inneren Aufbauten herankommt; die lichte Höhe der Kammer beträgt 10 bis 20 Zentimeter. Der Messingring trägt eine ganze Reihe von Ansätzen: für die Einführung der Dee's, für die Ablenkplatte — falls diese für sich in die Kammer eingeführt wird und nicht durch einen der Dee-Ansätze —,

ferner für die Ionenquelle, für Pumpen, für eine Einrichtung zur Messung der Dee-Spannung sowie für Beobachtungsfenster zur Feststellung der Lage der Dee's, um nur die wichtigsten zu nennen (beim 60"-Cyclotron in Berkeley sind etwa 70 gummigedichtete Durchführungen und Ansätze angebracht!). Bei größeren Cyclotrons wird die Vakuumkammer („tank") auch merklich größer gebaut als die Polschuhflächen und nicht rund, sondern als rechteckiger Kasten, falls dies aus Konstruktionsgründen günstiger erscheint. Für das Auspumpen benötigt man Diffusionspumpen, deren effektive Sauglesitung an der Vakuumkammer in Liter je s mindestens dem Kammerinhalt in Litern entspricht. Das zur Ionenerzeugung nötige Gas wird meist durch die Ionenquelle selbst zugeführt, wie im nächsten Kapitel beschrieben, und soll möglichst schnell weggepumpt werden, da für den Betrieb ein Vakuum von der Größenordnung 10^{-5} Torr benötigt wird. Für die Bestrahlung von Materialien ist meist noch eine besondere kleine Kammer angebaut, die gegen den eigentlichen Vakuumraum abgedichtet werden kann und ein Auswechseln (Ausschleusen) der Materialien gestattet, ohne in die Hauptkammer Luft einzulassen [1]).

Die beiden Dee's werden in ihrer Lage durch ihre Zuleitungen gehalten, deren Ende geerdet ist, so daß an der Halterung keine Isolationsschwierigkeiten entstehen. Sie bilden zusammen mit ihren Zuleitungen ein $\lambda/4$-System, das auf die Erregerfrequenz dadurch abgestimmt werden kann, daß ein Kurzschlußbügel auf den Dee-Zuleitungen verschoben wird (Lechersystem). Für die Hochfrequenzerregung ist eine Anzahl verschiedener Systeme in Gebrauch. Im Prinzip wird jedes nach gewöhnlichen Regeln gebaute HF-Aggregat aus Steuer-Oszillator und Leistungsverstärker auch beim Cyclotron befriedigend arbeiten. Die benötigte Wellenlänge liegt im Bereich von 10 bis 30 Meter. Der Dee-Kreis besitzt aber einen großen Q-Wert ($Q = \omega L/R$ zwischen 3000 und 10 000), so daß einfachere Lösungen des Problems unter Verwendung selbsterregter Sender möglich sind [2]). Es ist hier nicht der geeignete Platz, die Vor- und Nachteile der verschiedenen Systeme gegeneinander abzuwägen. In Abb. 54 sind daher einfach zwei solcher Hochfrequenzschaltungen dargestellt, wie sie bei einer ganzen Anzahl von Cyclotrons Verwendung gefunden haben, z. B. bei den 60"-Cyclotrons in Berkeley und in Birmingham (Abb. 54 a), bei den Cyclotrons im Mass. Inst. Techn. (45"), in Urbana (37") und in Pittsburgh (47"),

[1]) Konstruktive Einzelheiten speziell für das 37"-Cyclotron in Berkeley findet man bei *Kurie* [113]; vgl. auch *Gentner* [112], wo auch eine Konstruktionszeichnung wiedergegeben ist.

[2]) Wie *Fremlin* und *Gooden* [110] ausführen, ist ein großer Q-Wert beim Cyclotron wegen der damit verbundenen Resonanzempfindlichkeit eigentlich unerwünscht. Es wird in Wirklichkeit ein großer Blindwiderstand benötigt. Die dafür getroffenen Maßnahmen (große Kupferleiter usw.) führen aber notwendigerweise zu einem großen Q-Wert.

Abb. 54b. Der Oszillator des Mass. Inst. Techn. gibt bei 40 kW Eingangsleistung mehr als 20 kW an das Dee-System weiter. Für den Oszillator in Abb. 54 a wurde in Berkeley eine Spezialröhre an laufender Pumpe entwickelt, die bei 80 kW Anodenleistung eine Spannung von 200 kV an den Dee's ermöglicht, in Birmingham eine entsprechende Röhre sogar für 300 kW, von denen mehr als 60 % an das Dee-System weitergegeben werden. Es ist bemerkenswert, daß damit die Spannung an den Dee's nicht mehr durch die Leistung der Röhre, sondern durch den elektrischen Überschlag zwischen den Dee's und der Vakuumkammer begrenzt ist.

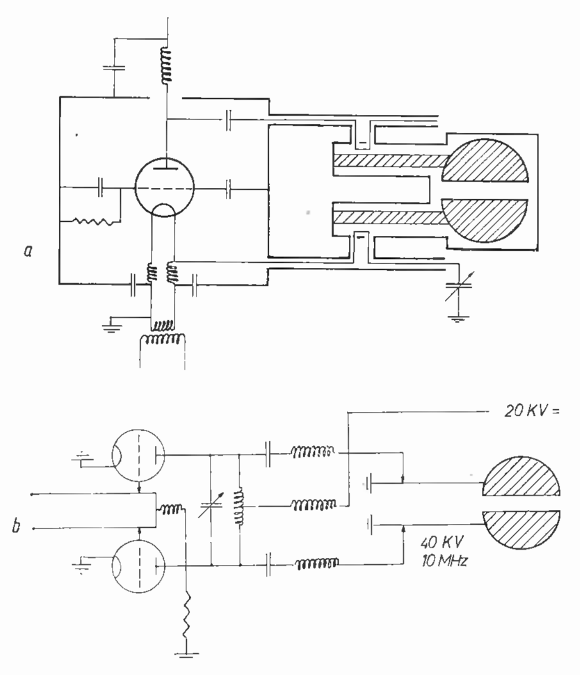


Abb. 54: Gebräuchliche Schaltungen des Senders für die hochfrequente Wechselspannung an den Dee's:

a) Prinzipskizze eines Einröhren-Leistungsoszillators (Gitter der Röhre geerdet)
b) Prinzipskizze eines Gegentaktoszillators mit abgestimmtem Gitter- und Anodenkreis

Wir wollen an dieser Stelle rekapitulieren, auf welchem Wege es beim klassischen Cyclotron zu einer endgültigen Begrenzung der erreichbaren Energie kommt. Die Begrenzung der Umlaufzahl N (S. 116) bedingt die Vergrößerung der Dee-Spannung $U_\sim$ und damit die Vergrößerung der HF-Leistung proportional $U_\sim^2$. Die Erhöhung von $U_\sim$ erfordert wegen der Überschlagsgefahr zwischen den Dee's und dem Boden bzw. Deckel der

Vakuumkammer eine Vergrößerung des Luftspaltes zwischen den Polschuhen des Magneten. Die Vergrößerung des Luftspaltes zieht aber (wegen der Ausweitung des Streufeldes) einen weicheren Randabfall des Magnetfeldes, also eine Verkleinerung des „brauchbaren" Radius nach sich, und damit die Notwendigkeit einer Vergrößerung des Polschuhdurchmessers. Schließlich wachsen mit zunehmender Endenergie die Dimensionen der Dee's so stark an, daß ihre Ausdehnung nicht mehr klein ist gegen die Wellenlänge der HF. Hieraus folgt eine ungleiche Spannungsverteilung längs des Spaltes zwischen den Dee's, die nur dadurch verbessert werden könnte, daß die HF-Spannung den Mitten der Dee's von entgegengesetzten Richtungen zugeführt wird[1]). Die experimentellen Schwierigkeiten und der gesamte Aufwand steigen also mit der Endenergie beim Cyclotron so stark an, daß mit dem 60″-Gerät offenbar die Grenzen dieses Geräts im wesentlichen erreicht sind.

Es ist klar, daß bei sehr großen Dee-Spannungen beträchtliche Hochfrequenzströme ($\approx 10^4$ A) zwischen den Dee's über die Dee-Halterungen und den Kurzschlußbügel fließen. Da der Verlauf der HF-Ströme praktisch nur durch die Verteilung der Blindwiderstände bestimmt wird, nicht aber durch die Verteilung der Ohmschen Widerstände, muß darauf geachtet werden, daß keine Übergangswiderstände zwischen aneinandergesetzten Metallteilen (erhöhter Ohmscher Widerstand) auftreten, da sonst erhebliche lokale Aufheizung stattfindet. Die Dee's und vor allem ihre Halterungen müssen ferner aus Kupfer hergestellt werden und mit Wasserkühlungen zur Abführung der Stromwärme versehen sein. (Die Relais in den Kühlwasserleitungen stellen wegen ihrer großen Zahl einen wesentlichen Teil der Kosten im Etat der Cyclotronüberwachung dar!) Die Kühlrohre werden mit den Dee-Flächen verlötet und dienen gleichzeitig zur mechanischen Stabilisierung. Aus Gewichtsgründen werden die Dee's aus relativ dünnem Kupferblech gebaut.

Das Verhältnis von Innen- zu Außendurchmesser (R_i/R_a) wird durch die Forderung möglichst großer "shunt impedance" bestimmt. Da die hohe Gleichspannung für die Ablenkplatte isoliert durch den Innenleiter hindurchgeführt werden muß, darf R_i wegen der Überschlagsgefahr einen bestimmten Wert nicht unterschreiten. Die Größe R_a hat sich außerdem nach dem verfügbaren Platz zu richten. Die Toleranz für R_i/R_a ist erfreulicherweise ziemlich groß, weil die Shuntimpedanz des Schwingungskreises (Deehalterungen einschließlich der Dees) ein recht flaches Maximum für R_i/R_a gleich $1/4$ bis $1/5$ besitzt, ein Verhältnis von etwa 1/3 ist daher noch

---

[1]) Diese Möglichkeit wurde für das 60″-Cyclotron in Birmingham diskutiert, von einem praktischen Versuch aber wegen der Entwicklung der Synchrotrongeräte abgesehen, vgl. *Fremlin* und *Gooden* [110].

tragbar. Die Konstruktion der Dee-Halterungen wird dadurch erschwert, daß die Dee's möglichst von außen her innerhalb gewisser Grenzen justierbar sein sollen, falls sich z. B. durch Erwärmung Lageverschiebungen ergeben haben. Die „flexible" Stelle kann nur zwischen dem Kurzschlußbügel

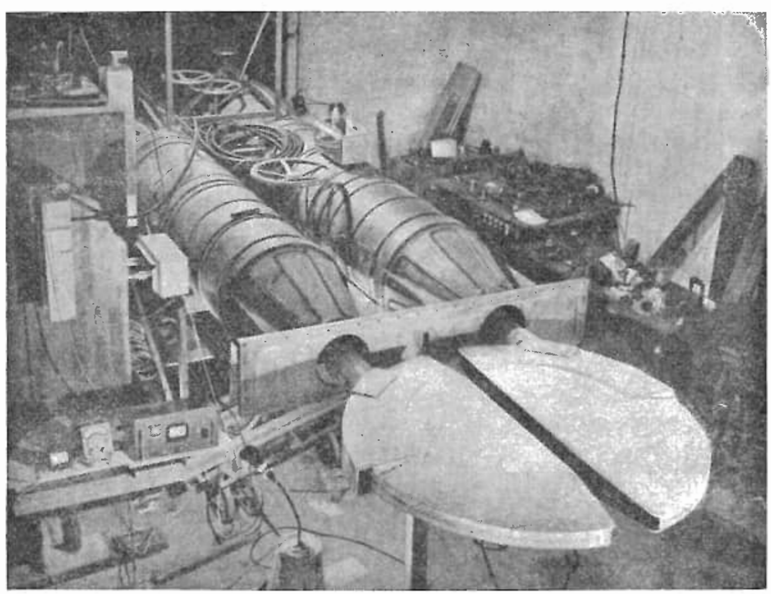


Abb. 55: Dee's und koaxiale Zuleitungen des 60"-Cyclotrons der Universität Birmingham nach *Fremlin* und *Gooden* [110]

und dem geerdeten Ende liegen, wodurch leicht Schwierigkeiten bezüglich der Forderung nach besonders guten Kontakten zwischen Kurzschlußbügel und Dee-Zuführungen entstehen. Die Zuführung der HF-Energie bereitet isolationsmäßig keine großen Schwierigkeiten, weil wegen der Transformationseigenschaft der $\lambda/4$-Leitung die Speise-Spannung nur einen Bruchteil der Dee-Spannung beträgt. Immerhin ist die Konstruktion der Dee-Zuführungen — wie schon auf Grund dieser kurzen Ausführung ersichtlich ist — ein ziemlich schwieriges elektrisches und vor allem auch mechanisches Problem.

Zur besseren Veranschaulichung sind in Abb. 55 die Dee's und ihre Zuleitungen für das Cyclotron in Birmingham ohne Vakuumkammer wiedergegeben; die konusartige Verengung der Dee-Zuführung bei ihrer Einmündung in die eine Wand der Vakuumkammer ist im wesentlichen durch den verfügbaren Platz zwischen den Erregerspulen des Cyclotronmagneten vorgegeben.

Es ist ganz lehrreich, bei dieser Gelegenheit den Zusammenhang zwischen der eingespeisten Leistung P, dem Scheitelwert U_m der Dee-Spannung gegen Erde und der Shuntimpedanz Y zu untersuchen. Die notwendige Leistung je Dee wird:

$$\frac{P}{2} = \frac{U_m^2}{2\,Y} \quad \text{oder} \quad U_m = \sqrt{PY},$$

also der maximale Energiegewinn eines einfach geladenen Teilchens beim Übergang von einem Dee zum anderen:

$$2\,e\,U_m = 2\,e\,\sqrt{PY}. \tag{17,V}$$

Diese Beziehung zeigt nicht nur, daß die Dee-Spannung mit der Wurzel aus der eingebrachten Leistung ansteigt, sondern auch, warum es vom Standpunkt der verfügbaren Energie aus gesehen wünschenswert ist, mit zwei Dee's zu arbeiten. Im Prinzip könnte man das Cyclotron nämlich auch mit nur einem Dee betreiben, wie es z. B. beim Synchrocyclotron beschrieben ist; man braucht dann aber für gleiche Endenergie der Teilchen die doppelte Leistung. Zwar würde sich die Gesamtleistung P auf ein Dee konzentrieren mit $U'_m = \sqrt{2PY}$; um aber $U'_m = 2\,U_m$ zu machen, müßte P verdoppelt werden. Damit wird aber auch die Dee-Spannung gegen Erde doppelt so groß wie im Fall zweier Dee's, was wegen der Überschlagsgefahr *gegen Erde* bei großen Spannungen zu Schwierigkeiten führt.

Bei Betrachtung der Dee's und ihrer Zuleitungen in Abb. 55 fällt zweierlei bezüglich der *Dee-Form* auf:

a) die lichte Höhe innerhalb der Dee's nimmt von der Mitte nach dem Rande zu ab, die Gründe dafür wurden bereits früher diskutiert:

b) der Spalt zwischen den Dee's wird nach außen hin breiter. Auch diese Formgebung dient dazu, die Kapazität der Dee's gegen Erde zu verkleinern. Zwar wird durch diese Erweiterung des Abstandes der Dee's mit zunehmendem Radius der Energiegewinn je Durchquerung um einen vom Öffnungswinkel φ abhängigen Faktor verkleinert, der im Grenzfall sehr kleiner Dee-Höhe $\cos \varphi/2$ beträgt, in praxi etwas größer ist: Für kleine φ ist also bei gleicher Senderleistung die Abnahme des Energiegewinns je Umlauf proportional zu φ^2. Demgegenüber nimmt aber die Kapazität der Dee's gegen Erde mit φ linear ab. Bei nicht zu großem φ wird also die Kapazitätsabnahme zu einer Abnahme der Senderleistung bei gleicher Beschleunigung führen und erst bei größeren φ-Werten wird die Senderleistung wieder ansteigen. Die Durchrechnung dieser Verhältnisse (*Fremlin* und *Gooden* [28]) ergibt für gleiche erreichbare Energie ein flaches Minimum der Senderleistung für φ-Werte von etwa 45°, während die Dee's in Abb. 55 mit $\varphi = 10°$ gebaut sind. Angewandt wurden diese Überlegungen auch beim Cyclotron des Mass. Inst. Techn., wo nach einem parallelen Mittelteil von

ungefähr 10 cm Ausdehnung die Dee's unter 20° auseinanderlaufen. Die Erweiterung darf erst bei einem Radius beginnen, für den die Spaltbreite klein gegen den zugehörigen Kreisumfang wird. Vorteilhaft bei dieser Dee-Form ist ferner der entstehende freie Raum, der zur Bestrahlung von Materialien oder zum Einbringen von Sonden Platz bietet.

Bei der Benutzung von selbsterregten Sendern (Rückkoppelung vom Dee-System) tritt eine merkwürdige Schwierigkeit auf. Wenn die Spannung zwischen den Dee's einige 100 V erreicht hat, zündet bei ungenügendem Vakuum eine Glimmentladung von der Art einer Penning-Entladung: Elektronen oszillieren in der magnetischen Feldrichtung zwischen den Dee's auf und ab und ionisieren die Restgase und -dämpfe. Die rückgekoppelte Leistung sinkt dadurch auf so kleine Werte, daß der Sender zu schwingen aufhört. Gelingt es, den Sender irgendwie über diesen gefährlichen Bereich hinwegzubringen, so verschwindet bei höheren Dee-Spannungen die Erscheinung völlig, weil die Ionisierungswahrscheinlichkeit mit zunehmender Dee-Spannung schnell klein wird. Zur Überwindung des „kritischen Punktes" kann es notwendig werden, mit einem besonderen, kleinen Sender den großen durch diesen kritischen Bereich hindurchzuziehen. Bei den Gegentaktschaltungen mit Selbsterregung ist ein solcher besonderer Sender meist nicht nötig, weil — wie die Erfahrung gezeigt hat — eine kleine zeitweise Änderung der Selbstinduktion im Gitterkreis dem Sender über den kritischen Bereich weghilft. Der Mechanismus dieses Vorganges scheint allerdings noch nicht restlos geklärt zu sein.

37. Beendigung des Beschleunigungsvorganges

Wenn die Ionen im Cyclotron nahezu ihre maximale Energie erreicht haben, also auf einem Kreis mit nahezu maximalem Radius umlaufen, beendet man die Beschleunigung, indem man die Ionen auf eine Prallplatte („target") auftreffen läßt oder den Strahl aus dem Magnetfeld des Cyclotrons in den magnetfeldfreien Außenraum herausführt.

Durch Kernprozesse entstehen im Material der Prallplatte radioaktive Elemente, ferner Neutronen, die bei geeigneter Ausblendung als Neutronenstrahl das Cyclotron verlassen.

Neutronen entstehen überhaupt in größerer Zahl überall dort, wo energiereiche Ionen, besonders Protonen und Deuteronen, auf Materie auftreffen, also nicht nur in der Prallplatte, sondern auch an den Wänden der Dee's, der Vakuumkammer usw. Das Cyclotron wird daher mit einem starken Schutzmantel umgeben, um das Bedienungspersonal vor der Neutronenstrahlung zu schützen.

Die Prallplatte kann entweder in den umlaufenden Ionenstrahl gebracht werden (internal), z. B. in den Raum zwischen den auseinanderlaufenden Dee's oder sie kann — wie weiter oben erwähnt — in einer Bestrahlungskammer in den bereits herausgelenkten Strahl gestellt werden, was eine

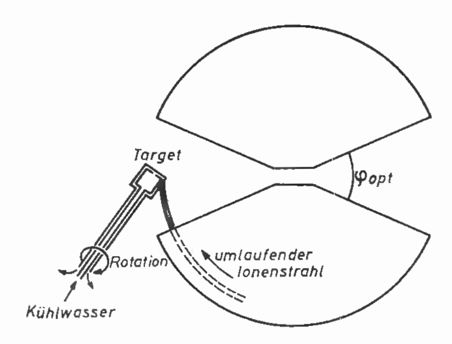


Abb. 56: Anordnung einer rotierenden, wassergekühlten Prallplatte (Target) im umlaufenden Ionenstrahl zwischen den auseinanderlaufenden Dee-Kanten

leichte Auswechselbarkeit der Prallplatte unter Beibehaltung des Vakuums erlaubt. Besonders bei Aufstellung im umlaufenden Strahl liegt die wesentliche Schwierigkeit in der Abführung der durch den Ionenaufprall entstehenden Wärme; denn der größte Teil der auftreffenden Strahlenergie wird in Wärme umgewandelt, und die Strahlleistung ist erheblich. So liefert z. B. das Cyclotron des Mass. Inst. Techn. Deuteronen von 12 MeV bei einem umlaufenden Strahl von 300 bis 400 μA Stromstärke und einem Strahlquerschnitt von 0,2 cm^2; die Strahlleistung beträgt damit etwa 4 kW, die Flächenbelastung etwa 20 kW/cm^2. In dem eben erwähnten Fall hätte der umlaufende Strom ohne weiteres noch auf 1 mA gebracht werden können, aber es gelang nicht, Prallplatten-Materialien und Anordnungen herzustellen, die solche Strahlleistung ausgehalten hätten. Um die Wärmemenge, die pro Zeiteinheit auf einer bestimmten Targetfläche entsteht, zu verringern, wird der Prallplattenkörper, der vom Ionenstrahl unter etwa 45° getroffen wird (Abb. 56) in schnelle Rotation in Analogie zu der Methode der Drehanode bei Hochleistungsröntgenröhren oder auch in eine Schwingbewegung versetzt. Außerdem wird er von innen her noch mit Wasser gekühlt.

Die Wärmeabführung ist nicht so schwierig, wenn die Proben dem herausgelenkten Strahl ausgesetzt werden, der im allgemeinen nur einen Bruchteil von den Intensität des umlaufenden hat. In diesem Fall muß aber das Austrittsfenster gekühlt werden z. B. durch Luft; diese wird dabei radioaktiv. Solche Schwierigkeiten vermeidet man durch eine evakuierte Bestrahlungs-

kammer mit einem Abschlußfenster gegen die Vakuumkammer, das im Betrieb weggeklappt werden kann.

Um den Ionenstrahl aus dem Cyclotron herauszuführen, läßt man ihn einen Plattenkondensator durchlaufen, dessen Feld den Ionen eine Beschleunigung nach außen erteilt. Es werden zwei verschiedene Anordnungen verwendet.

a) Die Außenwand eines Dee's bildet die Innenplatte des Ablenkkondensators, ihr steht in einem Abstand von etwa 1 cm die auf hoher negativer Gleichspannung befindliche isolierte andere Platte gegenüber (Abb. 43). Die Gleichspannung wird durch einen Stutzen zugeführt, der gleichzeitig als Halterung dient; ein parallel geschalteter Kondensator verhindert den Eintritt der HF-Spannung in die Gleichspannungsanlage.

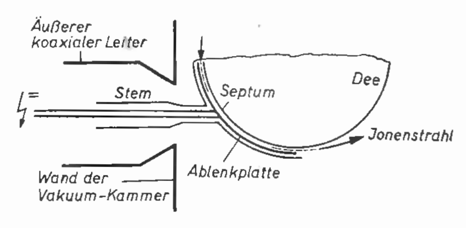


Abb. 57: Anordnung der Ablenkplatte im Inneren des Dee's

b) Der Ablenkkondensator ist in das Innere des einen Dee's hineingebaut (Abb. 57). Die Anordnung wird besonders in größeren Cyclotrons bevorzugt. Die Halterung und Spannungszuführung für die Ablenkplatte ist in das Innere der zugehörigen Dee-Halterung („stem") verlegt, die Gegenplatte („septum") besteht aus einer möglichst dünnen entsprechend gebogenen Wolfram- oder Molybdän-Folie und ist am Dee selbst befestigt. Die Austrittsöffnung für den abgelenkten Strahl ist in Abb. 55 am linken Dee zu erkennen.

Über die Vor- und Nachteile der beiden Konstruktionen läßt sich etwa folgendes sagen: Wegen der leichteren Zugänglichkeit und geringeren Überschlagsgefahr für die Gleichspannung ist zweifellos die Form a) vorzuziehen, bei der außerdem die Dee-Spannung selbst sich der Ablenkspannung überlagert, so daß man im allgemeinen mit kleineren Gleichspannungen an der Ablenkplatte auskommen wird. Die Überlagerung der Dee-Spannung mit der Gleichspannung hat den Nachteil, daß für Ionen, die mit verschiedener Phase in diesen Ablenkkondensator eintreten, die Ablenkspannungen verschieden groß sind. Die Krümmung der Kondensatorbleche kann aber bei vorgegebener Ionenenergie nur für *eine* bestimmte Ablenkspannung richtig sein. Innerhalb eines gewissen Phasen*bereiches* läßt sich dies allerdings durch geeignete Formgebung der Ablenkplatte ausgleichen. Außendem wird durch die außen angebrachte Ablenkplatte die Kapazität eines

Dee's gegen Erde vergrößert, wodurch bei gleicher Dee-Spannung eine Hochfrequenzanlage mit größerer Leistung notwendig wird.

Die Ausführungsform b) hat den Nachteil, daß die Ablenkplatte nach dem Einbau schwer zugänglich ist und daß die Überschlagsgefahr wegen des geringeren Vertikalabstandes zwischen Platte und Dee größer ist (bzw. daß die lichte Höhe der Dee's gegenüber a) vergrößert werden muß). Als Vorteile sind demgegenüber zu nennen die zeitlich konstante Ablenkspannung (Herausführung der Ionen unabhängig von der Phase) sowie das Fortfallen einer Kapazitätsvergrößerung der Dee's durch Einbau der Ablenkplatte.

Zunächst wollen wir überlegen, ob die Herausführung des Strahls aus dem Cyclotron grundsätzliche Schwierigkeiten bereiten kann. Auf den ersten Blick würde man in Anbetracht der Spiralbahn der Teilchen glauben, daß ihre Herausführung als Strahl wesentlich leichter sein müßte, als etwa die Herausführung der Elektronen aus dem Betatron, in dem alle Teilchen ungefähr die gleiche Kreisbahn beschreiben. Eine genauere Überlegung zeigt jedoch, daß tatsächlich eine erhebliche Schwierigkeit ganz anderer Art vorliegt als beim Betatron. Sie hängt wieder damit zusammen, daß sich die Durchgangsphase der Teilchen im Cyclotron auf den Phasenpunkt 0 hin verlagert, und zwar besonders schnell, wenn ein mit dem Radius abfallendes Magnetfeld vorhanden ist (vgl. Ziffer 34). Erreicht oder überschreitet das Teilchen den Phasenpunkt 0, bevor es das Magnetfeld verlassen hat, so wird es abgebremst. Dadurch wird entsprechend der Abnahme seiner Energie der Radius seiner Kreisbahn verringert. Das Teilchen läuft auf enger werdenden Spiralen nach innen. Wesentlich ist also: das im Cyclotron umlaufende Ion muß vor Erreichen des Phasenpunktes $\psi = 0$ dem Einfluß des Magnetfeldes entzogen sein. Nach den Ausführungen über das Betatronfeld ist es aber erst dann „dem Einfluß des Magnetfeldes entzogen", wenn es einen kritischen Radius R_{krit} überschritten hat, bei dem der Exponent des Feldabfalls

$$n = -\frac{R_{\text{krit}}}{B}\left(\frac{\partial B}{\partial R}\right)_{\text{krit}} \tag{18,V}$$

größer als 1 geworden ist. Nun ist es trotz aller Mittel (shims, Polschuhform) bei den relativ großen Polschuhabständen des Cyclotrons nicht möglich, den geringen Feldabfall im Inneren des Cyclotrons $n \approx 0{,}01$ in einen steilen Abfall mit $n > 1$ innerhalb eines so engen R-Bereichs übergehen zu lassen, daß in diesem nur ganz wenige Umläufe stattfinden. Jeder Umlauf in diesem „kritischen" Bereich bringt aber eine besonders starke Phasenverlagerung in Richtung auf $\psi = 0$ mit sich. Hiernach ist es klar, warum bei der Besprechung des Cyclotronfeldes die Notwendigkeit eines möglichst scharfen Feldabfalls an seinem Rande so stark betont wurde.

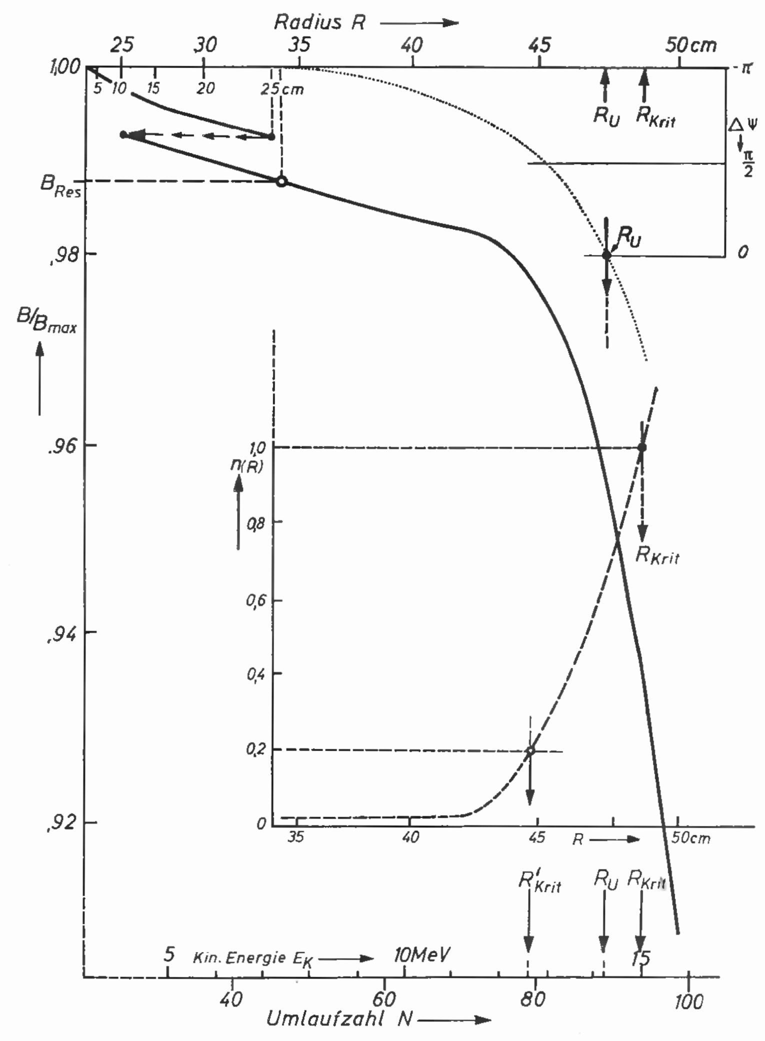


Abb. 58: Feldverlauf eines Cyclotrons, Feldindex n und Phasenabweichung $\Delta\psi$ des umlaufenden Teilchens als Funktion von R^2 (vgl. Text)

Durch den oben beschriebenen Ablenkkondensator werden die Ionenbahnen so schnell erweitert, daß die umlaufenden Teilchen den kritischen Radius überschreiten können. Zur besseren Veranschaulichung dieses Vorganges ist in Abb. 58 der einem praktischen Fall entnommene Feldverlauf in einem

Cyclotron aufgetragen, wobei als Abszisse R^2 gewählt wurde (vgl. die R-Skala oben); hierdurch wird erreicht, daß die Umlaufszahl und die kinetische Energie der Teilchen ungefähr mit der Abszisse linear anwachsen (N- und E_k-Skala unten)[1]. Als Ordinate ist die gemessene Flußdichte in Einheiten der maximalen Flußdichte ($B_m = 1{,}77\,\mathrm{Vs/m^2}$) aufgetragen. Im unteren Teil von Abb. 58 ist ferner der Verlauf von n eingezeichnet, wie er sich durch Auswertung des Verlaufs von B ergibt. Anfänglich hat n innerhalb eines großen Intervalls einen Wert von nur einigen Hundertstel, um dann mit wachsendem Radius im Gebiet des Randfeldes immer steiler anzusteigen, wobei es schließlich bei R_{krit} (ungefähr 49 cm) den Wert 1 überschreitet.

Wir wollen nun untersuchen, wie sich der Phasenwinkel ψ eines Teilchens als Funktion der Teilchenenergie und als Funktion des Feldabfalls ändert. Dazu betrachten wir noch einmal die Umlaufszeit τ eines Ions im Cyclotron:

$$\tau = \frac{2\,\pi\,E}{e\,c^2\,B}\,, \qquad (19,\mathrm{V})$$

und $B = B_{\text{res}} = 0{,}988\,B_m$ (Min. der Phase in Abb. 50). Die Frequenz der HF-Spannung soll so gewählt sein, daß ein Teilchen mit der zu B_{res} gehörenden Energie $E_{\text{res}} = 7{,}3$ MeV gerade in Resonanz umlaufen soll. Seine Umlaufszeit τ_{res} wird dann:

$$\tau_{\text{res}} = \frac{2\,\pi}{e\,c^2}\,\frac{E_{\text{res}}}{B_{\text{res}}}\,.$$

Wenn das betrachtete Teilchen den Phasenwinkel $\psi = 0$ hätte[2], d. h. keine Energie aufnähme, würde es ad infinitum weiter auf dem gleichen Kreise umlaufen (vgl. die Schlußbetrachtung zu Ziffer 34).

Falls es aber, was natürlich erwünscht ist, weiterhin Energie aufnimmt (Phasenwinkel $\psi < 0$), so wird sich wegen des mit wachsendem Radius abnehmenden Magnetfeldes seine Umlaufszeit vergrößern.

Sei τ_ν, die Umlaufszeit des νten Umlaufs, τ_{res} die Umlaufszeit im Resonanzfall, ferner $\tau_0 = \tau_{\text{res}},\ \ \tau_1 = \tau_{\text{res}} + \delta\,\tau_1,\ \ \tau_2 = \tau_{\text{res}} + \delta\,\tau_2, \ldots$
mit $\delta\,\tau_1 = \delta\,\tau_1^*;\ \ \delta\,\tau_2 = \delta\,\tau_1^* + \delta\,\tau_2^*;\ \ \delta\,\tau_3 = \delta\,\tau_1^* + \delta\,\tau_2^* + \tau_3^*; \ldots$
allgemein $\delta\,\tau_\mu = \sum\limits_{\nu=1}^{\mu} \delta\,\tau_\nu^*$. ($\delta\,\tau_\nu^*$ ist die Zunahme von τ beim νten Umlauf!)
Die zugehörigen Werte der Phase seien (bis auf Vielfache von $2\,\pi$, die bei Betrachtung der Phase keine Rolle spielen)

---

[1]) Der Einfachheit halber wird ein „Idealteilchen" vorausgesetzt, das bei jedem Umlauf den gleichen Energiebetrag aufnimmt; die numerischen Verhältnisse werden dadurch nicht wesentlich geändert.

[2]) Über die Definition des Phasenwinkels vgl. Abb. 26.

$$\psi_0 = \psi_{res}; \quad \psi_1 = \psi_{res} + \delta\psi_1; \; \psi_2 = \psi_{res} + \delta\psi_2; \ldots$$

mit $\delta\psi_1 = \delta\psi_1^*$; $\delta\psi_2 = 2\delta\psi_1^* + \psi_2^*$;

$\delta\psi_3 = 3\delta\psi_1^* + 2\delta\psi_2^* + \delta\psi_3^*; \ldots$

Es ist

$$\omega_\sim \delta\tau_\nu^* = \psi_\nu - \psi_{\nu-1} = \Delta\psi_\nu, \qquad \omega_\sim = \frac{2\pi}{\tau_{res}} = const. \tag{20,V}$$

Daraus folgt: $\quad 2\pi\, d\,\tau_\nu^*/\tau_{res} = \Delta\psi_\nu$.

Andrerseits ist wegen (2,V):

$$\frac{\delta\tau_\nu^*}{\tau_\nu} = \frac{\delta E_\nu}{E_\nu} - \frac{\delta B_\nu}{B_\nu}, \text{ also: } \Delta\psi_\nu = 2\pi\frac{\tau_\nu}{\tau_{res}}\left[\frac{\delta E_\nu}{E_\nu} - \frac{\delta B_\nu}{B_\nu}\right] \tag{21,V}$$

Nun ist aber: $\left(\frac{\tau_\nu}{\tau_{res}}\right)_{max} = \frac{E_{max}}{E_{res}}\frac{B_{res}}{B_{max}} \approx 1 +$ einige Hundertstel (vgl. Abb. 58).

Aus (21,V) folgt

$$\frac{\Delta\psi_\nu}{2\pi} \approx \frac{\delta E_\nu}{E_\nu} - \frac{\delta B_\nu}{B_\nu}$$

oder, wenn die Phase in Winkelgraden gemessen wird,

$$\Delta\psi_\nu \approx 360^\circ\left(\frac{\delta E_\nu}{E_\nu} - \frac{\delta B_\nu}{B_\nu}\right),$$

und da δB_ν negativ ist (abnehmendes Feld!), gilt

$$\Delta\psi_\nu \approx 360^\circ\left(\frac{\delta E_\nu}{E_\nu} + \frac{|\delta B_\nu|}{B_\nu}\right).$$

Will man die gesamte Phasenverschiebung nach N Umläufen haben, so muß man noch über ν summieren:

$$\Delta\psi \approx 360^\circ \sum_{\nu=1}^{N}\left(\frac{\delta E_\nu}{E_\nu} + \frac{|\delta B_\nu|}{B_\nu}\right). \tag{22,V}$$

Die genaue graphische Durchrechnung ist ziemlich umständlich, da die Energieaufnahme des Teilchens und damit δE bzw. auch δB vom Phasenwinkel ψ selbst abhängen. Bemerkenswert ist, daß der Einfluß beider Summanden in (22,V) im Gebiet des schwachen Feldabfalls von gleicher Größenordnung ist; sobald aber der Exponent des Feldabfalls n merklich zu wachsen beginnt, überwiegt der Einfluß von δB. Um den ungefähren Verlauf der Phase zu zeigen, ist in Abb. 58 punktiert der Verlauf des

Phasenwinkels ψ eingetragen[1]). Aus dem Verlauf von ψ als Funktion von R ist zu erkennen, daß es unmöglich ist, den kritischen Radius zu erreichen, bevor die Phase sich um den höchst zulässigen Wert π (nämlich von $-\pi$ bis 0) verschoben hat. Der durch die Phasenzunahme (22,V) vorgegebene maximale Radius (Umkehr-Radius R_u) liegt stets merklich unter dem „kritischen" Radius.

Sollen also die Ionen aus dem Cyclotronfeld herausgeholt werden, so bleibt nichts anderes übrig, als sie mit Hilfe einer Ablenkvorrichtung über diesen kritischen Bereich hinwegzubringen. Da die Breite dieses kritischen Bereichs von der Größenordnung 10 % des Radius ist[2]), benötigen wir eine Bahnerweiterung um etwa denselben Betrag und damit eine entsprechende Schwächung der Wirkung des Magnetfeldes durch das Kondensatorfeld. Hieraus folgt eine Forderung für die Größe der Ablenkspannung zwischen den Kondensatorplatten. Die Bahnablenkung am Ende eines Plattenkondensators mit der Plattenspannung U, dem Plattenabstand d und der Länge l ist für Teilchen mit der Ladung e, der Masse M und der Geschwindigkeit v gegeben durch:

$$y = \frac{e}{2M} \frac{l^2}{v^2} \frac{U}{d} = \Delta R \text{ (Bahnerweiterung).} \qquad (23,V)$$

Es ist $\frac{y}{R} = \frac{e}{2M} \frac{l^2}{v^2} \frac{U}{R\,d} \approx 0{,}1$ und damit die erforderliche Ablenkspannung (relative Bahnerweiterung $\Delta R/R \approx 0{,}1$)

$$U \approx 0{,}4 \frac{E_k}{e} \frac{R\,d}{l^2}\,. \qquad (24,V)$$

Da d kaum wesentlich kleiner als 1 cm gemacht werden kann, wird man wegen $1/l^2$ den Plattenkondensator lang machen, um mit möglichst kleinen Ablenkspannungen auszukommen. Legt man die Verhältnisse von Abb. 58 zugrunde mit $E_k = 14{,}2$ MeV, $R = 47{,}5$ cm, $d = 1$ cm, $l = 60$ cm ($\sim 1/5$ Umfang), so ergibt sich als Plattenspannung: $U \approx 80$ kV.

Zur Konstruktion des Ablenksystems sei nur erwähnt, daß auch die Kondensator-Platten gut gekühlt werden müssen; man kann aus der Not eine Tugend machen, indem man die Wasserzuführung gleichzeitig als

---

[1]) Berechnet unter der vereinfachenden Annahme eines konstanten Energiegewinns je Umlauf („Idealteilchen"); in Wirklichkeit liegen die Verhältnisse noch etwas ungünstiger, da bei Annäherung an die Phase $\psi = 0$ keine wesentliche Bahnerweiterung mehr erfolgt, die Phase aber dessen ungeachtet in fast gleicher Weise weiterwächst. — Die Startphase wurde der Einfachheit halber zu $\psi = -\pi$ angenommen.

[2]) Die Ablenkung muß schon beginnen, wenn der Phasenwinkel noch merklich kleiner ist als 0, damit dafür noch voneinander getrennte Spiralbahnen zur Verfügung stehen.

Schutzwiderstand für die Hochspannungszuführung benutzt. Es hat sich gezeigt, daß der Strahl — der im stark abfallenden Magnetfeld in einem engen Bereich um die Mittelebene herum zusammengedrückt wird — die Tendenz hat, die Platten des Kondensators längs ihrer Schnittlinie mit der Mittelebene „aufzuschneiden". Man kann die Beschädigung der Platten verhindern, indem man sie an diesen Stellen mit schmalen Spalten versieht. Die zu weit nach außen abgelenkten Teilchen treten durch die Spalte der äußeren Kondensatorplatte in einen elektrisch feldfreien Raum, in dem die Bahnkrümmung durch die nunmehr alleinige Wirkung des Magnetfeldes wieder stärker wird. Sie gehen also nicht durch Aufprall auf die Außenplatte verloren, vielmehr wird durch diese Maßnahme der austretende Strahl in radialer Richtung konzentriert.

38. Ionenquellen für Cyclotrons

Bei den ersten Cyclotrons wurde einfach ein Glühdraht in der Symmetrieachse nahe dem Boden der Vakuumkammer angebracht. Die Elektronen wurden mit einer Spannung von 200 Volt zwischen Glühdraht und Kammer beschleunigt. Da sie sich praktisch nur in Richtung des Magnetfeldes bewegen können[1]), bilden sie einen Elektronenstrahl in der Achse des Cyclotrons aus. Dabei entsteht durch Ionisierung des vorhandenen Gases eine Ionensäule, die als Ionenquelle dient. Bei dieser Methode ergibt sich aber die Schwierigkeit, daß der Gasdruck in der Vakuumkammer groß sein sollte, um große Ionenströme zu erhalten, daß er aber andererseits für die Aufrechterhaltung der Dee-Spannung klein sein sollte. Man suchte deshalb nach anderen Ionenquellen, bei denen der Gasdruck nur am Ort der Ionenerzeugung groß, in der eigentlichen Vakuumkammer aber möglichst klein ist. Von diesem Grundgedanken ausgehend scheint sich die Entwicklung ganz logisch vollzogen zu haben und sei hier kurz skizziert.

Man ging aus vom sogenannten Niedervoltbogen, in dessen Plasma eine erhebliche Ionendichte vorhanden ist. Er liefert mit Wasserstoff als Füllgas einen guten Protonenanteil; man braucht einen relativ großen Druck ($> {}^1/_{100}$ Torr). Die Ionenausbeute ist im Vergleich zur hineingesteckten Energie noch ziemlich schlecht; sie wird wesentlich verbessert durch eine Einschnürung der Entladungsbahn (Kapillarbogen, Abb. 59 a). Die Kapillare ist in der Mitte mit einer seitlichen Bohrung versehen, durch die die Ionen aus der Gasentladung in die Vakuumkammer des Cyclotrons eintreten können. Das Gas wird der Entladungsstrecke zugeführt; das mit den Ionen zusammen durch die Bohrung heraustretende Gas wird möglichst schnell aus der Vakuumkammer abgepumpt, wodurch sich je nach der Pumpleistung ein erheblicher Druckunterschied zwischen dem Inneren der Ionenquelle und der Vakuumkammer aufrechterhalten läßt. Bis hierher ist die

[1]) Genau genommen in Schraubenlinien.

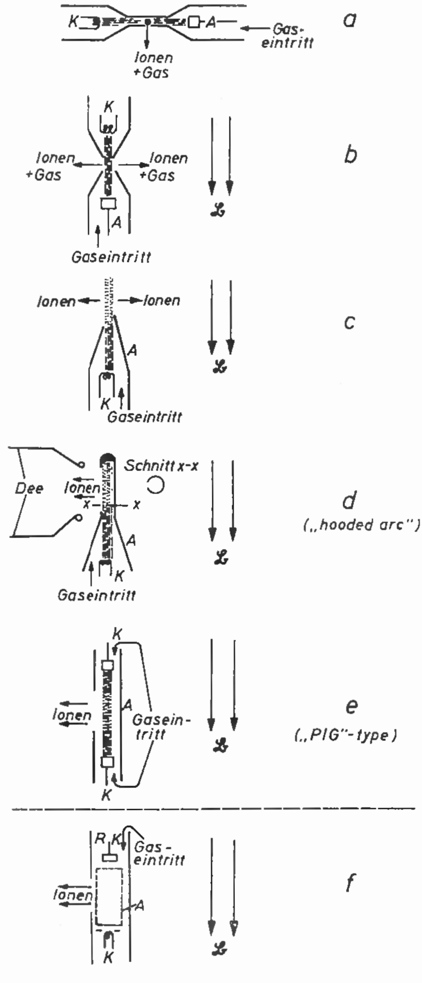


Abb. 59: Entwicklung von Ionenquellen für das Cyclotron (vgl. Text)

Entwicklung noch unabhängig von den speziellen Erfordernissen und Gegebenheiten des Cyclotrons verlaufen.

Stellt man einen Kapillarbogen in einem Cyclotron so auf, daß die Entladungsbahn den magnetischen Feldlinien parallel liegt, dann sorgt schon das starke Magnetfeld dafür, daß sie einen geringen Durchmesser behält. Die Fortschritte der Vakuumtechnik erlaubten außerdem, eine immer größere Druckdifferenz zwischen dem Inneren der Ionenquelle und der übrigen Vakuumkammer aufrechtzuerhalten. Man konnte die Austrittsöffnung für die Ionen vergrößern, ohne daß die Entladungsbahn sich in unerwünschter Weise verbreiterte (wegen des Magnetfeldes) und ohne daß in der Vakuumkammer das notwendige Vakuum von etwa 10^{-5} Torr gefährdet wurde (wegen der Pumpgeschwindigkeit).

So wurde zunächst die Austrittsöffnung für die Ionen zum Rundspalt erweitert (Abb. 59 b) und schließlich der eine Teil der Entladungsanordnung ganz weggelassen (Abb. 59 c). Da aber die Elektronensäule sich nun bis zum Deckel der Vakuumkammer ausdehnte und dort störende Ionen erzeugte, ergab sich ganz folgerichtig die heute viel benutzte Form des „hooded arc" (überkappter Bogen, Abb. 59 d). Bei ihm ist einerseits die Ausdehnung des Strahls nach oben beschränkt und andererseits auch die Austrittsrichtung der Ionen auf einen Teil des gesamten Umfangs begrenzt; dies hat sich als zweckmäßig herausgestellt, weil dadurch ein Teil der Ionen ausgeschaltet

werden kann, die infolge ungünstiger Austrittsrichtung keine große Aussicht haben, an dem Beschleunigungsvorgang bis zum Schluß teilzunehmen. Um eine bessere Richtungsbündelung der aus der Quelle austretenden Ionen zu erreichen, kann man den Enden der Dee's eine spezielle Form geben, wie in Abb. 59 d angedeutet.

Damit hat, ob bewußt oder unbewußt bleibe dahingestellt, diese Entwicklung eine analoge Richtung genommen, wie bei den Ionenquellen für Massenspektrometer (Abb. 59 f): Der Kapillarbogen hat im wesentlichen nur noch die Funktion, genügend starke Elektronenströme zu liefern, um Ionen durch Elektronenstoß in dem über dem Kapillarbogen befindlichen feldfreien Raum zu erzeugen.

Bei einer anderen vielfach benutzten Form (PIG-Type, Abb. 59 e) kommt dies noch deutlicher zum Ausdruck. Hier oszillieren die Elektronen der ionisierenden Elektronensäule zwischen den einander gegenüberstehenden Kathoden hin und her, ganz analog zu den Pendelionenquellen bei Massenspektrometern, nur mit dem Unterschied, daß die Elektronen bei der Ionenquelle des Cyclotrons mittels Niedervoltbogen, beim Massenspektrometer mittels Glühdraht erzeugt werden.

Die beiden heute wichtigsten Ionenquellen, Abb. 59 d und e, liefern bei gutem Wirkungsgrad so große Ionenströme (10 bis 100 mA bei einer hineingesteckten Leistung von ungefähr 0,5 kW und einem Protonenanteil von 80 % in H_2)[1], daß nicht mehr die Intensität, sondern die *Lebensdauer* der Kathode das eigentliche Problem darstellt. Die Wolfram-Glühdrähte (in Haarnadelform oder als kurze Wendeln) haben einen Durchmesser von 1 bis 2 mm und dabei nur eine Lebensdauer zwischen 20 und 100 Stunden. Die Glühdrähte der Ionenquelle müssen daher leicht auswechselbar sein.
Die Ionenquelle eines Cyclotrons bedarf einer kräftigen Kühlung, nicht nur wegen der Abführung der in den Bogen hineingesteckten Energie, sondern auch wegen der rückkehrenden Ionen, d. h. der Ionen, die zunächst beschleunigt wurden, dann aber nach mehr oder weniger zahlreichen Umläufen, wegen falscher Phasenlage, zum Ursprungsort zurückkehrten. Die Ionenquelle muß ferner, auch während des Betriebes, innerhalb gewisser Grenzen von außen her justierbar sein, damit man die günstigste Lage für optimalen Ioneneinfang herausfinden kann.

Die Betrachtungen über Ionenquellen für das Cyclotron sollen zum Schluß abgerundet werden durch einen Hinweis auf die Möglichkeit zur Beschleunigung schwerer, mehrfach ionisierter Teilchen. Bisher wurde nur von einfach geladenen Ionen (Protonen, Deuteronen) oder von doppelt geladenen Heliumionen (α-Teilchen) gesprochen. Nun ist aber für die Kernphysik auch

[1]) Die Bogenspannungen liegen üblicherweise bei 100 bis 200 V, die Bogenströme bei 1 bis 5 A.

das Verhalten schwerer Teilchen von beträchtlichem Interesse (solche schweren Teilchen großer Energie wurden zuerst durch die Uranspaltung festgestellt und später auch in der primären kosmischen Strahlung gefunden).

Will man schwere Ionen beschleunigen, so ergibt sich zunächst folgende Schwierigkeit: Bei einem schweren Ion kann sich während der Beschleunigung die Zahl der Hüllenelektronen und damit der „m/e-Wert" des Ions ändern, so daß es im Cyclotron — bei vorgegebenem Magnetfeld und vorgegebener Wechselfrequenz — nicht mehr in Resonanz umläuft, sondern aus dem Takt fällt. Versucht man andererseits von vornherein in der Ionenquelle mehrfach geladene Ionen zu erzeugen — was z. B. mit einer Funkententladung möglich ist —, so werden diese Ionen in sehr kurzer Zeit wieder einen Teil der verlorenen Elektronen einfangen, bevor ihre Beschleunigung wesentliche Fortschritte gemacht hat; denn die Wahrscheinlichkeit für den Einfang eines Elektrons steigt mit der Größe der positiven Überschußladung natürlich stark an. Mit zunehmender kinetischer Energie der Ionen steigt aber auch die Wahrscheinlichkeit für den Verlust von Hüllenelektronen durch „stripping"-Prozesse (bei Zusammenstößen mit Restgasmolekülen) an, und dieser Prozeß setzt sich gegenüber dem Elektroneneinfang immer mehr durch. Zu einem bestimmten Bereich der kinetischen Energie des Ions gehört also eine wahrscheinlichste Anzahl von Hüllenelektronen, die abhängig vom Restgasdruck und von der Kernladungszahl im Zusammenhang mit den Ionisierungsarbeiten ist (vgl. Tabelle 2 in Ziffer 1). Es hat sich herausgestellt, daß dadurch die *sukzessive* Herstellung mehrfach geladener, schwerer Ionen möglich ist. Werden nämlich Flußdichte und Wechselfrequenz beim Cyclotron so eingestellt, daß z. B. C^{6+}-Ionen (C-Kerne) in Resonanz umlaufen, dann brauchen C^{3+}-Ionen die doppelte, C^{2+}-Ionen die dreifache und C^{+}-Ionen die sechsfache Zeit für einen Umlauf. In „*Resonanz*" umlaufen, d. h. dauernd beschleunigt werden, können außer den C^{6+}-Ionen aber nur die C^{2+}-Ionen; denn nur sie durchlaufen zweimal (!) bei jedem Umlauf die Beschleunigungsstrecke *phasenrichtig* bezüglich der HF-Spannung. Sie überspringen bei jedem halben Umlauf je eine volle HF-Periode, ein Vorgang, der an das „Überspringen" der HF-Perioden im Mikrotron erinnert. Bei C^{3+}-Ionen tritt dagegen für aufeinanderfolgende Durchgänge durch den Spalt zwischen den Dee's abwechselnd Beschleunigung und Verzögerung ein. Allgemein kann man sich überlegen, daß — bei Einstellung von Magnetfeld und Frequenz auf n-fach geladene Ionen einer bestimmten Masse — nur Ionen (gleicher Masse) mit den Ladungen $ne/3$, $ne/5, \ldots$ beschleunigt umlaufen können. Dabei ist zu beachten, daß die mehrfach geladenen Ionen bei gleicher Beschleunigungsspannung ein entsprechendes Mehrfaches der Energie aufnehmen wie einfach geladene Ionen, was ja schon bei dem Vergleich der Endenergie von Deuteronen und α-Teilchen besprochen wurde (vgl. Ziffer 33): Mit einem Cyclotron, das eine maximale Deuteronen-

Energie von 15 MeV liefert, werden also ^{12}C-Kerne mit einer maximalen Energie von 90 MeV, bzw. ^{13}C-Kerne von gleicher Endenergie bei 8 % stärkerem Magnetfeld erhalten (ohne Berücksichtigung der Massenveränderlichkeit). Wegen der statistischen Verteilung der Umladungsprozesse wird aber die Endenergie der entstehenden schweren Ionen ziemlich uneinheitlich sein (Genaueres über die hierher gehörenden Fragen sowie auch ausführlichere Literaturangaben vergleiche man bei *Walker* und *Fremlin* [120]).

39. Zusammenstellung einiger Daten

In Tabelle 8 sind einige orientierende Daten für drei Cyclotrons verschiedener Größe zusammengestellt. In der ersten Reihe stehen die Polschuhdurchmesser in Zoll, da die Cyclotrons hiernach bezeichnet werden. Von dem umlaufenden Ionenstrahl (unterste Reihe) kann im allgemeinen 1/4 der Strahlintensität herausgeführt werden; durch Homogenisierung des Strahls im Magnetfeld geht je nach der geforderten Auflösung ein weiterer erheblicher Teil verloren.

Tabelle 8

	Berkeley	St. Louis	Birmingham
Polschuh-∅ am Luftspalt	37″	45″	61,5″
Polschuhabstand … cm	31	34	31
Eisen … t	75	80	250
Flußdichte … Vs/m²	1,57	1,43	1,35
Leistung … kW		38	40
Max. Spannung zwischen Dees … V	100	(110)	150
HF-Leistung … kW	40 bis 60	50	80
Spannung an der Ablenkplatte … kV	50	45 bis 60	80 bis 90
Endenergie (Deuteronen) … MEV	8,5	12	20
Stromstärke umlaufender Strahl in μA	100	150 bis 250	300
Stromstärke herausgeführter Strahl in μA			~70
Stromstärke homogener Strahl in μA			~ 4

Kapitel VI

Das Synchrocyclotron

(R. Kollath und W. Rech)

40. Allgemeine Vorbetrachtungen

Bevor wir uns der Betrachtung des Synchrocyclotrons zuwenden, wollen wir die grundsätzlichen, bisher bekannten Möglichkeiten der Beschleunigung von Teilchen auf hohe Energien diskutieren. Bei der Besprechung des Cyclotrons hatte sich gezeigt, daß der Beschleunigung schwerer Teilchen in diesem Gerät nur schwer übersteigbare Energiegrenzen gesetzt sind. Wir fragen uns nun, wie sich der Energiebereich des Cyclotrons erweitern läßt. Dazu betrachten wir (3,III) für die Bewegung geladener Teilchen im Magnetfeld:

$$\frac{v}{R} = e\,c^2 \frac{B}{E} = \omega$$

Die Umlaufsfrequenz ω soll der Frequenz der HF-Beschleunigungsspannung $\omega_{\sim}$ entsprechen.

Bei genauer Betrachtung der obigen Gleichung erkennt man nun als *erste Möglichkeit*, daß sich die Phasenverlagerung im Cyclotron – die durch die relativistische Massenzunahme der Teilchen sowie durch die Notwendigkeit des Teilchenumlaufs in einem abfallenden Magnetfeld bedingt ist – durch Angleichen der Wechselfrequenz an die Umlaufsfrequenz vermeiden läßt. Dieser Weg kann durch Frequenzmodulation der Hochfrequenzspannung verwirklicht werden (Synchrocyclotron).

Man kann sich zusätzlich überlegen, welche Vorteile aus einer zeitlichen Variation von B, des anderen Maschinenparameters aus (3,III), resultieren. Man gelangt so zu einem Beschleuniger für hohe Energien, bei dem die Teilchen auf einem festen Radius umlaufen können (Synchrotron).

Eine zweite Möglichkeit zur Erweiterung des Cyclotrons läßt sich durch die Benutzung eines in radialer Richtung ansteigenden Magnetfeldes erreichen. Die dadurch bedingte axiale Defokussierung kann durch azimutale Variation des Magnetfeldes beseitigt werden. Durch die Anwendung einer solchen starken Fokussierung im Synchrocyclotron und Synchrotron können Maschinen mit noch größerer Endenergie und vor allem größerer Stromstärke gebaut werden.

Obwohl der Gedanke der Fokussierung durch azimutale Variation des Magnetfeldes schon 1938 von *Thomas* [183] ausgesprochen wurde, verlief

die Entwicklung, unterstützt durch die großen Fortschritte der Hochfrequenztechnik im Kriege, über den ersteren Weg, der zum Bau des Synchrocyclotrons führte, besonders, nachdem mehrere Autoren unabhängig voneinander die allgemeinen Zusammenhänge zwischen dem Cyclotron, dem Synchroclyclotron, dem Synchrotron und dem Mikrotron bezüglich der Phasenstabilität erkannt hatten. Auf der Suche nach kostensparender Bauweise für Maschinen griffen *Courant, Livingston* und *Snyder* [174] unabhängig von *Thomas* den Gedanken einer azimutalen Variation des Magnetfeldes wieder auf. Das Resultat dieser Überlegungen sind die AG-Synchrotrons, die Maschinen mit der derzeit größten Endenergie. Erst dann erkannte man die Bedeutung des Gedankens von *Thomas*, aus dem sich zwei neue Maschinentypen ergaben, das Isochroncyclotron und die FFAG-Maschinen (oder auch heute AVF — Azimutally Varying Field Maschinen — genannt). In Tabelle 9 sind die Größen aus (3,III) für die verschiedenen Beschleuniger aufgeschrieben:

Die ersten vier Beschleunigertypen, das Betatron (II), das Elektronensynchrotron (III), das Mikrotron (IV) und das Cyclotron (V) haben wir bereits behandelt, wobei wie aus Tabelle 9 ersichtlich ist, Betatron und Mikrotron in unserer Einteilung eine gewisse Sonderstellung einnehmen. Das Elektronensynchrotron ist aus didaktischen Gründen zur Betrachtung der Phasenstabilität vorgezogen.

Zu (VI): Die Geräte mit $B = const$ und $\omega_\sim = \omega_\sim(t)$ werden als Synchrocyclotrons bezeichnet, um anzudeuten, daß es sich um Cyclotrons mit Phasenstabilität handelt, bei denen die Teilchen synchron mit der HF-Spannung umlaufen (Synchrotron-Prinzip *Veksler* [143], *McMillan* [137]). Eine Energiegrenze des Synchrocyclotrons ist durch die Kosten bedingt, die wegen $E \sim R^2$ etwa mit $E^{3/2}$ anwachsen (B kann ja nur bis zur Eisensättigung vergrößert werden). Die Energiegrenze dürfte etwa bei 1 GeV liegen. Das derzeit größte Synchrocyclotron, das 188″ Synchrocyclotron in Berkeley, hat eine Protonenendenergie von 720 MeV.

Zu (VII): Größere Endenergien erreicht man in den Maschinen mit $B = B(t)$ und $\omega_\sim = \omega_\sim(t)$. Die zeitliche Änderung von $\omega_\sim$ kann in diesem Fall so gewählt werden, daß der Umlaufradius R für alle Teilchenenergien konstant wird. Dieses erreicht man dadurch, daß man $\omega_\sim$ proportional zu $v(t)$ zeitlich anwachsen läßt. Das Magnetfeld braucht dann nur in der Umgebung des konstanten Umlaufkreises vorhanden zu sein und kann ringförmig ausgebildet werden, wie beim Elektronensynchrotron. Für größere Geräte ist damit eine erhebliche Kostenersparnis verbunden. Einen Beschleuniger mit diesen Eigenschaften wollen wir im folgenden als Protonensynchrotron bezeichnen. (Selbstverständlich können auch schwerere Teilchen in gleicher Weise beschleunigt werden.) Mehrere dieser Beschleuniger sind gebaut worden: Kosmotron (Brookhaven); Bevatron (Berkeley); Protonen-

Tabelle 9

vgl. Text	Kreisbeschleuniger	Teilchen	Flußdichte B	$\omega_\sim$	R	E	v
II	Betatron	Elektronen	$B\,(R, t)$	—	*const*	$\sim B\,(t)$	$v\,(t) \rightarrow c$
III	EL.-Synchrotron	Elektronen	$B\,(R, t)$	*const*	*const*	$\sim B\,(t)$	$\approx c$
IV	Mikrotron	Elektronen	*const*	*const*	$Rx = \frac{x+1}{2} \cdot R_1$	$(x+1)\,E_0$	$\approx c$
V	Cyclotron	Ionen	*const*	*const*	$R \sim v$	$\approx$ *const*	$v \sim \sqrt{E_{kin}}$
VI	Synchrocyclotron	Ionen	*const*	$\omega_\sim (t)$ abn.	$R \sim \frac{v}{\omega_\sim (t)}$	$\sim \frac{1}{\omega_\sim (t)}$	
VII	Prot.-Synchrotron	Ionen (Protonen)	$B\,(R, t)$	$\omega_\sim (t)$ zun.	*const*	$\sim \frac{B\,(t)}{\omega_\sim (t)}$	
VIII } IX }	Isochroncyclotron	Ionen	$B\,(R, \varphi)$	*const*	$R \sim v$	$\sim B\,(R)$	$v = c\,\frac{\sqrt{E_k^2 + 2\,E_k\,E_0}}{E_k + E_0}$
VIII	FFAG-Synchrotron	Ionen	$B\,(R, \varphi)$	$\omega_\sim (t)$ abn.	$R \sim \frac{v}{\omega_\sim (t)}$	$\sim \frac{B\,(R)}{\omega_\sim (t)}$	
X	AG-EL. Synchrotron	Elektronen	$B\,(R, t, \varphi)$	*const*	*const*	$\sim B\,(t)$	
XI	AG-Prot. Synchrotr.	Ionen (Protonen)	$B\,(R, \varphi, t)$	$\omega_\sim (t)$ zun.	*const*	$\sim \frac{B\,(t)}{\omega_\sim (t)}$	

synchrotron (Birmingham); Synchrophasotron (Moskau). Die Maschine mit der größten Endenergie steht im Argonne-Institut (USA). Auch beim Bau dieser Beschleuniger wachsen die Kosten mit der Endenergie so stark an, daß man eine Grenze bei 10 GeV nicht überschritten hat.

Zu (VIII) und (IX): Zunächst betrachten wir ein Cyclotron mit $\omega_{\sim} = const$ und $B = B(R, \varphi)$. Durch radial nach außen ansteigendes Magnetfeld wird erreicht, daß die beschleunigten Teilchen auch im relativistischen Gebiet wieder synchron umlaufen können. Die axiale Fokussierung wird durch azimutale Variation des Magnetfeldes entweder mit Hilfe von Radialsektoren (starke und schwache Feldsektoren: Thomasfeld) oder Spiralrückensektoren (alternierender Gradient und Thomasfeld) bewirkt. Diese Maschinen nennt man Isochroncyclotrons. Erst wenige Beschleuniger dieses Typs sind gebaut worden, eine größere Anzahl ist geplant. Der große Vorteil der Isochroncyclotrons liegt neben der Verwendbarkeit eines Gleichstrommagneten und einer festen Beschleunigungsfrequenz in der großen Stromstärke, die solche Maschinen liefern können. Eine Energiegrenze, die durch die Magnetkosten bedingt ist, dürfte etwa bei 1 GeV liegen.

Zu (VIII): Der Bau eines weiteren Maschinentyps, des FFAG-Synchrotrons, mit $B = B(R, \varphi)$, $\omega_{\sim} = \omega_{\sim}(t)$ ist ebenfalls an vielen Stellen geplant. Bis jetzt wurden die Eigenschaften eines solchen Ionenbeschleunigers jedoch nur an Elektronenmodellen studiert. Es handelt sich im Grunde genommen um eine Weiterführung des Synchrocyclotron-Prinzips. Das Magnetfeld steigt radial so stark an, daß die Teilchenbahnen mit zunehmender Energie nur eine kleine Ausweitung erfahren. Dadurch ist ein geringerer Hub der Frequenzmodulation als im Synchrocyclotron erforderlich, wodurch die Folgefrequenz des Beschleunigungszyklus und dadurch der mittlere Teilchenstrom wesentlich erhöht werden können. Die azimutale Variation (Spiralrücken) sorgt für die nötige axiale Fokussierung. Da bei diesen Maschinen eine Injektion energiereicher Ionen geplant wird, genügt es, das Magnetfeld nur als breiten Ring auszubilden (FFAGS!). Es ist zu erwarten, daß dieser Beschleunigertyp an die Stelle des Protonensynchrotrons tritt, da er gegenüber dieser Maschine den Vorteil eines Gleichstrommagneten und einer wesentlich höheren mittleren Strahlstromstärke hat. Die Energiegrenze dürfte bei etwa 10 GeV liegen.

Zu (X) und (XI): Die Maschinen mit den derzeit größten Endenergien sind die AG-Protonensynchrotrons mit $B = B(R, \varphi, t)$ und $\omega_{\sim} = \omega_{\sim}(t)$. Das Prinzip der starken Fokussierung mit Hilfe des alternierenden Gradienten erlaubt es, die Kosten solcher Beschleuniger wesentlich gegenüber einem Protonensynchrotron gleicher Endenergie herabzudrücken. Damit kann mit realisierbarem Aufwand die Energiegrenze um ein großes Stück nach oben geschoben werden. Der erste große Beschleuniger dieser Art mit einer Endenergie von 28 GeV wurde vom CERN in Genf in Betrieb genommen. Ein

noch größeres AG-Protonensynchrotron ist mit 50 GeV in der USSR geplant. Beschleuniger mit noch höheren Endenergien bis zu 300 GeV werden bereits diskutiert. Die Energiegrenze, die damit derzeitig überhaupt erreichbar ist, dürfte bei einigen hundert GeV liegen.

41. Grundsätzliche Überlegungen zum Synchrocyclotron-Prinzip

Nach diesen allgemeinen Ausführungen wenden wir uns nun dem Synchrocyclotron zu. Das Synchrocyclotron unterscheidet sich vom Cyclotron im prinzipiellen Aufbau des HF-Systems. Der wesentliche Unterschied ist, daß die Frequenz der beschleunigenden Wechselspannung der Umlaufsfrequenz der Teilchen angepaßt wird, also mit zunehmender Teilchenenergie abnehmen muß (vgl. Abb. 60). Die Verhältnisse bei der Beschleunigung verschieden schwerer Teilchen liegen im Synchrocyclotron anders als im Cyclotron. Während im klassischen Cyclotron eine feste Frequenz vorgegeben

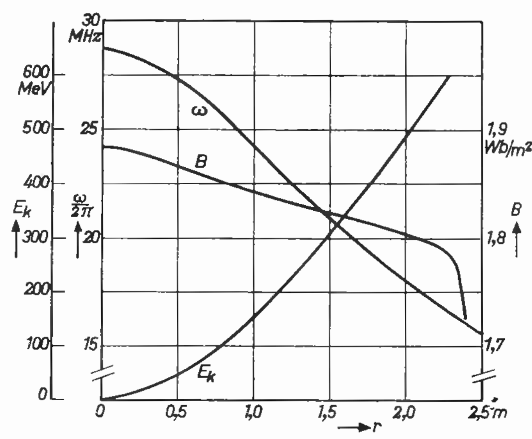


Abb. 60: Radialer Verlauf $B(r)$ des magnetischen Feldes beim CERN-Synchrocyklotron, zugehöriger Frequenzverlauf $\omega(r)$ für die Beschleunigung von Protonen und radiale Zunahme der kinetischen Energie $E_k(r)$ der Protonen. (Aus Philips Technische Rundschau 23, 1960/61, Nr. 3, S. 89.)

ist und sich die maximalen Flußdichten für die Beschleunigung von z. B. Protonen, Deuteronen und α-Teilchen wie 1:2:2 verhalten müssen, können wir beim Synchrocyclotron für alle Teilchen die maximale Flußdichte zulassen, wenn wir die notwendige Frequenzmodulation erreichen können. Die Protonen werden dann eine höhere Endenergie erreichen als die Deuteronen, die α-Teilchen eine höhere Endenergie als die Protonen. In Tabelle 10 sind die berechneten Frequenzen in MHz sowie die notwendige Frequenz-

Modulation einer Maschine mit einem maximalen Radius $R = 2{,}2$ m und einem maximalen Feld $B = 2{,}3$ Vs/m² für Protonen, Deuteronen und α-Teilchen aufgeführt.

Tabelle 10

Beschleunigte Teilchen	$E_{k\,max}$	$\omega_{\sim}/2\pi$ für $E_k \approx 0$	$\omega_{\sim}/2\pi$ für $E_{k\,max}$	f_{max}/f_{min}
Protonen	770 MeV	35 MHz	19,3 MHz	1,8 : 1
Deuteronen	470 MeV	17,5 MHz	14 MHz	1,25 : 1
α-Teilchen	944 MeV	17,5 MHz	14 MHz	1,25 : 1

Tatsächlich muß die Frequenzmodulation wegen des radialen Feldabfalles im Magneten noch einige Prozente größer gemacht werden. Beim 188″ Synchrocyclotron in Berkeley, mit dem wahlweise Protonen auf 730 MeV, Deuteronen auf 460 MeV, α-Teilchen auf 910 MeV beschleunigt werden können, wird daher ein Frequenzverhältnis f_{max}/f_{min} von 2,8 : 1 benötigt. Begnügt man sich dagegen mit der Beschleunigung von Protonen, so ist ein kleineres Frequenzverhältnis ausreichend.

Wenn die periodische Frequenzänderung z. B. hundertmal in der Sekunde erfolgt, so sieht der zeitliche Rhythmus des Synchrocyclotrons aus wie in Abb. 61 dargestellt. Jedesmal wenn bei abnehmender Frequenz der Wert f_0

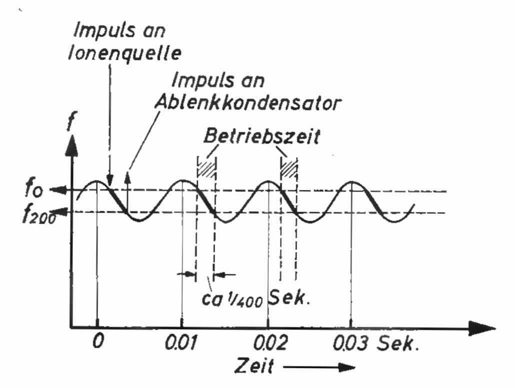


Abb. 61: Zeitlicher Rhythmus des Synchrocyclotrons

erreicht wird, werden die Ionen gestartet und erreichen ihre maximale Energie in dem Augenblick, wo die Frequenz den Wert f_{200} erreicht hat. Sie müssen dann ausgeschleust werden. Während der übrigen Zeit findet keine Beschleunigung statt.

Eine überschlägige Rechnung liefert jetzt auch die Größe der notwendigen Dee-Spannung. Wenn die „Betriebszeit" etwa 1/4 der ganzen Modulationsperiode beträgt, in Abb. 61 etwa 1/400 s, so müssen die Teilchen (Protonen) bei einer mittleren Umlaufzeit $\tau = 1/f = 4 \cdot 10^{-8}$ s im Ganzen $N = \frac{1/400}{4 \cdot 10^{-8}}$, also ungefähr 60 000 Umläufe ausführen. Damit wird der mittlere Energiegewinn je Umlauf $770 \cdot 10^6 / 60\,000 = 13\,000$ eV. Da auf jedem Umlauf die Beschleunigungsstrecke zweimal durchlaufen wird, beträgt die notwendige Dee-Spannung nur etwa 6,5 kV. Um aber den Energie- und Phasenschwingungen einen genügenden Spielraum zu lassen, wird man in der Praxis etwa die doppelte Dee-Spannung verwenden. Die „Sollphase" würde damit etwa bei $-30°$ liegen. Sie wird sich übrigens während des Beschleunigungsvorganges etwas in ihrer Lage verschieben, weil der annähernd linear mit der Zeit abnehmenden Frequenz eine nicht lineare Zunahme der Gesamtenergie entspricht. Doch kann man die Sorge für die Aufnahme des richtigen Energiebetrages der Phasenstabilität des Geräts überlassen, die automatisch für eine Zunahme der Gesamtenergie entsprechend der linear abnehmenden Frequenz sorgt, vorausgesetzt, daß durch genügende Überhöhung der Dee-Spannung (s. oben) der notwendige Spielraum für die Phasenschwingungen vorhanden ist.

Aus Abb. 60 geht bereits hervor, daß das Synchrocyclotron im zeitlichen Mittelwert eine wesentlich kleinere Intensität liefern muß als das Cyclotron. Die mittlere Strahlstromstärke im Synchrocyclotron ist etwa um den Faktor 100 kleiner als im Cyclotron (Modulationsfrequenz $\times$ Aufnahmezeit). Natürlich läßt sich die mittlere Intensität eines Synchrocyclotrons durch Erhöhen der Modulationsfrequenz steigern, aber nur auf Kosten einer entsprechend größeren Dee-Spannung, wie aus der Berechnung des vorigen Absatzes zu ersehen ist. Die Strahlintensitäten, die ein solches Synchrocyclotron liefert, sind ohnehin immer noch so groß, daß der notwendige Strahlenschutz einen erheblichen Aufwand erfordert.

Eine weitere grundsätzliche Erscheinung wurde zuerst beim 184" Synchrocyclotron in Berkeley beobachtet. Nahe dem Rande des Magnetfeldes verschwand der Strahl plötzlich innerhalb weniger Zentimeter. Eine nähere Untersuchung mit Sonden zeigte, daß der Strahl aus der Mittelebene heraus nach oben und unten auf die Deckel der Vakuumkammer abbog. Eine genaue Ortsbestimmung ergab, daß es sich um denjenigen Radius des Feldes handelte, bei dem der Exponent des Feldabfalls n beim Übergang von kleinen zu großen Werten den Wert 0,2 durchläuft (R'_{krit} in Abb. 58). Eine naheliegende Erklärung ist, daß an dieser Stelle durch Kopplung der radialen und axialen Schwingungen die gesamte Schwingungsenergie aus den radialen in die axialen Schwingungen übergeht, wodurch die Amplitude der axialen Schwingungen so stark anwächst, daß die Ionen auf Deckel und Boden der

Kammer auftreffen. Da nach den Ausführungen in Ziff. 7 das Frequenzverhältnis der radialen und axialen Schwingungen $\sqrt{1-n}/\sqrt{n}$ für $n = 0{,}2$ gleich 2 : 1 wird, ist in diesem Fall die Frequenz der radialen Schwingungen die zweite Harmonische der axialen. Die an sich geringe Kopplung beider Schwingungen — wir konnten diese Kopplung bisher mit Recht bei allen Betrachtungen vernachlässigen und beide Schwingungen als voneinander unabhängig betrachten — wirkt sich hier also dahingehend aus, daß die Schwingungsenergie aus der einen Form in die andere übergeht. Grundsätzlich tritt eine solche Energieübertragung auch beim Cyclotron auf[1]); sie kann sich dort aber der wenigen Umläufe wegen, die in der Nähe von $n = 0{,}2$ ausgeführt werden, nicht so verhängnisvoll auswirken, wie beim Synchrocyclotron, wo die Umlaufzahl um mehrere Zehnerpotenzen größer ist. Für $n = 0{,}2$ gibt es also beim Synchrocyclotron einen „kritischen" Radius in dem Sinne, daß es ohne besondere Maßnahmen nicht möglich ist, die Teilchen über ihn hinwegzubringen. Will man den Strahl aus dem Magnetfeld des Synchrocyclotrons herausholen, so muß man irgend eine Ablenkmethode ersinnen, die bereits vor Erreichen des kritischen Radius R'_{krit} ($n = 0{,}2$) wirksam wird und den Strahl schnell über den kritischen Bereich hinweg bringt.

Das Produkt $R'_{\text{krit}} \cdot B'_{R\,\text{krit}}$ bestimmt demnach die maximale Teilchenenergie, die mit einem vorgegebenen Synchrocyclotron erreicht werden kann. Es nützt dabei auch nichts, wenn man — zur Erreichung größerer Ionenenergien — die Stärke des Magnetfeldes steigern würde, denn dadurch dehnt sich infolge der Sättigungserscheinungen des Eisens das „Randgebiet" des Feldabfalles weiter nach innen hin aus, womit R'_{krit} kleiner wird: Das Produkt $R'_{\text{krit}} \cdot B'_{R\,\text{krit}}$ besitzt einen optimalen Wert, der nicht überschritten werden kann.

42. Das Hochfrequenzsystem

Das Hochfrequenzsystem des Synchrocyclotrons besteht aus den Dees mit Zuleitung, einem selbsterregten Oszillator und einer Anordnung, die die Frequenzmodulation bewirkt. Im allgemeinen verwendet man im Synchrocyclotron nur ein Dee, gegenüber dessen „Lippen" eine geerdete Gegenelektrode angebracht ist, um einen definierten Feldverlauf längs des ganzen Dees zu garantieren. Dadurch hat man in der anderen Hälfte der Vakuumkammer genügend Raum für die Targets mit den dazugehörigen Vor-

[1]) Bei Betatron und Elektronensynchrotron sind die Schwingungen viel stärker gedämpft; immerhin vermeidet man nach Möglichkeit die Resonanz beim Frequenzverhältnis 1:1 entsprechend $n = 0{,}5$.

richtungen. Eine wesentliche Schwierigkeit in der Auslegung des HF-Systems besteht zunächst darin, daß es sich nicht um einen Kreis mit getrennter Kapazität C und Induktivität L handelt, sondern um einen Kreis mit verteiltem L und C, wobei das Spannungsmaximum am Dee liegen und die Güte des Kreises ausreichend hoch sein soll, um die erforderliche Spannung am Dee aufrecht zu erhalten (außerdem ist die Rückkopplungsbedingung [Phasenlage + Impedanz im Speisungspunkt] zu gewährleisten). Während beim Cyclotron das System auf eine feste Arbeitsfrequenz verhältnismäßig leicht abgestimmt werden kann, bereitet es im Synchrocyclotron erhebliche Schwierigkeiten, die obigen Forderungen für den gesamten Frequenzbereich zu erfüllen. Das System Dee + Zuleitung besitzt nur eine verhältnismäßig schmale natürliche Bandbreite. Die erforderliche Abstimmung muß also durch Hinzufügen eines variablen Gliedes erreicht werden. Dazu ergeben sich zwei prinzipielle Möglichkeiten:

1. eine variable Induktivität (z. B. Spule auf Ferritkern, Induktivitätsänderung durch Regelung der Gleichstromvormagnetisierung);
2. eine variable Kapazität (rotierender Kondensator oder Schwingkondensator).

Von diesen Möglichkeiten ist bisher nur die zweite verwirklicht worden. Das System besteht also insgesamt aus drei Komponenten:

Dee + Zuleitung + variablem Kondensator.

Bei der Veränderung der Kapazität eines solchen Kondensators wird sich aber im allgemeinen das Spannungsmaximum im Leitersystem verschieben, also nicht an den „Deelippen" bleiben. Außerdem ändert sich die Güte des Systems, die Impedanz im Speisungspunkt und daher die Rückkopplung.

Verwendet man z. B. einen rotierenden Kondensator mit vorgegebenem Kapazitätsverhältnis, so läßt sich ein gleichmäßiges Durchschwingen des Senders im gesamten Frequenzbereich grundsätzlich mittels dreier Methoden erreichen:

1. Parallelinduktivität zur variablen Kapazität zur Erweiterung des Frequenzbereiches nach oben.
2. Serieninduktivität zur Erweiterung des Frequenzbereiches nach unten.
3. Erweiterung des Frequenzbereiches mit einer nichthomogenen Leitung durch geeignete Änderung des Wellenwiderstandes längs der Leitung.

Die Anwendung der verschiedenen Methoden hat gewisse Vor- und Nachteile bei der praktischen Ausführung. Für jeden Fall sind deswegen eingehende Untersuchungen theoretischer und experimenteller Natur zur Auffindung der günstigsten Lösung erforderlich. Hierbei ist als weitere zusätzliche Schwierigkeit das Auftreten „parasitärer Oszillationen" zu beachten, bei denen es sich um unerwünschte Eigenresonanzen der gesamten Anordnung oder von Teilen der Anordnung handelt (z. B. transversale und Hohl-

raumschwingungen). Solche Schwingungen dürfen weder innerhalb des Arbeitsfrequenzbereiches noch in seiner Nähe liegen. Sie können durch symmetrischen Aufbau des Systems und durch symmetrische Einspeisung der Hochfrequenz, sowie durch eine frequenzabhängige Rückkopplungsschaltung (nur im Arbeitsfrequenzbereich ist eine positive Rückkopplung möglich) vermieden werden. Die Hohlraumschwingungsfrequenzen können durch Anbringen spezieller Bleche in der Vakuumkammer verschoben werden.

Als Ausführungsbeispiele betrachten wir die HF-Systeme des Synchrocyclotrons in Dubna und des Synchrocyclotrons des CERN [132, 133, 140]. Im Synchrocyclotron in Dubna (Abb. 62) wird ein rotierender Kondensator mit $C_{max} : C_{min} = 3200$ pF : 200 pF und einem Durchmesser

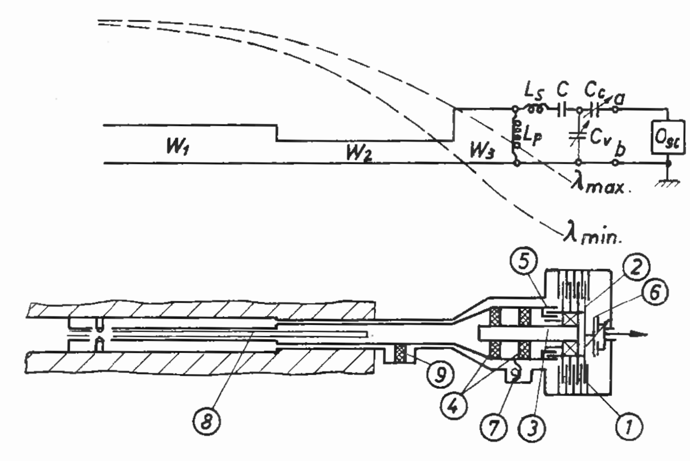


Abb. 62: HF-System des Synchrocyclotrons in Dubna

1. rotierender Kondensator
2. Rotor
3. Achse
4. Isolierende Lager
5. Ineinandergeschachtelte Zylinderkondensatoren
6. Rotor des Kopplungskondensators
7. Zylindrische Spiralfedern zur Halterung
8. Dee
9. Stützisolatoren

(CERN Symposium 1956, S. 423, Fig. 4 und 5)

von 1,08 m verwendet. Rotor und Stator, die in 6 bzw. 7 Scheiben mit je 10 Sektoren aufgeteilt sind, haben einen Abstand von 3 mm. Der Rotor wiegt 0,8 t und läuft mit einer Umdrehungszahl von 600 bis 700 je min. Die Achse ist isoliert im Innenleiter der koaxialen Zuführungsleitung gelagert. Der Rotor ist mittels ineinander geschachtelter Zylinder kapazitiv an die Zuführungsleitung angekoppelt. Die Hochfrequenzspannung zwischen Rotor und Stator ist kleiner als 30 kV. Um die Wirbelstromverluste und die damit verbundene Erwärmung im Rotor herabzudrücken, wurde er mit einer Abschirmung umgeben, die das magnetische Streufeld von 600 Gauß auf

60 Gauß verringert. Die Spannungsamplitude am Dee ist über den ganzen Arbeitsfrequenzbereich ungefähr konstant.

Um eine Regelmöglichkeit für C_{max}/C_{min} zu erhalten, wurde im Synchrocyclotron des CERN (wie im umgebauten Synchrocyclotron in Berkeley) ein Stimmgabelmodulator verwendet (Abb. 63). Ein Schwinger T in der Form einer Stimmgabel, der einen am „stem" angebrachten Stator S umfaßt, wird

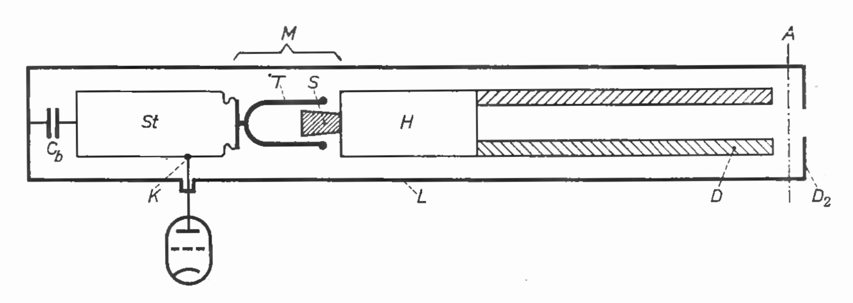


Abb. 63: Schematischer Schnitt durch das Hochfrequenzsystem des CERN-Synchrocyclotrons; es ist als eine koaxiale Lecherleitung aufzufassen. A Achse des Cyclotrons (Ort der Ionenquelle). D Dee. D_2 Gegen-Dee (Dummy-Dee), geerdet. H „Stem" (Hals des Dee). M Modulator, mit Stimmgabel T und Stator S. St „Stub" (Endstück des Innenleiters des Lechersystems). L Außenleiter des Lechersystems („Liner"). k Kopplung an die Anode der Senderröhre. C_b Kurzschlußkondensator, der es ermöglicht, dem Stub eine Gleichspannung gegenüber Erde zu geben. (Aus Philips' Technische Rundschau 22, 1960/61, Nr. 3, S. 103, Abb. 1.)

in Resonanz versetzt. Dadurch wird mit dem Abstand zwischen Stator und den Schenkeln der Stimmgabel die Kapazität des Resonanzsystems verändert. Die Stimmgabel ist aus einem Permandurblock (Aluminiumlegierung) hergestellt und an drei Stahlbändern aufgehängt. Mit einem elektromechanischen Wandler wird sie in ihrer Eigenschwingung (55 Hz) angeregt. Die Stimmgabelabmessungen sind: Gesamtlänge 60 cm, Breite 200 cm, Höhe 20 cm, Gewicht 75 kg. Der kleinste Abstand zwischen den Schenkeln und der Statorplatte beträgt 1,5 mm, der größte Abstand 26,5 mm, was einem C_{max}/C_{min} von 2580 pF : 255 pF entspricht. Zur Abführung der durch Wirbelströme (trotz Kompensation der Streufelder durch ein Hilfsfeld) verursachten Erwärmung wird der Stimmgabelfuß mit Wasser gekühlt. Weiterhin ist eine automatische Lageregelung angebracht, um Abstandsänderungen sowie Änderungen der Überlappung zwischen Schenkel und Statorplatte (Genauigkeit ± 1/10 mm!) zu korrigieren. Der Nachteil einer solchen schwingenden Kapazität gegenüber einem rotierenden Kondensator liegt einerseits darin, daß sich die Modulationsfrequenz nicht mehr verändern läßt, andererseits darin, daß durch die hohe mechanische Belastung nach längerer Zeit starke Ermüdungserscheinungen des Materials

auftreten, die die Lebensdauer im Beispiel von CERN auf 10^9 Schwingungen begrenzen. Der Stimmgabelgenerator arbeitete bisher zur vollen Zufriedenheit.

Es ist wünschenswert, die Deespannung so zu modulieren, daß sie der nahezu sinusförmigen Frequenzmodulation der Stimmgabel angepaßt ist, vgl. den Verlauf von ω in Abb. 60. (Durch die Phasenstabilität ist eine solche Anpassung nicht sehr kritisch, jedoch ist eine Fehlanpassung mit einem Verlust von Teilchen verbunden.) Diese Amplitudenanpassung wird im Synchrocyclotron des CERN näherungsweise durch die Eigenschaften des Schwingkreises (Dee-Spannung: 5 kV bei 29 MHz, 19 kV bei 16,5 MHz) erreicht. Im Synchrocyclotron in Berkeley ist in die Anodenleitung des Senders eine Triode eingeschaltet, mit der die Dee-Spannung in der gewünschten Weise moduliert werden kann.

Von Philips wurden auch Versuche zur Frequenzmodulation unter Benutzung von gleichstromvormagnetisierten Ferriten durchgeführt. Dieses Prinzip ist sehr verlockend, da es eine höhere Wiederholungsfrequenz, eine bessere Anpassung der Frequenzmodulation an die Phasenlage sowie eine höhere Zuverlässigkeit mit sich bringen würde, da keine mechanisch bewegten Teile vorhanden sind. Die Anwendung scheiterte jedoch bisher an den hohen Verlusten in den Ferriten.

43. Ioneneinfang und Ausschleusung

Die Ionen werden in den meisten Synchrocyclotrons genau wie im Cyclotron in einer Gasentladungsionenquelle erzeugt, die in der Mitte der Vakuumkammer angebracht ist (Ziffer 38). Da nur der Teil der Ionen, der im richtigen Zeitpunkt der Modulation emittiert wird, in stabile Beschleunigungsbahnen gelangt, werden die Ionenquellen gepulst, um einen möglichst großen Ionenstrom während dieser Aufnahmezeit in die Bahnen zu bringen. Im Synchrocyclotron des CERN wurde eine Penning-Ionenquelle mit kalter Kathode verwendet, die sich sauberer pulsen läßt als eine Gasentladungsionenquelle.

Untersuchungen am 184″ Synchrocyclotron in Berkeley zeigten, daß die Zeit, während der die Ionen in den Beschleunigungsprozeß aufgenommen werden, wesentlich größer ist als zunächst angenommen; dies läßt sich in dem Sinne deuten, daß ein Teil der Ionen nur kurze Zeit beschleunigt wird, außer Tritt fällt und wieder in die Nähe der Ionenquelle zurückkehrt, um vielleicht beim nächsten Zyklus richtig zu starten. Dieser Vorgang kann sich sogar mehrere Male hintereinander ereignen. Ganz ähnliche Verhältnisse treten übrigens auf, wenn die Frequenz zu schnell moduliert wird; die Teilchen fallen dann unterwegs außer Tritt und warten die nächste

Beschleunigungsperiode ab. (Theoretische und experimentelle Untersuchungen von *Bohm* und *Foldy* ergaben gute Übereinstimmung [123]).

Bevor wir uns der Ausschleusung des Ionenstrahls und den damit verbundenen Schwierigkeiten im einzelnen zuwenden, wollen wir überlegen, wie der umlaufende Ionenstrahl (oder besser: die Ionenwolke) kurz vor dem kritischen Radius aussehen wird. Durch Sondenmessungen wurde festgestellt, daß die axiale Ausdehnung in der Nähe von R'_{krit} etwa 2 bis 3 cm beträgt. Wesentlich größer ist jedoch die radiale Ausdehnung (bis zu 10 cm), weil zu den Kerst-Schwingungen noch die Phasen- bzw. Energieschwingungen hinzukommen (4.III). Schließlich hat die Ionenwolke in der Umlaufsrichtung eine Ausdehnung, die durch die größten Phasenabweichungen gegeben ist und bis zu 90° betragen kann. Gegenüber der Elektronenwolke im Elektronensynchrotron (Abb. 29) hat also die Ionenwolke im Synchrocyclotron eine erheblich größere Ausdehnung in allen drei Richtungen.

Diese große räumliche Ausdehnung der Ionenwolke erschwert ihre Herausführung als Ionenstrahl. Eine zweite Schwierigkeit liegt in dem Vorhandensein des kritischen Radius. In Ziffer 41 hatten wir gefolgert, daß der Strahl möglichst schnell über den kritischen Radius hinweggebracht werden muß, wenn wir das Aufschaukeln der axialen Schwingung vermeiden wollen. Ein elektrisches Ablenkfeld allein, wie es beim Cyclotron verwendet wird (vgl. Abb. 57), genügt hier nicht mehr. Beim Synchrocyclotron macht man sich die radialen Phasen- und Betatronschwingungen zunutze. Durch eine zusätzliche Störung regt man die natürlicherweise vorhandene Schwingung zu so großen Amplituden an, daß der Strahl in einen *magnetisch abgeschirmten Austrittskanal* eintreten kann. In den bisher gebauten Synchrocyclotrons sind diese Störungen im wesentlichen nach drei Methoden erzeugt worden:

1. durch eine elektrostatische Ablenkung,
2. durch Anbringen definierter Inhomogenitäten im Magnetfeld,
3. durch Streuung des Strahls an einem Target.

In Abb. 64a ist die Anordnung zur Ausschleusung des Strahls mit einem elektrischen Feld schematisch dargestellt. Die Ablenkvorrichtung befindet sich noch innerhalb von R'_{krit}. Sie darf nicht aus zwei gegenüberliegenden Ablenkplatten bestehen, weil wegen der geringen Bahnerweiterung je Umlauf alle Ionen auf diese Platten treffen würden. Anstelle der Ablenkplatten werden deshalb je zwei Drähte verwendet, zwischen denen für die Strahlausdehnung in radialer Richtung genügend Raum gelassen ist. Wenn sich die Ionenwolke bis kurz vor den kritischen Radius verlagert hat, wird ein kurzer Spannungsimpuls von etwa 300 kV, 0,2 μs Dauer und einer Anstiegszeit von 0,1 μs an die Drähte gelegt, der die Ionen zunächst nach innen zieht. Nach ungefähr einem Umlauf erreichen diese dann ihre maximale

radiale Amplitude und gelangen in den magnetisch abgeschirmten Austrittskanal, der das Feld etwa um 70 % abschwächt. Wegen der großen Ausdehnung der Ionenwolke in axialer und radialer Richtung gelangt nur ein kleiner Teil der umlaufenden Ionen in den Kanal; die Intensität des extrahierten

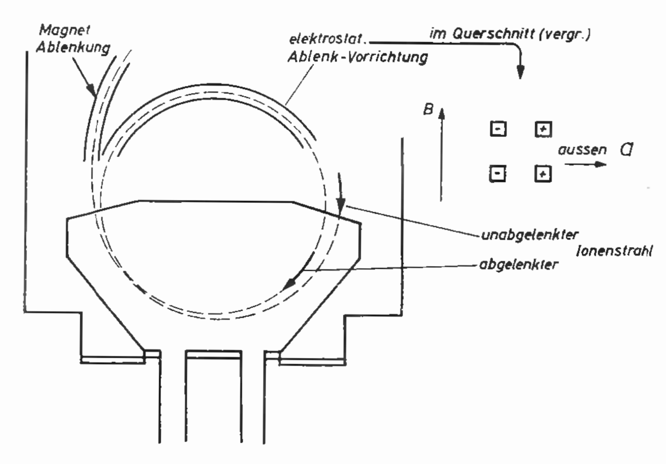


Abb. 64a: Ausschleusung des Ionenstrahls aus dem Synchrocyclotron (Kombination einer elektrostatischen mit einer magnetischen Ablenkung)

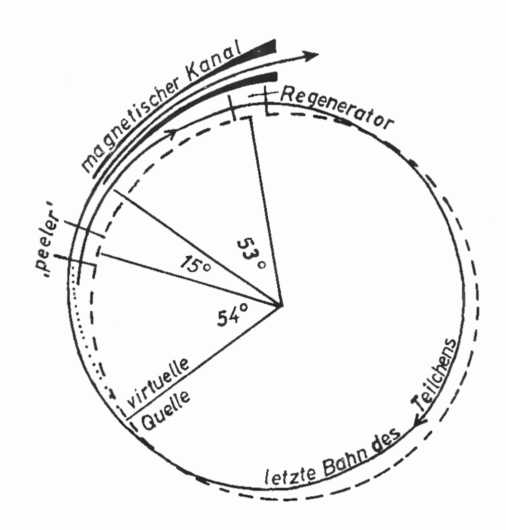


Abb. 64b: Schema eines Peeler-Regenerator-Extraktionssystems

Strahles liegt bei einigen Prozent des umlaufenden Strahles. Die kurze Impulslänge der ausgeschleusten intensitätsstarken Ionenpakete hat den Nachteil, daß sie Messungen mit Zählern erschwert.

Die zweite Methode (Abb. 64b), die zuerst am Synchrocyclotron in Liverpool mit Erfolg durchgeführt wurde, vermeidet diesen Nachteil [125, 126, 129, 142]. Durch zwei in radialer und axialer Richtung begrenzte Inhomogenitäten des Magnetfeldes (Peeler und Regenerator), die etwa um 65° versetzt angebracht sind und vor Erreichen des kritischen Radius wirksam werden, wird der Strahl zunächst vom Umlaufskreis durch eine Feldabschwächung „abgeschält" (Peeler), dann durch eine Felderhöhung zurückgedrückt (Regenerator). Dadurch wird eine radiale Schwingung angefacht; der Strahl schwingt in den magnetisch abgeschirmten Kanal hinein. Aus Abb. 65a, b wird ersichtlich, in welcher Weise die erforderliche Feldinhomogenität verwirklicht wird. Der Peeler ist aus ferromagnetischen Platten zusammengesetzt, die durch Bolzen aus unmagnetischem Stahl zwischen den Polschuhen gehaltert werden. Zur Erzeugung der Regeneratorinhomogenität sind je zwei quaderförmige Eisenklötze an die obere und untere Polschuhplatte des Magneten angeschraubt. Die Intensität des herausgeführten Strahles beträgt einige Prozent des umlaufenden Strahles.

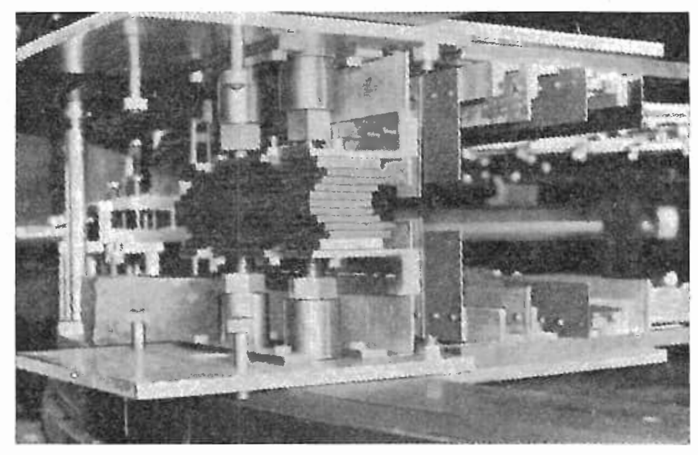


Abb. 65a: Fotografie einer Peeler-Anordnung mit Korrektionsshims (SC in Liverpool)

Von *Le Couteur* [127] wurde gezeigt, daß anstelle des Peelers der natürliche Abfall des Magnetfeldes zum Ablösen des Strahles benutzt werden kann. Während bei dem Peeler-Regenerator-Verfahren der verfügbare Radius nicht ganz zur Beschleunigung ausgenutzt wird, da die Ablösung des Strahles noch im nahezu homogenen Teil des Magnetfeldes erfolgt, können die Ionen nunmehr nach Erreichen der Maximalenergie ausgeschleust

werden. Die Herausführung des Strahls in den neueren Synchrocyclotrons wird meist in dieser Weise vorgenommen. Die Intensität des herausgeführten Strahles beträgt ebenfalls einige Prozent des umlaufenden.

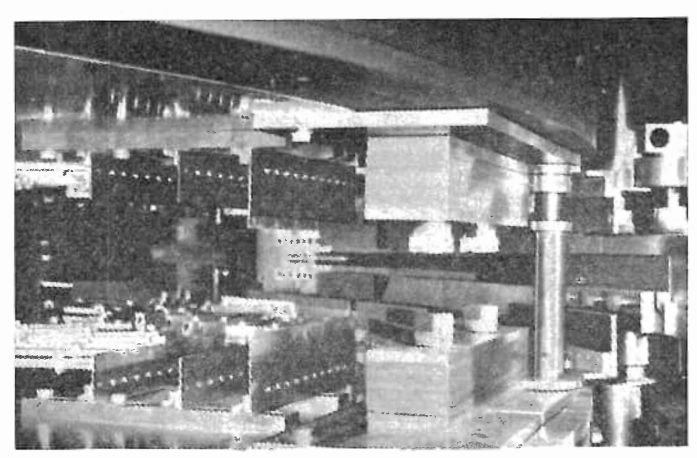


Abb. 65b: Fotografie einer Regeneratoranordnung mit Korrektionsshims (SC in Liverpool)

Zur Vervollständigung sei noch die dritte prinzipielle Methode erwähnt, die ebenfalls in einigen Maschinen angewendet wurde. Hierbei wird in Analogie zum Betatron (vgl. Abb. 19) der Strahl an einem dünnen Target gestreut. Teilchen, die unter einem bestimmten Winkel gestreut werden, gelangen nach einem Umlauf in den magnetisch abgeschirmten Kanal. Die Intensität des ausgeschleusten Strahles beträgt jedoch nur einige 10^{-4} der Intensität des umlaufenden Strahles.

44. Gesamtstrahlung und Strahlenschutz

Abgesehen von dem herausgeführten Ionenstrahl kann man mit einem großen Synchrocyclotron Strahlen energiereicher Neutronen und Mesonen herstellen. Beschleunigt man Deuteronen, so spalten sie beim Auftreffen auf eine Prallplatte durch „stripping-Prozesse" in Protonen und Neutronen auf. Dabei nehmen die Protonen und Neutronen je etwa die Hälfte der Deuteronenenergie mit. Die entstandenen Protonen beschreiben im Magnetfeld eine Kreisbahn mit nur etwa dem halben Krümmungsradius der Deuteronen. Man kann mit ihnen Versuche anstellen, indem man in der Nähe der Achse des Synchrocyclotrons eine neue Prallplatte aufstellt. Die ungeladenen Neutronen fliegen annähernd tangential zur Deuteronenbahn von der ersten Prallplatte weg und verlassen in gerader

Richtung das Synchrocyclotron; der entstehende Strahl schneller Neutronen ist von großem Wert für kernphysikalische Untersuchungen. Darüber hinaus liefert aber das Synchrocyclotron auch noch schnelle Mesonen, die ebenfalls beim Aufprall sehr energiereicher Teilchen auf Materie gebildet werden (vgl. Kapitel XIV). Werden geladene Mesonen im umlaufenden Strahl erzeugt, so wird ihre Bahn im Magnetfeld entsprechend ihrer kleineren Masse und Energie wesentlich stärker gekrümmt sein als die des umlaufenden Strahls; bei geeigneter Ladung, Energie und Austrittsrichtung können sie daher auch aus dem Magnetfeld heraus in den Außenraum treten. Das Magnetfeld des Synchrocyclotrons wirkt gleichzeitig als Geschwindigkeits-Analysator für die Mesonen verschiedener Energie. Durch Ausblenden kann man im Außenraum Strahlen von Mesonen mit bestimmtem Ladungsvorzeichen und bestimmter Energie erhalten. Die Winkelverteilung der entstehenden Mesonen zeigt starke Bevorzugung kleiner und großer Streuwinkel. Das läßt sich dazu ausnutzen (*Andersen*, *Fermi* u. a. [122]), mit der gleichen Anordnung π^+ und π^--Mesonen wahlweise zu untersuchen; es muß nur die Richtung des Kraftflusses (und damit die Laufrichtung der Teilchen) im Synchrocyclotron umgekehrt werden sowie natürlich auch die Richtung des Kraftflusses eines etwa verwendeten Homogenisierungsmagneten außerhalb des Synchrocyclotronfeldes. Im allgemeinen sind die entstehenden Mesonen positiv oder negativ geladen; es wurden in der Strahlung des Synchrocyclotrons aber auch schon Vorgänge beobachtet, die den ersten Hinweis auf die Existenz ungeladener π_0-Mesonen gaben. Entsprechend den eben gemachten Ausführungen ist die Anlage eines Synchrocyclotrons zu verstehen, die in Abb. 66 wiedergegeben ist. Die Experimentierräume sind gegen das Gerät durch dicke Betonmauern abgeschirmt, in denen sich Durchtrittsöffnungen für die verschiedenen Strahlen (Ionen, Neutronen, Mesonen) befinden. Die im Synchrocyclotron beschleunigten Ionen lösen bei ihrem Auftreffen auf die Prallplatten außer den bereits erwähnten energiereichen Strahlen zum Teil in Sekundärprozessen noch eine größere Anzahl von γ-Quanten und Teilchen kleinerer Energien aus. Die Gesamtstrahlung eines solchen Gerätes ist daher sehr groß.

Das Synchrocyclotron des CERN (Abb. 66) ist im Gegensatz zu manchen anderen Anlagen oberirdisch aufgebaut und mit bis zu 6 m starken, teilweise versenkbaren Strahlenschutzwänden aus Schwerbeton umgeben. Die Intensität der Streustrahlung wird durch hohe Erdwälle in etwa 30 m Entfernung und durch bewegliche Betonblöcke weiter reduziert. Die Bedienung für die Maschine und die Meßapparaturen sind 60 m von der Anlage entfernt. Die Experimentierräume sind mit verhältnismäßig dünnen Außenwänden versehen, um den durch Reflektion erzeugten Untergrund möglichst niedrig zu halten.

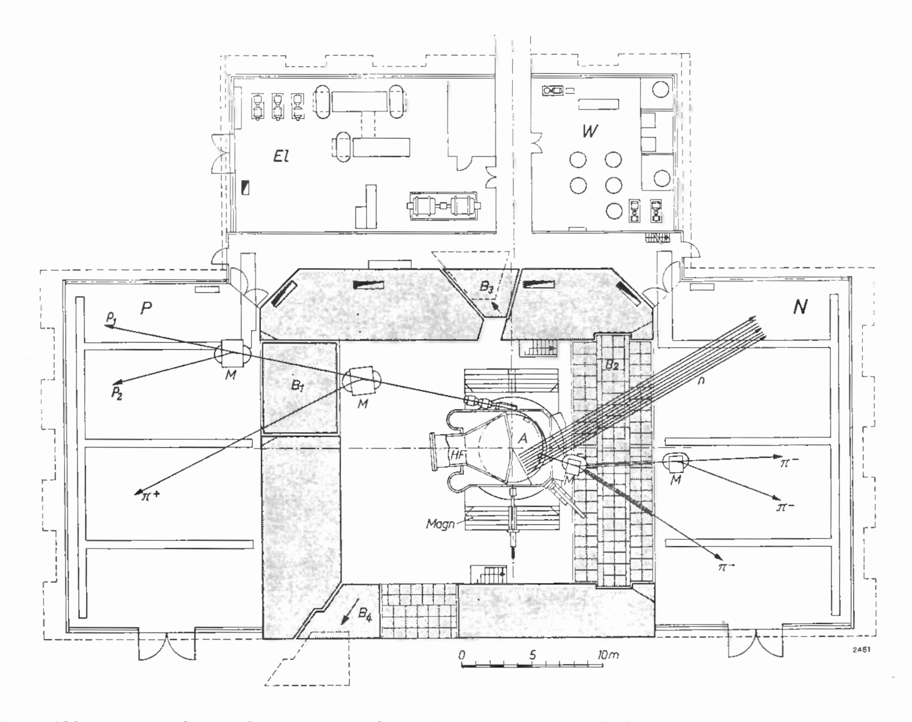


Abb. 66: Anordnung des CERN-Synchrocyclotrons mit Betonabschirmung (schattiert), Strahlenkanälen und Experimentierräumen (*P* für Protonen und *N* für Neutronen). Alle Teilchenstrahlen sind eingezeichnet. p_1 Protonenstrahl. p_2 abgelenkter Protonenstrahl. *n* eine Anzahl von Neutronenstrahlen, die auf verschiedenen Radien der Protonenbahn in der Beschleunigungskammer erzeugt werden, π^+- und π^--Strahlen von positiven bzw. negativen Mesonen, in passender Weise von Magneten *M* abgelenkt und fokussiert. *A* Beschleunigungskammer. Magn Cyklotronmagnet. HF Hochfrequenzsystem. B_1 und B_2 hydraulisch versenkbare und aus beweglichen Blöcken aufgebaute Strahlenschutzwände. B_3 und B_4 mit elektrischem Antrieb verschiebbare Betonklötze, die als Türen fungieren. *El* Raum mit Generatoren für den Erregerstrom und die andere elektrische Hilfsapparatur. *W* Raum für die Kühlwasserpumpen und die Rückkühlanlage. (Aus Philips' Technische Rundschau **22**, 1960/61, Nr. 3, S. 84, Abb. 3)

45. Vergleichende Übersicht über einige Synchrocyclotrons

Der erste Versuch, das Synchrotronprinzip an schweren Teilchen zu erproben, wurde am 37″-Cyclotron in Berkeley durchgeführt (*Richardson* u. a. [139]). Eine starke Massenzunahme der umlaufenden Teilchen wurde dadurch „vorgetäuscht", daß der Feldabfall viel stärker gemacht wurde als

im klassischen Cyclotron aus Fokussierungsgründen notwendig, nämlich 18 % bis zum Randabfall des Feldes. Nach (3,III) entspricht dies einer Zunahme der Gesamtenergie von 18 %. Das HF-System bestand aus einem einzelnen Dee mit rotierendem Kondensator. Die Versuche waren sogleich erfolgreich, und zwar über den gesamten Bereich der Modulationsfrequenz. Besonders eindrucksvoll war, daß eine Beschleunigung auch dann stattfand, wenn der rotierende Kondensator mit der Hand um einen kleinen Winkel gedreht, dann für kurze Zeit angehalten und danach weitergedreht wurde. Dies bedeutet, daß die Teilchen während der Zeit des Anhaltens viele Millionen Umläufe mit der zugehörigen mittleren kinetischen Energie zurückgelegt haben mußten, um erst dann weiter beschleunigt zu werden. Auf Grund dieser Ergebnisse wurde als erste große Maschine das 184″-Cyclotron in Berkeley in Betrieb genommen. 1953 wurde diese Maschine auf eine größere Endenergie erweitert. Das Magnetfeld wurde von 1,5 auf 2,3 Vs/m^2 erhöht, der rotierende Kondensator durch einen Schwingkondensator ersetzt.

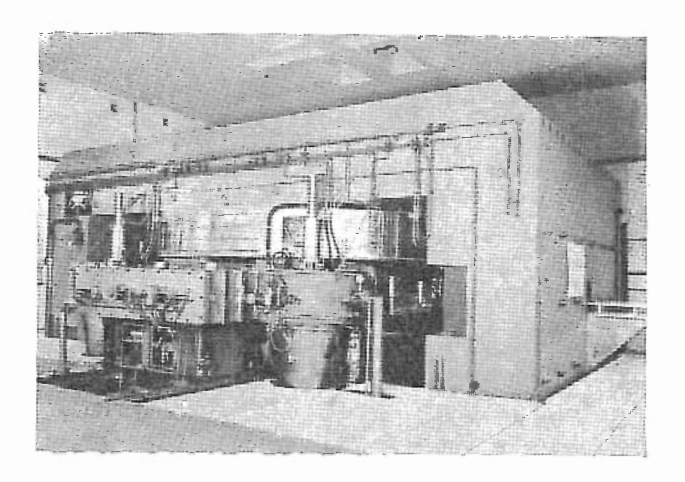


Abb. 67: Das 600 MeV-Synchrocyclotron des CERN

Abb. 67 zeigt die Gesamtansicht des 600 MeV Synchroncyclotron des CERN. Der Magnet ist in der bei Cyclotrons üblichen Weise aufgebaut (Doppeljoch, Spulen, große Vakuumkammer). Das Magnetfeld fällt wegen der notwendigen Fokussierung um einige % bis zum Feldrand ab (vgl. auch Abb. 60). Bei den meisten Maschinen bilden die Polschuhe den oberen und den unteren Teil der Vakuumkammer.

In Tabelle 11 sind die Daten der drei größten Synchrocyclotrons eingetragen.

Tabelle 11

Parameter		Berkeley (USA)	Dubna (USSR)	Genf (CERN)
Polschuhdurchmesser in m		4,8	6	6
Maximales Magnetfeld in Vs/m²		2,33	1,68	1,88
Eisengewicht in t		4000	7200	2500
Kupfergewicht in t		300	700	
Frequenzmodulation in MHz		36—13	26,5—13,6	29—16,5
Variable Kapazität		Stimmgabel-generator	rotierender Kondensator	Stimmgabel-generator
Wiederholungsfrequenz in s^{-1}		64	100	55
Max. Beschl.-Spannung in KV		9	15	19
Innerer umlaufender Strom				
in μA	p	1	0,1—1,2	
	d	1		
	α	0,25		
Endenergie				
in MeV	p	730	680	600
	d	460		
	α	910		

Kapitel VII

Das Protonen-Synchrotron mit schwacher Fokussierung

(H. Schopper)

46. Allgemeines

Die allgemeinen Betrachtungen in Ziff. 40 zeigten, daß es zur Beschleunigung schwerer Teilchen, deren Geschwindigkeit nicht als konstant angesehen werden kann, bei Verwendung schwacher Fokussierung zwei Möglichkeiten gibt:

a) Man verwendet ein konstantes Magnetfeld und läßt die Frequenz der Beschleunigungsspannung abnehmen. Dabei dehnt sich die Bahn der Ionen während des Beschleunigungsvorganges aus (Synchrocyclotron).

b) Man läßt das Magnetfeld und die Frequenz der Beschleunigungsspannung ansteigen. Dabei läßt es sich erreichen, daß der Bahnradius konstant bleibt (Protonensynchrotron). Diese Möglichkeit soll im folgenden behandelt werden.

Grundsätzlich ließen sich mit einem Synchrocyclotron (insbesondere wegen seiner Phasenstabilität) sehr hohe Teilchenenergien erreichen. Aus wirtschaftlichen Erwägungen ist es jedoch günstiger, oberhalb einer gewissen Grenze, die zwischen 700 und 1000 MeV liegt, das Synchrotron-Prinzip [1]) zu verwenden. In diesem Falle kann wegen des konstanten Bahnradius ein Ringmagnet verwendet werden, der allerdings wegen des sich ändernden Magnetfeldes lamelliert werden muß. Trotzdem ist ein solcher Ringmagnet ab einer bestimmten Größe wirtschaftlicher als ein ausgedehnter Magnet aus kompaktem Eisen. Aus diesem Grunde zieht man oberhalb von etwa 1 GeV das Synchrotron dem Synchrocyclotron vor, obwohl die technischen Schwierigkeiten bei seinem Betrieb erheblich größer sind. Für niedrigere Energien ist jedoch das Synchrocyclotron vor allem auch deshalb überlegen, weil man mit seiner Hilfe wesentlich höhere mittlere Strahlstromstärken erzielen kann als beim Synchrotron.

Um die Teilchen während der Beschleunigung auf einer durch die Abmessungen des Magnetfeldes und der Vakuumröhre vorgegebenen Bahn

---

[1]) Einen ersten Hinweis auf die Möglichkeit eines Synchrotrons gab *Oliphant* [161], eingehendere Überlegungen dazu stellten *Brobeck* [147], *Gooden, Jensen* und *Symonds* [155], *Twiss* und *Frank* [167], *Fremlin* und *Gooden* [154] an. (Vgl. auch CERN-Symposium 1956, Bd. 1.)

zu halten, muß für eine Fokussierung der Teilchen in radialer und vertikaler Richtung gesorgt werden, damit kleine Störungen die Teilchen nicht aus ihrer Bahn werfen. Dazu kann die „schwache Fokussierung" verwendet werden, bei dem auf dem ganzen Bahnumfang das Magnetfeld nach außen schwach abfällt, so wie es beim Betatron und Elektronen-Synchrotron beschrieben wurde.

Sieht man zunächst von den Fragen der Fokussierung ab, dann erhält man für die Umlaufsfrequenz ω der Teilchen nach (3,III)

$$\omega = k\,\omega_{\sim} = \frac{v}{R} = \frac{e\,c^2 B}{E} \quad (k \text{ ganzzahlig}) \qquad (1,\text{VII})$$

Um die Verwendung eines Ringmagneten zu ermöglichen, muß der Radius der Teilchenbahn konstant gehalten werden. Dies führt zu der Bedingung

$$R = \frac{v}{\omega_{\sim}} = const \qquad \text{bzw.} \qquad \omega_{\sim}(t) \sim v\,(t), \qquad (2,\text{VII})$$

die mit $\varepsilon = \frac{E}{E_0}$ auch geschrieben werden kann:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{c}{R}\,\frac{\sqrt{\varepsilon^2 - 1}}{\varepsilon} \qquad (3,\text{VII})$$

Da der zeitliche Anstieg von v letztlich von dem — meßbaren — zeitlichen Anstieg von B abhängt, suchen wir $\omega_{\sim} = f\,(B)$. Mit

$$\varepsilon^2 = \left(\frac{e\,c\,R\,B}{E_0}\right)^2 + 1 \qquad (4,\text{VII})$$

folgt die gesuchte Beziehung:

$$\omega_{\sim} = \frac{k\,c\,B}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{B^2 + (E_0/e\,c\,R)^2}} \qquad (5,\text{VII})$$

Die Einhaltung dieser Bedingung stellt eine der Hauptschwierigkeiten beim Betrieb eines Protonen-Synchrotrons dar. Da sich die Frequenz der Beschleunigungsspannung leichter regeln läßt als das zeitliche Ansteigen des Magnetfeldes, wird meist so vorgegangen, daß das Magnetfeld laufend gemessen und über geeignete Steuereinrichtungen die Frequenz $\omega_{\sim}/2\pi$ entsprechend (5,VII) geregelt wird (näheres vgl. Ziffer 48). Der relative Fehler darf dabei im allgemeinen nicht größer als $\pm$ 0,3 % sein.

47. Magnet und Vakuumröhre

Das magnetische Führungsfeld kann kreisförmig sein (Birmingham), die Kreisbahn kann aber auch durch nicht zu lange geradlinige Strecken unterbrochen werden, wobei sich eine Form ergibt, die einer Rennbahn (race

track) ähnelt. Die geradlinigen Strecken bieten eine bequeme Möglichkeit zur Unterbringung von Pumpanschlüssen und Beschleunigungseinrichtungen und weiterhin zur Ein- und Ausschleusung des Strahles. Die Soll-Bahn der Teilchen ist dann kein Kreis mehr, sondern sie ist aus Kreisbögen und geradlinigen Strecken zusammengesetzt. In Abb. 68 sind die Grundrisse und Schnitte von drei Protonensynchrotrons im gleichen Maßstab zusammengestellt. Sie unterscheiden sich u. a. durch die Art, wie der Luftspalt zur Aufnahme der ringförmigen Vakuumröhre angeordnet ist. Das Bevatron (Berkeley) hat magnetisch betrachtet den günstigsten Aufbau. Bei den anderen beiden Geräten ist dafür die Vakuumröhre besser zugänglich.

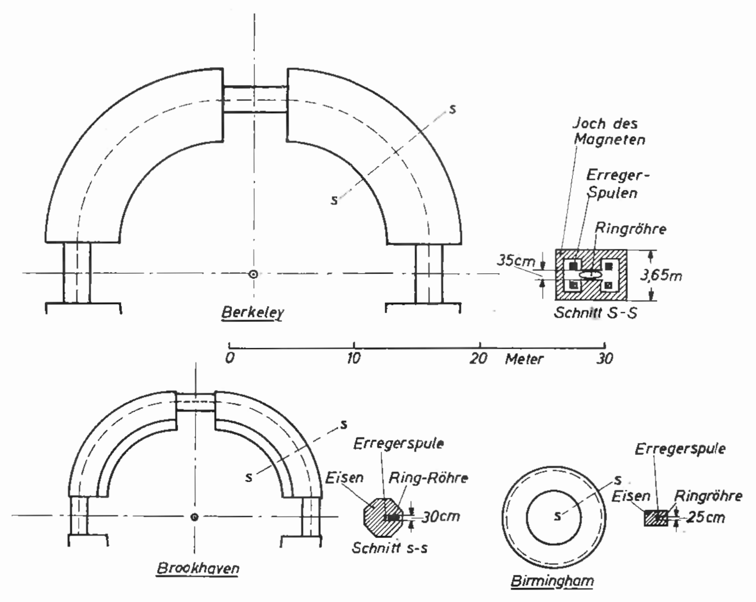


Abb. 68: Grundrisse des Protonen-Synchrotrons in Birmingham, Brookhaven und Berkeley, sowie ihre Querschnitte in vergleichbarem Maßstab

Die Erregung des großen Magneten eines Protonen-Synchrotrons mit technischem Wechselstrom würde einen ungeheuren Leistungsaufwand und die Speicherung der magnetischen Energie eine Kondensatorenbatterie von erheblichen Ausmaßen erfordern; das wäre wirtschaftlich nicht mehr tragbar, selbst wenn die technischen Schwierigkeiten überwunden werden könnten. Man läßt daher das Magnetfeld zeitlich verhältnismäßig langsam auf seinen vollen Wert anwachsen, etwa in einer Sekunde, läßt es dann im Verlauf einiger Sekunden wieder auf Null abnehmen und wiederholt diesen Prozeß nur etwa alle 5 bis 10 Sekunden durch Ein- und Ausschalten des Generator-

kreises. Der Gleichstrom wird von rotierenden Generatoren geliefert, auf deren Welle ein schweres Schwungrad angebracht ist, das die notwendige Energie zum Aufbau des Magnetfeldes liefert und beim Abbau des Magnetfeldes die Energie wieder aufnimmt; die Größenordnung der Masse dieses Schwungrades ist 30 bis 40 t bei einem Außendurchmesser von einigen Metern (Drehzahländerung des Schwungrades beim Durchziehen des Generators 5 %!).

Die Protonen-Synchrotrons liefern also alle 5 bis 10 s einen starken Teilchenstoß von etwa 10^{-7} s Dauer. Der langsame zeitliche Anstieg des Magnetfeldes bedeutet wegen der Phasenstabilität des Geräts keine Energiebegrenzung und bringt den großen Vorteil mit sich, daß die Lamellierung des Eisens, aus dem der Magnet aufgebaut wird, erheblich gröber gemacht werden kann, als wenn ein solches Gerät mit größerer Frequenz betrieben würde (Eisenblechdicke etwa 1 cm).

Die Abmessungen des Magnetluftspaltes sind dadurch gegeben, daß möglichst wenige Teilchen, die um die Soll-Bahn Betatron- und Phasenschwingungen ausführen, verlorengehen. Die maximale Amplitude dieser Schwingungen, die durch Fehler bei der Injektion, Zusammenstöße mit Restgasmolekülen und durch Inhomogenitäten des Magnetfeldes angeregt werden, ist proportional zum Bahnradius. Höhere Endenergien bedingen daher im allgemeinen auch größere Luftspalte. Dieser Effekt wurde theoretisch von *Blachman* und *Courant* [144] und von *Greenberg* und *Berliner* [156] untersucht. Allerdings gelang es auf Grund der Erfahrungen, die an den schon laufenden Maschinen gemacht wurden, Verbesserungen in der Fokussierung bei der Neuplanung zu berücksichtigen und dadurch die relativen Abmessungen zu verkleinern. So beträgt z. B. das Verhältnis von Luftspalthöhe zu Bahnradius des Magneten beim sowjetischen 10-GeV-Synchrotron 1,43 %, und die Breite des Luftspaltes beträgt 7 % vom Radius. Die entsprechenden Werte für das Bevatron sind 3,3 % und 7,9 %.

Wie in Kapitel II gezeigt wurde, erhält man nur dann eine Richtungsfokussierung, wenn der Feldindex

$$n = \frac{dB}{dR} \cdot \frac{R}{B} \qquad (7,\mathrm{VII})$$

die Bedingung $0 < n < -1$ erfüllt. Der Wert von n hat aber auch einen Einfluß auf den Verlust von Teilchen durch Gasstreuung auf die maximal zulässigen Fehler der Beschleunigungsfrequenz – vgl. (5,VII) – und auf die Injektion. Alle diese Größen verlangen einen Wert von n, der möglichst nahe bei 1 liegt. Gegen die Wahl so hoher Werte spricht jedoch das Auftreten von „Resonanzen" (vgl. Ziffer 41). Bei einer strengen Behandlung der Betatron-Schwingungen zeigt sich, daß die Schwingungen in radialer und vertikaler Richtung nicht unabhängig sind, sondern daß eine Kopplung besteht. Diese

Kopplung macht sich besonders stark bemerkbar, wenn Resonanzen zwischen der Umlaufsfrequenz ω, der radialen Schwingungsfrequenz ω_r oder der axialen Schwingungsfrequenz ω_z auftreten. Für einen ringförmigen Magneten machen sich solche Resonanzen bemerkbar für $n = 1 (\omega_z/\omega = 1:1)$, $n = 0{,}80 (\omega_r/\omega_z = 1:2)$ und für $n = 0{,}5 (\omega_r/\omega_z = 1:1)$. Die in der Umgebung solcher Resonanzen auftretende starke Kopplung führt zu einer besonders starken Aufschaukelung der Schwingungen, was insbesondere bei der axialen Schwingung vegen der geringen Höhe des Luftspaltes zum Verlust von Teilchen führt. Benutzt man nicht einen Ringmagnet, sondern fügt man gerade Sektoren ein, dann verlagern sich die Resonanzen etwas (*Blachman* und *Courant* [144]). Für die Praxis genügt es, wenn die Bedingung $0{,}5 < n < 0{,}8$ eingehalten wird.

Die Erfüllung dieser Bedingung wird allerdings um so schwieriger, je größer der Radius der Maschine ist. Da B durch die Sättigung des Eisens beschränkt ist, wird R/B immer größer, was dazu führt – vgl. (7,VII) –, daß schon kleine Fehler von dB/dR zu großen Abweichungen von n führen. Die mechanische Bearbeitung und Justierung der Polschuhe muß daher sehr sorgfältig durchgeführt werden. Eine besondere Schwierigkeit kommt aber dadurch hinzu, daß die im statischen Fall gemessenen Werte von n beim Beschleunigungsvorgang nicht gelten. Durch Wirbelströme und Sättigungserscheinungen im Eisen weichen die dynamischen Werte erheblich von den statischen ab, wodurch sich eine beträchtliche Einschränkung des ausnutzbaren Polschuhbereiches ergeben kann. Aus diesem Grunde wurden besondere Meßverfahren entwickelt (vgl. [165]), um die dynamischen Werte zu bestimmen. Man bringt dann an den Oberflächen der Polschuhe zusätzliche Drahtwindungen an, durch die mit entsprechenden Strömen diese Störeinflüsse kompensiert werden. Diese Zusatzwindungen werden auch dazu benutzt, kleine Fehler in der Justierung der einzelnen Magnetblöcke auszugleichen (Ungenauigkeiten von Bruchteilen eines Millimeters wirken sich bei der Lage der Polschuhe schon aus).

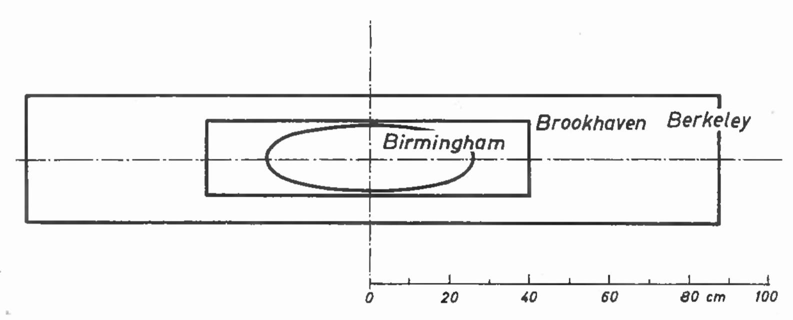


Abb. 69: Ungefähre Größenverhältnisse der Röhrenquerschnitte der drei Protonen-Synchrotrons

Die Abmessungen der Vakuumröhre und damit natürlich auch des Magnetluftspaltes sind bedingt durch die maximal auftretenden Amplituden der Schwingungen um die Sollbahn. Bei der hier besprochenen schwachen Fokussierung sind die erforderlichen Dimensionen der Vakuumkammer beträchtlich, wie aus Tabelle 12 und Abb. 69 ersichtlich ist. Bei den später gebauten Beschleunigern sind die Abmessungen kleiner als bei den zuerst gebauten.

Tabelle 12

Aufstellungsort	Endenergie GeV	Vakuumkammer Höhe cm	Breite cm	Querschnitt
Birmingham	1	15	55	elliptisch
Brookhaven	3	20	80	rechteckig
Berkeley	6,2	30	170	rechteckig
Moskau	10	40	200	rechteckig
Argonne	12,5	11	38	rechteckig
Australien (Canberra)	10	22	22	kreisförmig
Princeton	3	5,7	25,4	rechteckig

Dies wurde durch die inzwischen gemachten Erfahrungen und durch Verbesserungen in der Fokussierung erzielt. Einige Einzelheiten werden bei der Besprechung der einzelnen Beschleuniger (Ziffer 51) beschrieben werden. Im allgemeinen besitzt die Vakuumkammer rechteckförmigen Querschnitt und füllt den Magnetluftspalt gänzlich aus [150]. In manchen Fällen dienen die Magnetpolschuhe gleichzeitig als Deckel und Boden der Kammer. Eine besondere Konstruktion wurde beim sowjetischen Beschleuniger verwendet, bei dem sich die eigentliche Vakuumkammer in einer Vorvakuumkammer befindet, in der ein Druck von etwa 1 Torr herrscht. Dadurch wurde der Aufbau der eigentlichen Vakuumkammer wesentlich erleichtert, und die Zahl der erforderlichen Diffusionspumpen konnte verkleinert werden (vgl. *Komar* u. M. [157]).

Tabelle 13

Druck in Torr	Bis zur Endenergie beschleunigte Teilchen in % der eingeschossenen
$1{,}0 \cdot 10^{-6}$	84
$1{,}5 \cdot 10^{-6}$	76
$2{,}0 \cdot 10^{-6}$	65

Wegen der großen Weglänge, die die Teilchen bei der Beschleunigung zurücklegen müssen (Größenordnung Erdumfang), ist ein gutes Vakuum von größter Wichtigkeit (Drucke von einigen 10^{-6} Torr). Der Verlust an Teilchen, die durch Zusammenstöße mit Restgasmolekülen aus ihrer Bahn geworfen werden, wurde von *Blachman* und *Courant* [144] theoretisch untersucht. Für das Protonensynchrotron in Birmingham ergeben sich die in Tabelle 13 angeführten Werte. Dabei wurde angenommen, daß die lichte Höhe der Vakuumkammer 10 cm, die Einschußenergie 500 keV und die Energiezunahme pro Umlauf 200 eV beträgt.

48. Die Hochfrequenzbeschleunigung

Zunächst müssen wir uns klarmachen, von welcher Größenordnung die Frequenz, die Amplitude der beschleunigenden HF-Spannung und der erforderliche Bereich für die Frequenzmodulation sein müssen. Will man die kinetische Energie der Ionen in 10^6 Umläufen auf 1 GeV bringen, so müssen die Protonen bei jedem Umlauf 1000 eV gewinnen. Die notwendige HF-Spannung ist also relativ klein und ihre Erzeugung macht keine wesentlichen Schwierigkeiten.

Andererseits muß die Frequenz der HF-Spannung während des Beschleunigungsvorganges zunehmen, da die Umlaufsfrequenz der Teilchen ansteigt. Bei dem Protonensynchrotron in Birmingham ergibt sich für die Einschußenergie von 400 keV eine Frequenz von 0,33 MHz, für die Endenergie von 1 GeV dagegen 9,6 MHz ($R = 4{,}2$ m, $B = 1{,}5$ Vs/m^2). Die Frequenz muß also etwa um einen Faktor 30 moduliert werden. Bei den meisten Beschleunigern wird allerdings mit einer höheren Energie eingeschossen, so daß selbst bei größerer Endenergie ein Modulationsfaktor von nur etwa 10 erforderlich ist. Die Hauptschwierigkeit besteht jedoch darin, daß diese Frequenzmodulation dem Anstieg des Magnetfeldes B gemäß (5,VII) folgen muß, wobei die Abweichungen von der Größenordnung 0,1 % sein dürfen. Selbst bei so kleinen Abweichungen treten schon Änderungen des Bahnradius von mehreren Zentimetern auf. Das verhältnismäßig einfache System für die Erzeugung und Steuerung der HF-Spannung des Synchrotrons in Birmingham ist in Abb. 70 schematisch dargestellt. Bei kleiner Leistung wird einer festen Frequenz von 35 MHz eine periodisch veränderliche Frequenz von 35 bis 25 MHz überlagert, die mit Hilfe eines rotierenden Kondensators erzeugt wird (1 Umdrehung pro Sekunde). Die bei der Überlagerung entstehende Differenzfrequenz wird über einen Leistungsverstärker und einen Anpassungstrafo der Beschleunigungselektrode zugeführt. Diese besteht hier aus einem C-förmig gebogenen Rohr, so daß die Protonen beim Ein- und Austritt beschleunigt werden. Da dieses „Cee" eine verhältnismäßig große Kapazität (5900 pF) besitzt, würde

man erhebliche HF-Leistungen benötigen, um die erforderliche Spannung zu erreichen. Aus diesem Grunde wird der Kapazität eine Induktivität geeigneter Größe parallel geschaltet, wodurch die Impedanz erhöht wird. Damit dies für den gesamten bei der Modulation überstrichenen Frequenzbereich zutrifft, muß allerdings die Induktivität variabel sein. Ursprünglich wurde dies durch

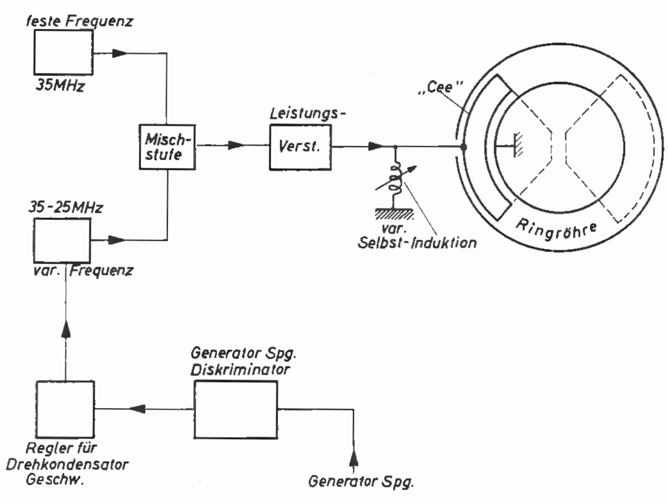


Abb. 70: Blockschema für Frequenzmodulation und ihre Kontrolle durch den Generator für die magnetische Erregung (vgl. Text)

eine in Quecksilber eintauchende Spule erzielt, deren Eintauchtiefe verändert wurde. Dabei ergaben sich aber Störungen durch Funken, so daß sie durch eine Spule mit Eisenkern ersetzt wurde, die durch geeignete Vormagnetisierung abgestimmt werden kann (*Rose* [164]). Eine Anpassung der Frequenzänderung an den Anstieg des Magnetfeldes ist damit aber noch nicht erreicht. Der Anstieg des Magnetfeldes ist im wesentlichen bestimmt durch die jeweilige Spannung des Generators. Die Generatorspannung wird daher einfach benutzt, um die Rotationsgeschwindigkeit des Kondensators zu steuern.

Bei den meisten neueren Synchrotrons werden Systeme für die HF-Erzeugung benutzt, die wesentlich verbessert sind. Abgesehen von speziellen Einzelheiten, ähneln sie demjenigen des Cosmotrons. Das Prinzipschaltbild ist in Abb. 71 dargestellt. Im Luftspalt des Magneten befindet sich eine Probespule (vier Windungen, Windungsfläche 9,45 m^2), an deren Ausgang man eine Spannung erhält, die proportional zu dB/dt ist. Durch Integration dieser Spannung erhält man ein Signal, das proportional zu B ist. Da jedoch die Frequenz nicht einfach proportional zu B zunehmen soll, sondern nach

(5,VII), wird dieses Signal auf eine einfache elektronische Rechenanlage gegeben, deren Ausgang einen modulierbaren Oszillator steuert. Der Schwingkreis des Oszillators enthält eine Induktivität mit Ferrit-Kern. Durch Vormagnetisierung dieses Kernes kann die Oszillator-Frequenz verändert werden. Der dafür erforderliche Magnetisierungsstrom wird von der Rechenanlage geliefert und ist so gesteuert, daß (5,VII) bis auf 0,1 % erfüllt ist. Der vom Oszillator gelieferte Wechselstrom wird dann mit Hilfe eines Verstärkers von etwa 2 V auf 2000 V verstärkt und einem Transformator zugeführt, dessen Sekundärwindung an der Beschleunigungsstrecke liegt. (Der in Abb. 71 außerdem noch eingezeichnete elektronische Schalter dient dazu, die HF-Spannung im richtigen Augenblick des Beschleunigungsvorganges ein- und auszuschalten; vgl. dazu Ziffer 49.)

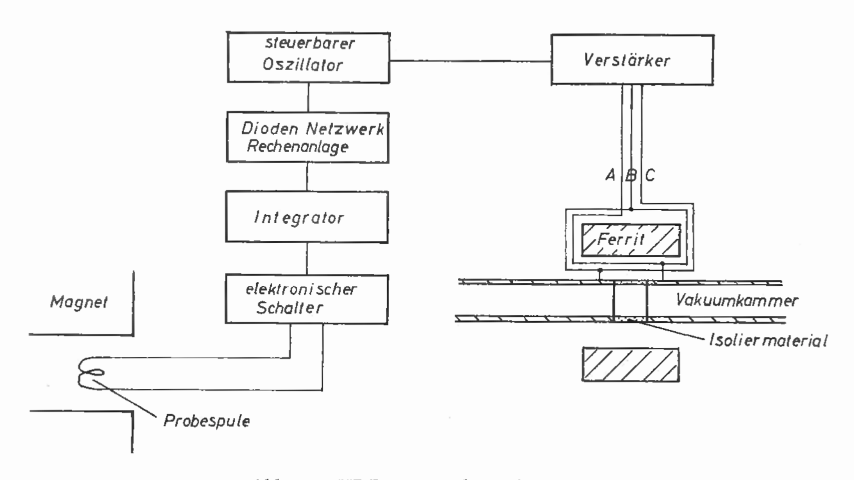


Abb. 71: HF-Erzeugung beim Cosmotron

Die Beschleunigungsstrecke ist im allgemeinen Teil eines abgestimmten Hohlraumresonators, da dann die erforderliche Spannung mit verhältnismäßig kleinen HF-Leistungen erreicht werden kann. Bei Elektronen-Synchrotrons entstehen dabei keine Schwierigkeiten, da dort mit konstanter Frequenz gearbeitet wird, anders dagegen beim Protonensynchrotron, wo sich die Frequenz mindestens um einen Faktor 10 ändert. Selbst ein Hohlraumresonator mit einer Abmessung von etwa 3 m würde bei den niedrigsten Frequenzen ($\approx$ 300 kHz) am Beginn der Beschleunigung nur eine Impedanz von der Größenordnung 1 Ω besitzen. Es wären dann HF-Ströme von mehreren 1000 A notwendig, um die Beschleunigungsspannung aufzubauen. Es gibt zwei Möglichkeiten, um eine Abhilfe zu schaffen: 1. Der Beschleunigungskreis wird abstimmbar gemacht. Dieser Weg wurde, wie

oben beschrieben, bei dem Beschleuniger in Birmingham beschritten. 2. Der Hohlraumresonator wird mit ferromagnetischem Material gefüllt, wodurch die Impedanz auf etwa 50 Ω erhöht werden kann. Geeignete Ferromagnetika sind die Ferrite, die Permeabilitäten von der Größenordnung 1000 im gesamten in Betracht kommenden Frequenzbereich besitzen.

Das Prinzipschaltbild für die Erregung des Beschleunigungsspaltes beim Cosmotron zeigt Abb. 72. Ein Gegentakt-Verstärker erregt die Primärwicklung des Trafos mit Ferritkern. Sekundärwicklung ist keine vorhanden, sondern der Beschleunigungsspalt ist an einen Teil der Primärwicklung angeschlossen, so daß man es mit einer Art Auto-Transformator zu tun hat. Die technische Realisierung dieser Schaltung ist in Abb. 71 angedeutet. Der Ferritkern umgibt die Vakuumröhre rechteckförmig. Er ist aus einzelnen Ferritstäben und -ziegeln zusammengesetzt, die insgesamt eine Masse von etwa 1 t besitzen. Die Primärwicklung des Trafos besteht nur aus zwei Windungen. Die Anschlüsse A, B und C entsprechen denjenigen der Abb. 72. Der Beschleunigungsspalt besteht aus einer Unterbrechung der metallischen Vakuumröhre, die mit Isoliermaterial geschlossen wird.

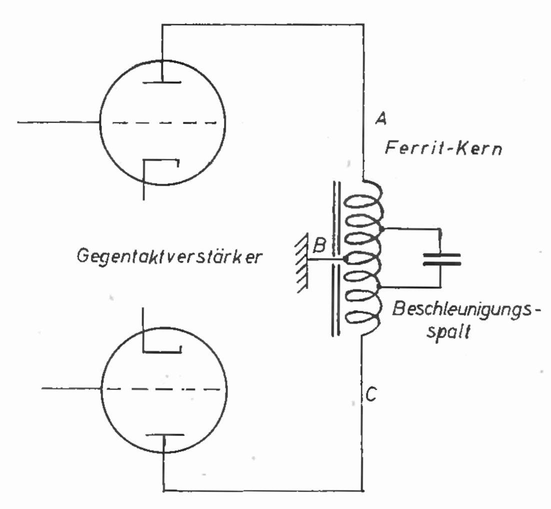


Abb. 72: Erregung des Beschleunigungsspaltes beim Cosmotron

Grundsätzlich wäre es möglich, eine weitere Verbesserung der Modulationssteuerung zu erzielen, wenn man den Ferrit-Kern mit Gleichstrom vormagnetisieren würde. Da jedoch dazu Ströme von über 1000 A benötigt würden, wird im allgemeinen davon abgesehen.

Die bei anderen Beschleunigern benutzten HF-Systeme sind demjenigen des Cosmotrons sehr ähnlich. Beim Bevatron wird der Oszillator durch den

Erregerstrom des Hauptmagneten gesteuert (*Winningstad* [169]). Beim sowjetischen Synchrotron wird ein Hilfsmagnet benutzt, der mit dem Erregerstrom des Hauptmagneten gespeist wird. Im Luftspalt dieses Hilfsmagneten befindet sich ein Schwingkreis mit einer Induktivität, die einen Ferrit-Kern enthält. Durch diesen Schwingkreis wird wieder ein Oszillator gesteuert (*Mints* u. Mitarbeiter [159]).

49. Die Injektion

Bei der Einschleusung des Protonenstrahles kommt es darauf an, eine möglichst große Zahl von Protonen zum richtigen Zeitpunkt auf die richtige Bahn zu bringen. Das Einschleusen erfolgt meist in zwei Schritten: Zunächst wird die Vakuumröhre mit Protonen gefüllt, und dann erst wird die HF-Beschleunigungsspannung eingeschaltet. Es muß dabei dafür gesorgt werden, daß weder die Betatron- noch die Phasenschwingungen zu stark angeregt werden, da dies zu einem erheblichen Verlust am Teilchen führen würde.

Die Protonen werden zunächst mit Hilfe eines Vorbeschleunigers („Injektor") auf eine bestimmte Energie gebracht (über ihre Größe wird weiter unten zu sprechen sein) und dann mit Hilfe eines elektrostatischen Inflektors tangential auf eine Bahn gebracht, die am äußeren Rand der Vakuumröhre liegt (Abb. 73).

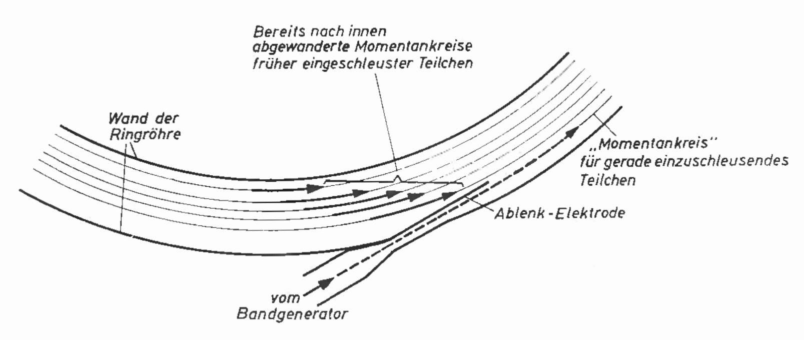


Abb. 73: Schema der Teilcheneinschleusung in das Protonen-Synchroton (Magnetfeld und Einschleusungsenergie zeitlich ansteigend, aber zunächst noch keine HF-Beschleunigung)
(aus *Fremlin* und *Gooden* [28])

Ist für ein Ion im Zeit*punkt* der Einschleusung die Bedingung (3, III) erfüllt und wird es tangential in die Röhre eingeschossen, dann läuft es auf seinem „Momentankreis" um, der sich mit zeitlich ansteigendem Magnetfeld zusammenzieht, wie bei der Einschleusung von Elektronen im Betratron ausführlich diskutiert wurde (Ziffer 9). Will man die oben genannten Bedin-

gungen für viele Ionen, d. h., über ein Zeit*intervall* verifizieren, dann muß die Einschußenergie entsprechend dem zeitlichen Anstieg des Magnetfeldes zeitlich anwachsen; in dieser Weise wird beim Protonensynchrotron in Princeton die Einschleusung durchgeführt. Bei den übrigen Geräten wird mit *fester* Energie eingeschossen. Das hat zur Folge, daß für viele der eingeschossenen Ionen die Bahn, auf der sie tangential eingeschossen werden, nicht mehr der „Momentankreis" dieser Teilchen ist: sie führen daher Betatronschwingungen um ihren „Momentankreis" aus. Bei Einschleusung in nicht genau tangentialer Richtung — bedingt durch eine endliche Bündelöffnung des eingeschossenen Ionenstrahls — entstehen ebenfalls Betatronschwingungen. Die für die tangentiale Einschleusung notwendige elektrostatische Ablenkungseinrichtung (Inflektor) fächert den Ionenstrahl entsprechend seiner Energieunschärfe richtungsmäßig auf. Für die bei allen diesen Vorgängen entstehenden Betatronschwingungen steht an sich die volle radiale Breite der Vakuumröhre zur Verfügung; doch bildet auch der in die Vakuumröhre hineinragende Inflektor eine Begrenzung für die Betatronschwingungen insofern, als die Ionen nach ein oder mehreren Umläufen auf den Inflektor auftreffen können. In dem verwendeten Wertebereich für den Feldindex n (0,6 . . . . 0,8) ist es aber erfreulicherweise so, daß die maximale Amplitude erst nach mehrfachen Umläufen die Ionen wieder in gefährliche Nähe des Inflektors bringt; inzwischen hat sich aber der „Momentankreis" zusammengezogen.

Aus den oben diskutierten Vorgängen folgen gewisse Toleranzen für die Energie-Homogenität (ca. 0,1 %), den Öffnungswinkel des eingeschleusten Ionenbündels (ca. 0,001 rad.). Ferner folgt für das Zeit*intervall*, innerhalb dessen die mit konstanter Energie eingeschleusten Ionen „eingefangen" werden, die Größenordnung von 10 . . . 100 μsec und eine Umlaufszahl während des Einschleusvorganges von 10 . . . 100 Umläufen. Schließlich ist der Zeitpunkt der Einschleusung kritisch; deswegen wird der zeitliche Einsatz des Einschleusungsvorganges an die Anordnung zur Messung des zeitlichen Verlaufs der Magnetfeldstärke angeschlossen; diese Anordnung ist — wegen der benötigten Streuung der Frequenzmodulation — sowieso vorhanden (vergl. Ziffer 48 und Abb. 71: elektronischer Schalter).

Eine Reihe von Gründen spricht für eine möglichst hohe Injektionsenergie: a) je höher die Anfangsenergie, um so geringer kann die Frequenzmodulation der Beschleunigungsspannung sein; b) der Wirkungsquerschnitt für Zusammenstöße mit Restgasmolekülen nimmt sehr stark mit zunehmender Energie ab; c) bei hoher Injektionsenergie ist auch das Magnetfeld zum Zeitpunkt des Einschleusens verhältnismäßig hoch. Dann sind aber Störungen durch Wirbelströme und Remanenzeffekte von geringerem Einfluß. Kleinere Magnetfelder als etwa 100 Gauß sind praktisch nicht verwendbar

(beim sowjetischen Synchrotron ist sogar vorgesehen, daß nach jedem Beschleunigungsvorgang eine Entmagnetisierung durchgeführt wird, vgl. [159]).

Diese Forderungen bedingen die Erzeugung eines energiereichen, scharf fokussierten Strahles mit großer Energiehomogenität bei hoher Stromstärke. Als Injektoren wurden anfangs Cockroft-Walton- oder van-de-Graaff-Generatoren benutzt. In einigen Fällen sind auch Cyclotrons vorgesehen. Da jedoch in den letzten Jahren die technische Entwicklung der Linearbeschleuniger rasche Fortschritte gemacht hat, findet dieser Beschleuniger immer mehr Verwendung. Dadurch gelang es auch, die Einschußenergie immer höher zu treiben, wie Tab. 14 zeigt.

Tabelle 14

Beschleuniger	Endenergie GeV	Injektions-energie MeV	Injektionsstrom mA	Injektor
Birmingham	1	0,46	0,7	
Brookhaven	3,2	3,5	1	van de Graaff
Berkley	6,2	9,8	0,3	Lineac
Moskau	10	7,5		Lineac
Argonne	12,5	50	5	Lineac
Canberra	10,6	8		Zyklotron
Princeton	3	3	5	van de Graaff (ansteigende Energie während Injektion)

Nachdem die Vakuumröhre mit Protonen gefüllt ist, kann der zweite Teil der Injektion durch Einschalten der HF-Beschleunigungsspannung begonnen werden. Nur ein Teil der umlaufenden Teilchen wird in phasenstabilen Gebieten eingefangen, während ein größerer Teil verlorengeht (Verzögerung statt Beschleunigung). Die im phasenstabilen Bereich eingefangenen Teilchen führen Phasenschwingungen aus, die wie in Ziffer 16 gezeigt wurde, stets mit radialen Schwingungen verknüpft sind. Die Amplituden dieser Schwingungen addieren sich zu denen der Betatronschwingung, wodurch ein weiterer Teil der Protonen durch Auftreffen auf die Wand der Vakuumröhre verlorengeht. Um diese Verluste möglichst gering zu halten, wird das Vakuumgefäß und natürlich auch das Magnetfeld in radialer Richtung

verhältnismäßig breit gemacht, während die Ausdehnung in vertikaler Richtung geringer sein kann, da in dieser Richtung nur Betatronschwingungen auftreten.

Die Phasenschwingungen sind im NR-Gebiet nicht gedämpft. Eine zu starke Anregung dieser Schwingungen kann dadurch vermieden werden, daß die Hochfrequenzspannung nicht gleich im vollen Betrag eingeschaltet wird, sondern langsam auf ihren Endwert ansteigt. Eine merkliche Dämpfung der Phasenschwingungen, die mit $\sqrt[4]{E}$ geht, tritt erst für $v \to c$ ein.

Ausführliche theoretische Untersuchungen des Injektionsvorganges wurden von *Gooden*, *Jensen* und *Symons* [155] sowie von *Twiss* und *Frank* [167] angestellt. Ein Vergleich experimenteller Untersuchungen mit theoretischen Erwartungen wurde von *Blewett* u. Mitarbeiter [146] für das Cosmotron und von *Danilkin* u. Mitarbeiter für ein 180-MeV-Modell des sowjetischen 10 GeV-Synchrotrons durchgeführt.

50. Inneres Target und Ausschleusung des Strahles

Für eine große Zahl von Experimenten genügt es, wenn der Protonenstrahl im Inneren der Vakuumkammer auf ein Target auftrifft. Er dient dann meistens dazu, um sekundäre Teilchen zu erzeugen (z. B. Mesonen, Hyperonen, strange particles u. a.), die für die weitere Untersuchung verwendet werden. Es wird dabei meist so vorgegangen, daß beim Erreichen der gewünschten Energie die HF-Beschleunigungsspannung abgeschaltet wird, während das Magnetfeld weiter ansteigt. Dies hat zur Folge, daß der Strahl auf einer Spirale langsam nach innen läuft und schließlich das Target trifft. Dabei können mehrere Targets gleichzeitig verwendet werden, die an geeigneten Stellen des Bahnumfanges aufgestellt werden. Durch geeignete Steuerung der Hochfrequenz ist es auch möglich, die Impulse in einer bestimmten sich wiederholenden Reihenfolge auf verschiedene Targets mit jeweils vorgegebener Energie auftreffen zu lassen. Man kann sogar bei einem einzelnen Beschleunigungsvorgang die HF-Spannung für eine kurze Zeit abschalten, so daß ein bestimmter Teil der umlaufenden Protonen auf ein Target gelangt. Dann wird die Hochfrequenz wieder eingeschaltet und der Rest der Protonen zu höheren Energien beschleunigt.

Bei den bisher in Betrieb befindlichen Beschleunigern gelang es, zwischen 10^{10} und 10^{11} Protonen pro Impuls auf die Endenergie zu beschleunigen. Beim Cosmotron hofft man sogar 10^{12} Protonen pro Impuls zu erreichen.

Für manche Versuche ist es jedoch erforderlich, die Patronen nach der Beschleunigung aus der Maschine herauszuführen. Dies ist dann wichtig, wenn z. B. flüssiger Wasserstoff als Target dienen soll, oder wenn es notwendig ist, mit den Nachweisgeräten nahe an den Strahl heranzugehen, so z. B. bei der Messung von Lebensdauern in der Größenordnung von 10^{-10} s.

Eine Methode für die Ausschleusung der Protonen wurde unabhängig von *Piccioni* u. Mitarbeitern [162] für das Cosmotron und von *Wright* [170] für das Bevatron vorgeschlagen (vgl. auch *Collins* [149]). Sie besteht darin, daß man den Strahl, wie oben beschrieben, zunächst auf ein inneres Target auftreffen läßt, das aus einer leichten Substanz besteht. Seine Dicke ist so bemessen, daß die Protonen durch Ionisation soviel Energie verlieren (beim Cosmotron etwa 8 MeV), daß sich der Bahnradius beim darauffolgenden

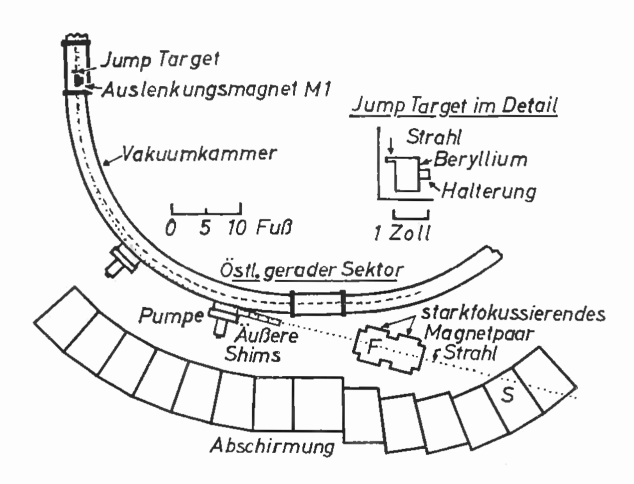


Abb. 74: Die Herausführung des Protonenstrahls beim Cosmotron nach der Piccioni-Methode

Umlauf um etwa 10 bis 20 cm verringert. Er gelangt dadurch zwischen die Polschuhe eines an der Innenseite der Vakuumkammer aufgebauten Magneten, der ihn um etwa 3° nach außen ablenkt (Abb. 74). Nachdem er ein Viertel des Bahnumfanges durchlaufen hat, gelangt er an die Außenseite der Vakuumkammer, die er durch ein besonderes Fenster verläßt. Das sogenannte „jump target" besteht aus Beryllium oder Luzite, damit nicht durch Coulomb-Streuung der Strahl zu stark aufgefächert wird. Außerdem besitzt dieses Target einen kleinen Ansatz (Abb. 74), den der Strahl erst einige Male durchsetzt, bevor er das Target in seiner vollen Dicke einmal durchläuft. Genauere Überlegungen zeigen, daß bei diesem

mehrmaligen Durchlaufen des Ansatzes die radialen Betatron-Schwingungen stark gedämpft werden. Beim Cosmotron nimmt der Strahl beim Verlassen des Magnetfeldes etwa eine Fläche von $5 \cdot 12\ cm^2$ ein. Beim Durchlaufen des Streufeldes des Ringmagneten würde der Strahl allerdings stark verbreitert werden, da dieses Feld in radialer Richtung defokussiert, in axialer Richtung dagegen stark fokussiert. Es wurden daher Abschirmbleche („external shims") angebracht, die die Stärke der axialen Fokussierung zugunsten der radialen abschwächen. Außerdem wird noch eine Vierpollinse verwendet, die den Strahl in einer gewünschten Entfernung vom Austrittsort fokussiert. Auf diese Weise gelang es, etwa 50 % des umlaufenden Strahles aus dem Beschleuniger herauszuführen.

Für manche Versuche ist es jedoch erforderlich, einen besonders scharf kollimierten Strahl zur Verfügung zu haben. Beim Cosmotron wurde daher ein sogenannter „pencil beam" hergestellt, indem der Luftspalt des Ablenkmagneten mit Metall ausgefüllt wurde, das nur ein Loch mit 0,6 cm ∅ besaß. Durch Abbildung dieses Loches erhält man einen Strahl von etwa $3 \cdot 10^7$ Protonen pro Impuls, der auf einen Kreis mit 0,5 cm ∅ auffällt. Die Intensität außerhalb dieses Strahles ist tausendmal kleiner.

51. Besonderheiten und Betriebserfahrungen

Im folgenden sollen spezielle Eigenschaften der einzelnen Synchrotrons beschrieben und, soweit die Beschleuniger schon in Betrieb sind, die bisherigen Erfahrungen kurz mitgeteilt werden. In Tabelle 15 sind die Daten der verschiedenen Beschleuniger zusammengestellt.

a) Birmingham

Wie bereits erwähnt wurde, besitzt dieser Beschleuniger einen ringförmigen Magneten ohne gerade Zwischenstücke. Der Strahl kann aus dem Porzellanvakuumgefäß (Wandstärke etwa 3 cm) an zwei Stellen durch dünne Fenster herausgeführt werden. Der äußere Strahl hat eine Maximalenergie von 925 MeV und ist zu etwa 60 % polarisiert. An einer Stelle ragt eine nach außen offene, dünnwandige Röhre in die Vakuumkammer, die vom inneren Protonenstrahl getroffen werden kann. Dadurch ist es möglich, Substanzen zu bestrahlen, ohne daß sie durch eine Schleuse in die Vakuumkammer eingeführt zu werden brauchen. Dies ist besonders vorteilhaft für die Untersuchung von Spallationprozessen.

Der Beschleuniger ist allseitig von etwa 2 m dickem Beton abgeschirmt. Er wird im allgemeinen 8 Stunden an 5 Tagen in der Woche betrieben (*Moon* [160]).

Tabelle 15

	Strahldaten			Magnet		
	maximale p-Energie GeV	Protonen pro Impuls	Impuls-frequenz	Bahnradius in m	Masse t	Feldstärke bei Injektion in G
Birmingham	1	10^{10}	6/min	4	810	217
Brookhaven Cosmotron	3	10^{11}	12/min	9	1640	271
Berkley Bevatron	6,2	$3 \cdot 10^{10}$	10/min	15,2	13 000	300
Moskau	10	10^{9}—10^{10}	5/min	28	36 000	150
Argonne	12,5	$5 \cdot 10^{11}$	15/min	2,865	1500	463
Canberra	10,6	—	1/10 min	4,8	kein Fe 77 Cu	850
Princeton	3	$2{,}5 \cdot 10^{10}$	20/s 10/s	12,3	350	270

	Magnet			HF		
	Feldstärke bei Ejektion in G	Feldindex n	Anstiegzeit s	Zahl der Beschl.-Strecken	Frequenz-bereich in MHz	mittlerer Energie-gewinn/U in keV
Birmingham	12,5	0,68	1	1	0,33—9,3	0,2
Brookhaven Cosmotron	14	0,6	1	1	0,39—4,2	0,7
Berkley Bevatron	15	0,7	1,85	1	0,36—2,46	0,8
Moskau	13	0,55—0,75	3,3	1	0,18—1,45	—
Argonne	20	0	1	8	4,2—13,3	8
Canberra	80	0,55	0,8	1	1—9	—
Princeton	13,8	0,5—0,75	$^{1}/_{40}$	2	3,8—45	61—30,5

Daten für Vakuumröhre in Tabelle 12, für Injektion in Tabelle 14.

b) Brookhaven (Cosmotron)

Dieses Synchrotron war das erste, das in Betrieb gesetzt werden konnte (1952); die damit gemachten Erfahrungen haben wesentlichen Einfluß auf die zur Zeit im Bau befindlichen Beschleuniger gehabt. Da in den vorher-

gehenden Abschnitten einzelne Teile des Cosmotrons bereits beschrieben wurden und da eine ausführliche Darstellung der technischen Einzelheiten in einem speziellen Heft der *Rev. Sci. Instr.* [150] (vgl. auch *Smith* [166]) gegeben wurde, sollen hier nur noch einige kurze Bemerkungen angefügt werden.

Die Zeit, in welcher die umlaufenden Protonen auf ein inneres Target auftreffen, hängt davon ab, wie schnell die HF-Spannung abgeschaltet wird. Dadurch ist es möglich, die Impulslänge auf dem Target zwischen 10^{-3} und 10^{-1} s zu variieren. Die kurzen Zeiten dienen für Nebel- und Blasenkammeraufnahmen, während die langen Zeiten insbesondere für Zählerexperimente erforderlich sind, um zufällige Koinzidenzraten klein zu halten. Die inneren Targets können mit Preßluft erst gegen Ende des Beschleunigungsvorganges in ihre Stellung gebracht werden, wodurch ein beträchtlicher Untergrund vermieden werden kann.

Abb. 75 gibt einen Eindruck von der großen Zahl experimenteller Möglichkeiten, die am Cosmotron gegeben sind. Äußere Strahlen von Protonen, π- und K-Mesonen, stehen routinemäßig zur Verfügung.

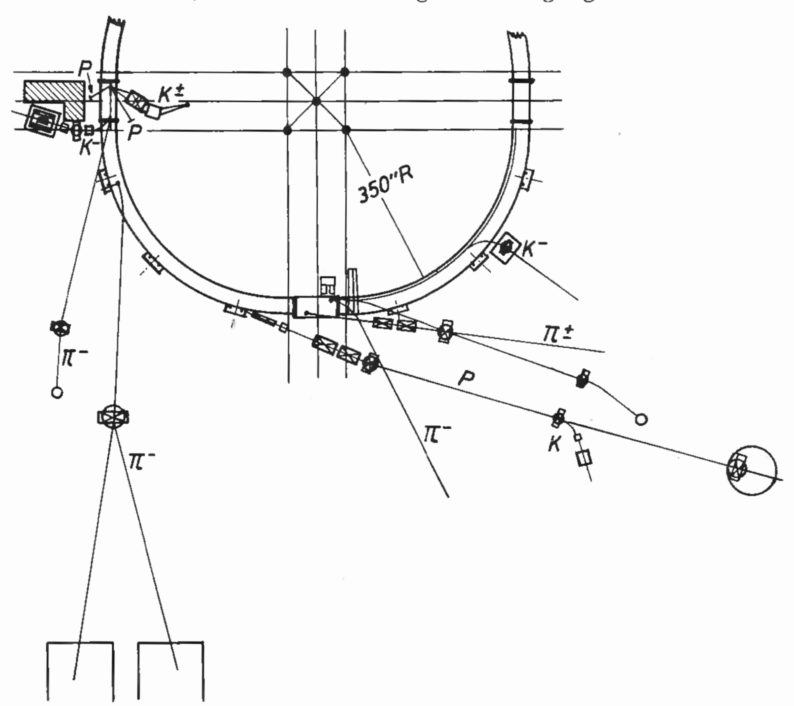


Abb. 75: Die beim Cosmotron gleichzeitig benutzbaren äußeren Strahlen von Protonen, π- und K-Mesonen

Ein besonderes Problem stellt die Abschirmung dar. Da es gelang, die Strahlintensität im Laufe der Zeit stetig zu erhöhen, mußte auch die Abschirmung verstärkt werden. Durch das Gewicht dieser Abschirmung traten Deformationen des Sandbodens auf, die sich auf den Magneten übertrugen. Eine Neujustierung des Magneten wird daher bei weiterer Verstärkung der Abschirmung notwendig sein.

Während des Betriebes traten bisher nur einmal größere Störungen auf. Durch eine Undichtigkeit in der Kühlwasserleitung wurde ein Kurzschluß einer Magnetwicklung hervorgerufen, der zu einer längeren Betriebsunterbrechung führte. Der Beschleuniger ist im allgemeinen 5 Tage pro Woche jeweils 24 Stunden in Betrieb, von denen etwa 2 Stunden für kleinere Reparaturen und Änderungen an den experimentellen Apparaturen benützt werden. Jede siebente Woche wird für größere Instandsetzungsarbeiten verwendet.

c) Berkeley (Bevatron)

Mit Hilfe des Bevatrons gelang es erstmalig, Protonenenergien von mehr als 6 GeV zu erreichen. Dadurch wurden Phänomene zugänglich (z. B. die Erzeugung von Antinukleonen und Hyperonen), die so interessant sind, daß seit Inbetriebnahme der Maschine im Jahre 1954 soviel Zeit wie möglich für diese Experimente verwendet wurde, während der Beschleuniger als solcher bisher kaum studiert wurde.

Ähnlich wie beim Cosmotron sind auch hier mehrere innere Targets vorhanden, die äußere Strahlen verschiedener Sekundärteilchen liefern. Ein äußerer Protonenstrahl wurde bisher noch nicht verwendet.

In der bisherigen Betriebszeit geschah es zweimal, das in einem Generator für den Magnetstrom ein Kurzschluß entstand, der eine mehrwöchige Reparatur notwendig machte. Sonst traten keine erheblichen Störungen auf. Weitere Einzelheiten können einem Bericht von *Lofgreen* [158] und von *Brobeck* [147] entnommen werden.

d) Moskau (Synchrophasotron)

Beim Bau dieses Beschleunigers erwies sich ein verkleinertes Modell mit einem Bahnradius von 2 m und einer Protonenenergie von 180 MeV als besonders nützlich (*Danilkin* u. Mitarbeiter [153]).

Eine zusammenfassende Darstellung der Theorie dieses Beschleunigers wurde von *Rabinovich* [163] gegeben. Am 16. April 1957 gelang es zum ersten Male, eine Protonenenergie von 10 GeV zu erreichen [171].

e) Argonne

Dieser Beschleuniger unterscheidet sich von den konventionellen dadurch, daß das Magnetfeld des Ringmagneten homogen ist (Feldindex $n = 0$). Die Fokussierung wird durch die Streufelder an den Enden der Magnetsektoren bewirkt. Um diese Effekte zu erhöhen, wurde der Magnet in acht

Sektoren mit dazwischenliegenden geraden Stücken aufgeteilt, gegenüber den sonst üblichen vier. Der Vorteil eines homogenen Feldes besteht darin, daß höhere Endfeldstärken erzielt werden können (20 000 Gauß gegenüber 15 000 Gauß beim Bevatron), wodurch ein kleinerer Bahnradius und damit erhebliche Kostenersparnisse beim Magneten möglich werden (Magnetgewicht 1500 t gegenüber 13 000 t beim Bevatron) (*Crosbie* u. Mitarbeiter [152]).

f) Canberra

Bei diesem Synchrotron, das eine Endenergie von etwa 10 GeV ermöglichen soll, wurden völlig neue Wege beschritten. Aus finanziellen Gründen wurde angestrebt, den Beschleuniger so klein wie möglich zu bauen, um die Kosten für das Gebäude und den Magneten niedrig zu halten. Wesentlich kleinere Bahnradien lassen sich mit Hilfe einer eisenlosen Spule erzielen. Zur Erzeugung des Magnetfeldes hat man sich folgende Überlegung zunutze gemacht: Im Innern eines stromdurchflossenen Leiters steigt bekanntlich das Magnetfeld linear mit dem Abstand von der Leiterachse an. Benutzt man zwei Leiter, die einander zum Teil durchschneiden und die von entgegengesetzt ge-

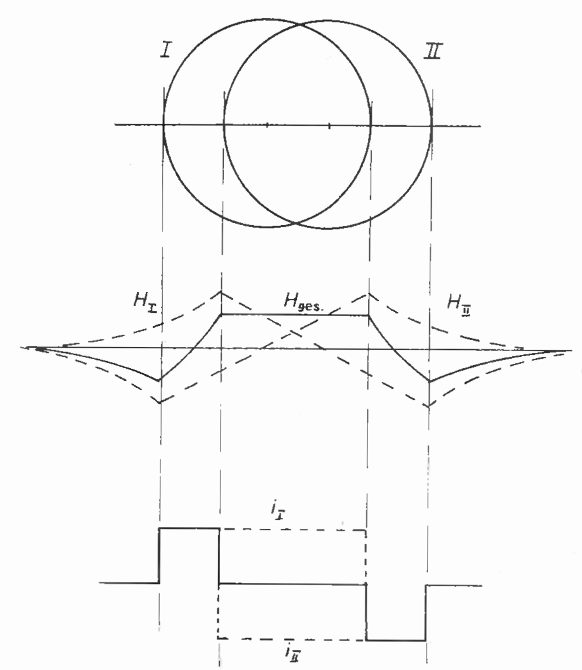


Abb. 76: Erzeugung eines Führungsfeldes mit Hilfe von zwei sich durchdringenden Leitern, die von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen werden

richteten Strömen durchflossen werden (Abb. 76), dann addieren sich im Überschneidungsgebiet die Felder der beiden Ströme zu einem homogenen Magnetfeld. Andererseits heben in diesem Raumgebiet die beiden Ströme einander aber auf, so daß dort überhaupt kein Leiter vorhanden zu sein braucht, wodurch sich Raum für die Unterbringung einer Vakuumröhre ergibt. Den Querschnitt des Ring-Magneten mit Vakuumröhre zeigt Abb. 77. Anstelle von zwei massiven Leitern werden je 128 Kupferstangen benutzt. Um eine Fokussierung zu erzielen, darf das Magnetfeld allerdings nicht streng homogen sein. Eine einfache Überlegung zeigt, daß eine Inhomogenität schon dadurch auftritt, daß die Leiter zu einem Kreis gebogen werden. Eine weitere Inhomogenität kann dadurch erzielt werden, daß man den Leitern nicht kreisförmige, sondern elliptische Querschnitte gibt. Auf diese Weise wurde ein Feldindex $n = 0{,}55$ fast im ganzen Querschnitt der Vakuumröhre erhalten.

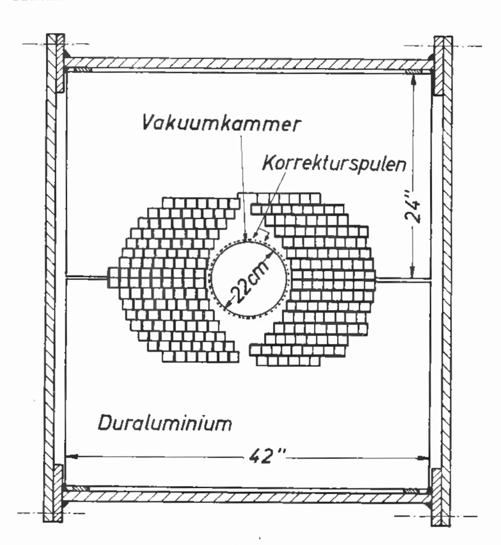


Abb. 77: Querschnitt durch Magnet und Vakuumröhre des Synchrotrons in Canberra

Die 128 Kupferleiter sind in Gruppen parallel geschaltet, so daß auf jeder Seite des Vakuumgefäßes vier Windungen liegen. Jede Windung wird von einem Strom von $1{,}6 \cdot 10^6$ A durchflossen, so daß der einzelne Kupferleiter 50 000 A aufnehmen muß. Das damit erzeugte Magnetfeld beträgt 80 000 Gauß und ermöglicht die Beschleunigung von 10 GeV-Protonen bei einem Bahnradius von nur 4,8 m.

Zur Erzeugung der sehr hohen Ströme wird ein Unipolargenerator verwendet, der aus einem alten Cyclotronmagneten besteht, in dessen Luftspalt

zwei Stahlrotoren mit je 38 t Masse rotieren. Durch diese Rotoren wird zunächst ein Strom von 3300 A geschickt, um sie auf eine Drehgeschwindigkeit von 900 U/min zu bringen. Die dabei gespeicherte Energie beträgt $5 \cdot 10^8$ Joule. Beim Anschließen des Beschleunigermagneten wird die Rotation innerhalb von 0,8 s auf die Geschwindigkeit Null abgebremst. Es folgt Beschleunigung in entgegengesetzter Richtung. Der Hauptnachteil dieses Synchrotrons besteht darin, daß die Wiederbeschleunigung der Rotore mehrere Minuten dauert, so daß man nur alle 10 Minuten einen Impuls erhalten kann. Der geringere Preis der Maschine wird daher durch eine niedrige mittlere Stromstärke erkauft.

Folgende technische Schwierigkeiten traten beim Bau auf: Die Kupferleiter auf beiden Seiten der Vakuumröhre stoßen einander während des Impulses infolge der hohen Stromstärken mit einer Kraft von nahezu $16 \cdot 10^3$ kp je cm Bahnumfang ab. Außerdem tritt noch eine radial gerichtete Kraft auf, die den Bahnradius zu vergrößern sucht. Sie beträgt etwa $1{,}6 \cdot 10^3$ kp je cm Bahnumfang. Es mußten daher besondere Vorkehrungen für eine stabile Lagerung der Kupferleiter getroffen werden.

Eine zweite Schwierigkeit besteht in der Stromzu- und -abführung an den Rotoren. Es werden dazu Strahlen einer flüssigen NaK-Legierung benutzt, für die besondere Düsensysteme entwickelt wurden. Eine ausführliche Beschreibung technischer Einzelheiten wurde von *Blamey* [145] gegeben.

In diesem Zusammenhang sei auf die Versuche hingewiesen, die russische Physiker (*Budker* und *Naumow* [148]) mit eisenlosen Synchrotrons durchführen. Auch hierbei wird eine einzige Windung eines Kupferleiters benutzt, dessen Querschnitt geeignet geformt ist, um eine Fokussierung zu erzielen. Es wurden zwei Projekte durchgerechnet: 1. Endenergie 1 GeV, Bahnradius 33 cm; 2. Endenergie 3 GeV, Bahnradius 1 m.

Zur Zeit befindet sich ein Modell für eine Protonenenergie von 200 bis 300 MeV mit einem Bahnradius von 17 cm in Erprobung. Der Feldindex beträgt 0,57, die Magnetmasse etwa 150 kg. Der Impulsstrom beträgt 400 000 A. Die Hauptschwierigkeit besteht in der Entwicklung geeigneter Entladungsstrecken, um diese Ströme zu schalten.

g) Princeton

Bei diesem Beschleuniger ist geplant, eine Impulsfolgefrequenz von 20/s (gegenüber 12/min beim Cosmotron) zu erhalten. Man hofft, bis zu mittleren Strahlströmen von 0,8 bis 1 μA bei einer Protonenenergie von 3 GeV zu kommen. Selbst pessimistische Abschätzungen lassen mittlere Ströme erwarten, die etwa 50mal größer sind als diejenigen des Cosmotrons.

Eine derartige Steigerung der Impulsfrequenz wird nur dadurch möglich, daß auf Grund der Erfahrungen bei den früher gebauten Beschleunigern die Vakuumröhre und damit der Magnetluftspalt wesentlich kleiner gehalten

werden können. Die im Magnet gespeicherte Energie wird dadurch um einen Faktor 10 kleiner gegenüber derjenigen des Cosmotrons. Außerdem wird der Magnet mit Gleichstrom vormagnetisiert, da dadurch die Leistungsverluste vermindert werden (*Westendorp* [168]). Diese Vormagnetisierung hat den weiteren Vorteil, daß B und dB/dt unabhängig voneinander gewählt werden können, was insbesondere für die Injektion von Bedeutung ist.
Die kleinen Abmessungen der Vakuumröhre verlangen besondere Vorkehrungen, um eine zu starke Anregung der Betatron- und Phasenschwingungen zu vermeiden: a) gutes Vakuum (weniger als 10^{-6} Torr); b) modulierte Einschußenergie, um die radialen Betatronschwingungen klein zu halten (vgl. Ziffer 50); c) Benutzung der zwölften Harmonischen bei der Beschleunigungsspannung [$k = 12$ in (1,VII)], um radiale Auslenkungen, hervorgerufen durch Phasenschwingungen, zu reduzieren; d) Benutzung von zwei Beschleunigungsstrecken, um radiale Schwingungen zu vermeiden, die durch zu sprunghafte Erhöhung der Teilchenenergie entstehen.

Kapitel VIII

Theoretische Betrachtungen zu Beschleunigern mit azimutal-veränderlichem Magnetfeld

52. Bisherige Entwicklung (H. Steinwedel)

Wie wir in den Vorbetrachtungen zum Synchrocyclotron bereits gesehen haben, ergeben sich aus den Gedanken, eine starke Fokussierung durch azimutale Variation des Magnetfeldes zu bewirken, neue Maschinentypen, mit denen einerseits unter vertretbarem Kostenaufwand die 20 GeV-Grenze überschritten werden kann (AGPS) und die andererseits eine wesentlich höhere Strahlintensität liefern als die bisherigen Beschleuniger (AVG). In diesem Kapitel VIII untersuchen wir allgemein das Verhalten der beschleunigten Teilchen in solchen Magnetfeldern. Anschließend wird eine kurze Beschreibung eines Isochroncyclotrons gegeben. Ausführungsbeispiele der FFAG Maschinen werden in diesem Buch nicht beschrieben, da bis zum Zeitpunkt der Abfassung des Buches die Eigenschaften eines solchen Beschleunigers nur an Elektronenmodellen studiert wurden. Als Beispiel eines Synchrotrons wird in Kapitel X ausführlich das Bonner Elektronen-Synchrotron behandelt. Dann wird noch verhältnismäßig kurz auf das AG-Protonen-Synchrotron mit der Beschreibung der Maschine des CERN eingegangen.

Die bisher behandelten Kreisbeschleuniger mit festem Radius R der Kreisbahn (Betatron, Elektronen-Synchrotron und Protonen-Synchrotron) benutzen sämtlich ein „Betatronfeld", um die umlaufenden Teilchen richtungsmäßig zusammenzuhalten. In einem mit R abfallenden Feld (Exponent des Feldabfalls n zwischen 0 und 1) führen irgendwelche Richtungsabweichungen der Teilchen von der Kreisbahn in erster Näherung zu Sinusschwingungen um den Sollkreis, den „Betatron"-Schwingungen (vgl. Ziffer 7). Die entsprechende Differentialgleichung für die relativen radialen bzw. axialen Abweichungen von der Sollbahn lassen sich unter Einführung des Kreisbahn-Azimuts φ analog zu (17,II) und (18,II) auch schreiben:

$$\xi'' + (1-n)\,\xi = 0\,; \quad \text{wobei } \xi = \frac{\Delta R}{R_s},\; \xi' = \frac{d\xi}{d\varphi},\; R = R_s + \Delta R \qquad (1a,\mathrm{VIII})$$

und n definiert ist durch $B(R) = B(R_s)\left(1 - n\,\frac{\Delta R}{R_s}\right)$,

$$\zeta'' + n\zeta = 0\,, \text{ mit } \zeta = \frac{Z}{R_s}\,, \tag{1b,VIII}$$

mit den Lösungen:

$$\xi = A\cos(\sqrt{1-n}\,\varphi) + B\sin(\sqrt{1-n}\,\varphi)\,, \tag{2a,VIII}$$

$$\zeta = C\cos(\sqrt{n}\,\varphi) + D\sin(\sqrt{n}\,\varphi)\,, \tag{2b,VIII}$$

$(A, B, C, D$ Konstante).

Der Periodenwinkel der entstehenden Schwingungen ist:

$$\varphi_{\mathrm{per}} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-n}} \text{ bzw. } \frac{2\pi}{\sqrt{n}}\,; \qquad \varphi_{\mathrm{per}} > 2\pi\,!$$

Die maximale Auslenkung ist $\xi_{\max} = \alpha/\sqrt{1-n}$ (radial), wenn α den Winkel bedeutet, den die Teilchenbahn mit der Tangente an die Kreisbahn in einem betrachteten Punkt am Anfang der Schwingung einschließt. Hieraus ergibt sich für die radialen Auslenkungen die Beziehung:

$$\Delta R_{\max} = \frac{\alpha}{\sqrt{1-n}}\,R_s\,, \tag{3,VIII}$$

d. h. aber, daß die entstehenden Auslenkungen aus der Kreisbahn proportional dem Radius des Gerätes zunehmen; wächst die radiale Ausdehnung der Ringröhre bzw. des magnetischen Führungsfeldes nicht wenigstens größenordnungsmäßig *mit*, so werden immer mehr der umlaufenden Teilchen durch Auftreffen auf die Wand beim Anwachsen des Kreisbahnradius verlorengehen. Das ist auch der Grund, weshalb man z. B. bei einem 30 MeV-Elektronen-Synchrotron noch mit einer Ausdehnung des stabilen Gebietes von einigen cm in radialer und axialer Richtung auskommt, während bei den großen Protonen-Synchrotrons die Ausdehnung der Ringröhre bis zur Größenordnung von 1 m ansteigt (vgl. Abb. 69). Bei diesen Betrachtungen müßten eigentlich die Synchrotron-Schwingungen mit berücksichtigt werden. Die grundsätzlichen Fragen lassen sich aber bei Beschränkung auf die Betatron-Schwingungen einfacher darstellen; spezielle Probleme der Synchrotron-Schwingungen werden in Ziffer 55 behandelt.

53. **Theorie des AG-Synchrotrons** (H. Steinwedel)

Die Betrachtung von (3,VIII) für $\Delta R_{\max}$ zeigt folgendes: α wird sich auch für größere Geräte nicht wesentlich verkleinern lassen, denn der einzuschleusende Teilchenstrahl wird immer eine gewisse Divergenz aufweisen.

Ferner werden bei der Einschleusung Energieabweichungen von der Sollenergie zu radialen Schwingungen führen.

Der Kreisbahnradius R der Geräte steigt proportional der Endenergie an, weil B_m wegen der Sättigung des Eisens bei zeitlicher Änderung des Magnetfeldes nur 1,5 Vs/m² erreicht.

Wenn man nicht auf frühere Vorschläge zur Verstärkung der Stabilisierungskräfte durch magnetische Linsen zurückgehen will[1]), so besteht die einzige Möglichkeit zur Verkleinerung von ΔR_{max} darin, dem Exponenten des Feldabfalls einen großen Wert zu geben, also $|n| \gg 1$ zu machen. Ein großer negativer n-Wert führt zwar zu starker *radialer* Richtungsfokussierung, damit ist aber starke *De*fokussierung in *axialer* Richtung verbunden; denn nach (14,II) muß ja $n > 0$ sein, damit überhaupt axiale Richtungsfokussierung eintritt. Umgekehrt würde ein großer positiver n-Wert zwar

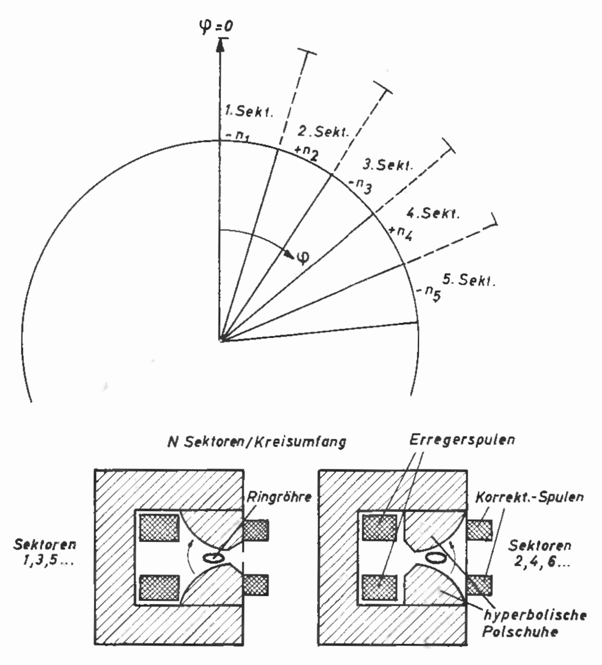


Abb. 78: Einteilung des gesamten Kreisumfangs in N Sektoren mit abwechselnd positivem und negativem n. Darunter: großer negativer (links) und positiver (rechts) Gradient durch geeignete Polschuhform

[1]) Solche Linsen wurden noch nicht erprobt, würden vermutlich aber — abgesehen von den technischen Schwierigkeiten ihres Einbaus — zu ganz ähnlichen Schwierigkeiten infolge von Resonanzerscheinungen führen, wie sie weiter unten in Ziffer 54 behandelt werden.

zu starker *axialer* Richtungsfokussierung führen, es wäre damit aber eine starke Defokussierung in *radialer* Richtung verbunden.

Der neue Gedanke von *Christophilos* bzw. *Courant, Livingston* und *Snyder* [174] besteht nun darin, den Strahl *nacheinander* und *abwechselnd* in radialer bzw. axialer Richtung stark zu fokussieren, indem man den ringförmigen Magneten in eine Anzahl gleicher „Feldperioden" einteilt, welche im einfachsten Falle [1]) wiederum aus je einem Sektor mit hohem positiven und hohem negativen Feldindex n bestehen (Abb. 78: „Alternierender Gradient", im folgenden als A.G. abgekürzt). Die grundsätzliche Frage ist einerseits, ob sich bei dieser Form des Magnetfeldes noch stabile (fastperiodische) Teilchenbahnen ergeben, andererseits, ob die Vorteile der Konstruktion groß genug sind, um den erheblich höheren technischen Aufwand zu rechtfertigen. Beide Fragen sind, wie wir heute wissen, durchaus zu bejahen, wie im folgenden gezeigt werden soll.

Formal bleiben die Gl. (1,VIII) für die „Betatron"-Schwingungen unverändert, nur ist der Feldindex n jetzt nicht mehr konstant, sondern eine periodische Funktion des Azimuts φ mit der Periodenlänge $2\pi/N$, wenn wir die Zahl der Feldperioden auf dem Bahnumfang mit N bezeichnen.

Führen wir statt φ den Winkel $\chi = N\varphi$ ein, (χ läuft also innerhalb einer Periode von 0 bis 2π), so erhalten wir statt (1a,VIII)

$$\text{a)} \qquad \xi'' + \frac{1-n}{N^2}\,\xi = 0\,, \qquad\qquad \text{b)} \qquad \zeta'' + \frac{n}{N^2}\,\zeta = 0\,, \qquad (4,\text{VIII})$$

wobei die Striche nunmehr Ableitungen nach χ bedeuten. $n(\chi)$ ist also eine periodische Funktion von χ mit der Periode 2π:

$$n(\chi + 2\pi) \equiv n(\chi)\,. \qquad (5,\text{VIII})$$

Beide Gleichungen haben somit die allgemeine Form

$$u'' + f(\chi)\,u = 0\,, \qquad f(\chi + 2\pi) \equiv f(\chi)\,, \qquad (6,\text{VIII})$$

und gehören damit zur Klasse der „linearen Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizienten" [2]), die in der Mathematik seit langem wohlbekannt sind und in vielen technischen und physikalischen Problemen auftreten. Ihre wichtigsten Eigenschaften seien im folgenden kurz dargestellt [3]). Die Lösungen von (4,VIII) sind im allgemeinen keine periodischen Funk-

---

[1]) Bei den tatsächlichen Konstruktionen sind die Feldperioden komplizierter.

[2]) Der Einfluß nichtlinearer Glieder wird unten in Ziffer 56 besprochen.

[3]) Vgl. z. B. Meixner-Schäfke, M. J. O. Strutt.

tionen, es existieren jedoch Lösungen, die sich nach Fortschreiten um eine Periode *bis auf einen Faktor* reproduzieren (Floquetsches Theorem), die also die Eigenschaft

$$u(\chi + 2\pi) = \sigma\, u(\chi) \qquad (7,\text{VIII})$$

haben. Ohne der späteren Diskussion vorzugreifen, sehen wir, daß dieser Faktor σ für die Frage der Stabilität entscheidend ist: Ist $|\sigma| > 1$, so wächst u für $\chi \to +\infty$ über alle Grenzen – eine durch u beschriebene Betatronschwingung wäre also nicht stabil. Die Lösungen der Eigenschaft (7,VIII) findet man leicht auf folgende Weise:

Wir setzen voraus, daß wir zwei linear unabhängige Lösungen (d. h. ein Fundamentalsystem) von (6,VIII) mit den Anfangswerten[1])

$$\begin{aligned} u_1(0) &= 1\,, & u_2(0) &= 0\,, \\ u_1'(0) &= 0\,, & u_2'(0) &= 1\,, \end{aligned} \qquad (8,\text{VIII})$$

besitzen. Die gesuchten Lösungen (7,VIII) müssen dann Linearkombinationen von u_1, u_2 sein;

$$u = A\, u_1 + B\, u_2\,, \qquad (9,\text{VIII})$$

deren Koeffizienten A, B also zu bestimmen sind.

Aus (7,VIII) folgt aber speziell

$$u(2\pi) = \sigma\, u(0)\,, \qquad u'(2\pi) = \sigma\, u'(0) \qquad (10,\text{VIII})$$

oder mit (9,VIII) unter Berücksichtigung der Anfangswerte (8,VIII) das lineare homogene Gleichungssystem

$$\begin{aligned} A\, u_1(2\pi) + B\, u_2(2\pi) &= \sigma A\,, \\ A\, u_1'(2\pi) + B\, u_2'(2\pi) &= \sigma B \end{aligned} \qquad (11,\text{VIII})$$

für die gesuchten Koeffizienten.

Die Lösbarkeit von (11,VIII) verlangt das Verschwinden der Determinante:

$$\begin{vmatrix} u_1(2\pi) - \sigma & u_2(2\pi) \\ u_1'(2\pi) & u_2'(2\pi) - \sigma \end{vmatrix} = 0\,. \qquad (12,\text{VIII})$$

Das ist eine quadratische Gleichung für σ, die im allgemeinen zwei voneinander verschiedene Lösungen σ_+, σ_- hat, welche wiederum zwei voneinander verschiedene Koeffizientenverhältnisse A/B und damit zwei linear unabhängige Lösungen u_+, u_- der Dgl. (6,VIII) mit der Eigenschaft (7,VIII) liefern, d. h. also ein neues Fundamentalsystem[2]). (12,VIII) lautet ausgeschrieben

---

[1]) Die Anfangswerte (8,VIII) vereinfachen lediglich die folgenden Rechnungen. Die Festlegung des Anfangspunktes der Periode, d. h. der Stelle $\chi = 0$, ist für die meisten Folgerungen ohne Interesse.

[2]) Der Spezialfall $\sigma_+ = \sigma_-$ ist für die hier behandelten Anwendungen physikalisch bedeutungslos.

$$\sigma^2 - \{u_1(2\pi) + u_2'(2\pi)\}\,\sigma + \begin{vmatrix} u_1(2\pi) & u_2(2\pi) \\ u_1'(2\pi) & u_2'(2\pi) \end{vmatrix} = 0\,. \qquad (13,\mathrm{VIII})$$

Aus (4,VIII) folgt ferner, daß die aus zwei Fundamentallösungen gebildete „Wronski-Determinante"

$$\Delta = \begin{vmatrix} u_1(\chi) & u_2(\chi) \\ u_1'(\chi) & u_2'(\chi) \end{vmatrix} \qquad (14,\mathrm{VIII})$$

konstant, d. h. unabhängig von χ ist[1]). Somit folgt mit den Anfangswerten (8,VIII)

$$\begin{vmatrix} u_1(2\pi) & u_2(2\pi) \\ u_1'(2\pi) & u_2'(2\pi) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_1(0) & u_2(0) \\ u_1'(0) & u_2'(0) \end{vmatrix} = 1\,. \qquad (15,\mathrm{VIII})$$

Für die beiden Lösungen σ_+, σ_- der quadratischen Gl. (13,VIII) gilt dann nach den Vietaschen Wurzelsätzen:

$$\sigma_+ \cdot \sigma_- = 1\,, \qquad (16,\mathrm{VIII})$$

$$\sigma_+ + \sigma_- = u_1(2\pi) + u_2'(2\pi)\,. \qquad (17,\mathrm{VIII})$$

(16,VIII) wird erfüllt durch den Ansatz

$$\sigma_\pm = e^{\pm 2\pi i \mu}\,, \qquad (18,\mathrm{VIII})$$

und (17,VIII) ergibt dann

$$\tfrac{1}{2}(\sigma_+ + \sigma_-) = \cos 2\pi\mu = \tfrac{1}{2}\{u_1(2\pi) + u_2'(2\pi)\} \qquad (19,\mathrm{VIII})$$

μ nennt man den charakteristischen Exponenten.

Wegen der physikalischen Bedeutung des periodischen Koeffizienten $f(\chi)$ in (6,VIII) interessieren uns nur reelle $f(\chi)$, so daß wir $u_1(2\pi)$ und $u_2'(2\pi)$ ebenfalls als reell voraussetzen können. Somit sind entweder σ_+, σ_- beide reell oder komplex konjugiert zueinander ($\sigma_+ = \sigma_-^*$), und damit [vgl. (16,VIII)] $|\sigma_\pm| = 1$. Wir haben also die Alternativen:

1. $|\cos 2\pi\mu| \leqq 1\,.$

Damit ist μ reell, $\sigma_+ = \sigma_-^*$, $|\sigma_\pm| = 1$. Somit bleibt jede der Lösungen u_+, u_- für alle Werte von χ beschränkt[2]) und damit jede beliebige Lösung von (6,VIII), die ja als Linearkombination von u_+ und u_- geschrieben werden kann. Diese Lösungen nennt man *stabil.*

---

[1]) Beweis: Durch Differentiation nach χ und Einsetzen von (6,VIII) folgt, daß $\Delta' = 0$ ist.

[2]) Falls sie in einer Periode $0 \leqq \chi < 2\pi$ beschränkt sind. Wir bitten die Mathematiker um Verzeihung, wenn ähnliche physikalisch triviale Voraussetzungen nicht explizit genannt werden.

2. $|\cos 2\pi\mu| > 1$.

Dann ist μ rein imaginär oder komplex mit Realteil $Re\{\mu\} = \nu/2$ (ν ganzzahlig)[1] und entweder $|\sigma_+| > 1$ oder $|\sigma_-| > 1$. Somit wächst eine der beiden Lösungen u_+, u_-[2]) exponentiell mit χ an, die andere fällt exponentiell mit χ ab, und daher wachsen alle Lösungen von (6,VIII)[3] schließlich exponentiell mit χ an. Diese Lösungen nennt man *instabil.*

Nach dem Gesagten ist es klar, daß die Eigenschaft der Stabilität oder Instabilität (abgesehen von dem in Fußnote[3] erwähnten Spezialfall) nicht von den Anfangsbedingungen, sondern ausschließlich von der Gestalt der Funktion $f(\chi)$ abhängt. Verändert man einen geeigneten Parameter der Funktion $f(\chi)$, so verändert man damit die Stabilisierungseigenschaften der Lösungen. Nach dem Obigen ist der geometrische Ort der Werte von σ_+, σ_- in der komplexen Ebene entweder der Einheitskreis, wobei σ_+, σ_- durch Spiegelung an der reellen Achse in einander übergehen, oder die reelle Achse, wobei σ_+, σ_- durch Spiegelung am Einheitskreis ineinander übergehen (Abb. 79). Von pathologischen Fällen abgesehen wird die Lage von σ_+ stetig von den Parametern der Funktion $f(\chi)$ abhängen, so daß es im allgemeinen „stabile" oder „instabile" Bereiche der Parameter gibt, je nachdem ob $|\sigma_\pm| = 1$ oder $|\sigma_\pm| \gtrless 1$. Die Grenzen zwischen stabilen und instabilen Bereichen sind nach dem oben Gesagten dann durch

$$\sigma_+ = \sigma_- = \pm 1 \quad \text{bzw.} \quad \mu = 0,\ \tfrac{1}{2} \tag{20,VIII}$$

gegeben.

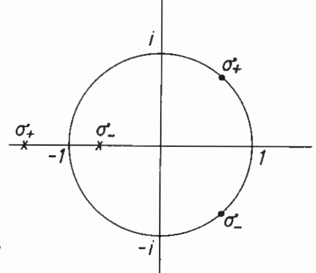


Abb. 79: Mögliche Konfigurationen der Werte von σ: σ_+, σ_- liegen entweder auf dem Einheitskreis ($\cdot$) oder auf der reellen Achse ($\times$)

---

[1]) Falls σ_+, σ_- beide negativ sind, ist ν ungerade. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit können wir $\nu = 0{,}1$ verabreden, desgleichen $0 \leqq \mu \leqq 1/2$ im Fall 1.

[2]) Die Zuordnung der Indices $\pm$ ist reine Konvention! Man kann im Falle 2 z. B. $n > 0$ verabreden und die Indizierung durch (8,VIII) fixieren.

[3]) Eigentlich nur fast alle, denn bei speziellen Anfangsbedingungen läßt sich natürlich erreichen, daß entweder u_+ oder u_- nicht auftreten. Physikalisch sind diese Spezialfälle indessen bedeutungslos.

Es sei hier noch vermerkt, daß man u_+, u_- auch in der Gestalt

$$u_\pm(\chi) = e^{\pm i\mu\chi}\, v_\pm(\chi) \qquad (21,\text{VIII})$$

schreiben kann, wobei $v_\pm(\chi)$ rein periodische Funktionen mit der Periode 2π sind. Beweis:

$$\begin{aligned} v_\pm(\chi) &= e^{\mp i\mu\chi}\, u_\pm(\chi) \\ v_\pm(\chi + 2\pi) &= e^{\mp 2\pi i\mu}\, e^{\mp i\mu\chi}\, u_\pm(\chi + 2\pi) \\ &= \sigma_\mp\, e^{\mp i\mu\chi}\, \sigma_\pm u_\pm(\chi) \\ &= e^{\mp i\mu\chi}\, u_\pm(\chi) = v_\pm(\chi)\,. \end{aligned}$$

Dabei wurden die Beziehungen (7,VIII), (16,VIII) und (18,VIII) benutzt. Im Falle $f(\chi) = const$ ist $v_\pm(\chi) = const$, womit der Anschluß an den Fall $n = const$ gewonnen ist. Bezüglich der Anwendungen auf die Betatronschwingungen ($\chi = N\varphi$) liegt es daher nahe, $Q = N\mu$ als die „Frequenz" der (axialen bzw. radialen) Betatronschwingungen (d. h. Schwingungszahl pro Umlauf) zu bezeichnen — allerdings sind die Schwingungen [vgl. (21,VIII)] nicht mehr rein harmonisch, sondern noch mit der Feldperiode „moduliert". Tatsächlich übernimmt Q in vielen Fällen mindestens näherungsweise die Rolle von $\sqrt{n}$ bzw. $\sqrt{1-n}$ bei $n = const$[1]). Wir haben also gesehen, daß es bei geeignet gewähltem $f(\chi)$ bzw. $n(\chi)$ tatsächlich stabile Betatronschwingungen gibt, und man kann sich auch leicht vorstellen, daß man bei geeignetem Feldverlauf sowohl in axialer als auch radialer Richtung stabile Schwingungen um die Gleichgewichtsbahn erhält. Die Beantwortung des zweiten Teils der anfangs gestellten Frage ist dagegen schwieriger und im Rahmen einer Untersuchung der Betatronschwingungen allein auch gar nicht möglich, denn der entscheidende Vorteil des AG Synchrotrons macht sich erst bei der Radialamplitude der Phasenschwingungen in seiner ganzen Tragweite bemerkbar. Wir wollen im folgenden daher nur versuchen, für die Betatronschwingungen eine vorläufige Antwort zu finden, wobei, wie betont, die Relevanz dieser Antwort hier fraglich ist.

Ein Maß für die Güte der Stabilisierung ist, wie oben (Ziffer 52) bereits dargelegt, die Maximal-Amplitude ΔR_{max} der Betatronschwingung bei vorgegebenem Neigungswinkel α zwischen tatsächlicher Bahn und Sollbahn. Bei konstantem n galt z. B. für die radiale Schwingung (3,VIII)

$$\Delta R_{max} = \frac{\alpha}{\sqrt{1-n}}\, R_s\,.$$

Nach dem oben Gesagten können wir einerseits vermuten, daß $Q = N\mu$ etwa die Rolle von $\sqrt{1-n}$ übernimmt. Andererseits erwarten wir, daß die beste Stabilisierung etwa in der Mitte eines Stabilitätsbereiches erreicht wird. Da nach (20,VIII) die Stabilitätsgrenzen bei $\mu = 0, 1/2$ liegen, wird

[1]) U. a. für den „momentum compaction factor".

dies etwa für $\mu \approx 1/4$ der Fall sein, so daß wir im günstigen Fall statt (3,VIII) näherungsweise

$$\Delta R_{max} \sim \frac{2\alpha}{1/4\,N} R_s = \frac{8\alpha}{N} R_s \qquad (22,\text{VIII})$$

setzen können — wegen der durch die Modulation der Betatronschwingung durch den periodischen Feldverlauf bedingten Vergrößerung der Maximalamplitude wurde die rechte Seite von (22,VIII) noch mit einem Faktor 2 multipliziert[1]). Je größer also N gewählt wird, um so besser wird die Stabilisierung; den Feldverlauf muß man dann so festlegen, daß $\mu \simeq 1/4$, d. h. $\sigma = \pm i$, sowohl für die radiale als auch für die axiale Schwingung erfüllt ist.

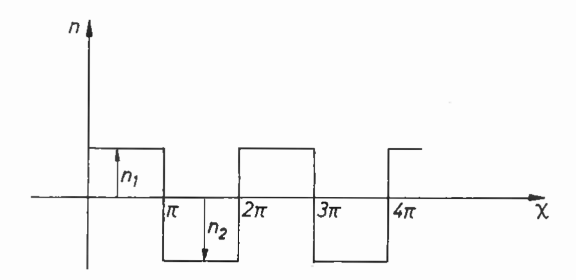


Abb. 80: Einfaches Beispiel eines periodisch veränderlichen Feldindex n

Zur Illustrierung der vorangegangenen, vielleicht etwas abstrakten Darstellung sei der ursprüngliche Vorschlag von *Courant*, *Livingstone* und *Snyder* [174], nämlich der Feldverlauf (vgl. Abb. 80)

$$n(\chi) = n_1 \quad \text{für} \quad 0 < \chi < \pi \quad (\text{Intervall I}) \qquad (23,\text{VIII})$$
$$n(\chi) = -n_2 \quad \text{für} \quad \pi < \chi < 2\pi \quad (\text{Intervall II})$$

näher untersucht und explizit durchgerechnet. Für die axiale Schwingung [vgl. (46,VIII)] haben wir also im Intervall I (statt $u_{1,2}$ schreiben wir also jetzt $\zeta_{1,2}$):

$$\zeta_1 = \cos\frac{\sqrt{n_1}}{N}\chi, \quad \zeta_2 = \frac{N}{\sqrt{n_1}}\sin\frac{\sqrt{n_1}}{N}\chi \qquad (24,\text{VIII})$$

[1]) Dies ist natürlich nur eine recht grobe Abschätzung, sie dürfte aber bei nicht zu kompliziertem Feldverlauf im tiefsten Stabilitätsbereich zumindest die richtige Größenordnung liefern. Eine genauere Untersuchung, die für jeden angenommenen Feldverlauf gesondert vorzunehmen wäre, lohnt sich aus den angeführten Gründen nicht.

bzw. im Intervall II:

$$\zeta_1 = \cos \frac{\sqrt{n_1}}{N}\pi \,\mathfrak{Cos}\, \frac{\sqrt{n_2}}{N}(\chi - \pi) - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \sin \frac{\sqrt{n_1}}{N}\pi \,\mathfrak{Sin}\, \frac{\sqrt{n_2}}{N}(\chi - \pi),$$

(25,VIII)

$$\zeta_2 = \frac{N}{\sqrt{n_1}}\left\{\sin \frac{\sqrt{n_1}}{N}\pi \,\mathfrak{Cos}\, \frac{\sqrt{n_2}}{N}(\chi - \pi) + \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \cos \frac{\sqrt{n_1}}{N}\pi \,\mathfrak{Sin}\, \frac{\sqrt{n_2}}{N}(\chi - \pi)\right\}$$

Daraus folgt sofort [vgl. (19,VIII)]

$$\cos 2\pi\mu = \cos \frac{\sqrt{n_1}}{N}\pi \,\mathfrak{Cos}\, \frac{\sqrt{n_2}}{N}\pi - \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} \sin \frac{\sqrt{n_1}}{N}\pi \,\mathfrak{Sin}\, \frac{\sqrt{n_2}}{N}\pi$$

$$= \varphi\left(\frac{\sqrt{n_1}}{N}, \frac{\sqrt{n_2}}{N}\right), \qquad (26,\mathrm{VIII})$$

also erhalten wir den charakteristischen Exponenten μ und damit die Stabilitätseigenschaften in Abhängigkeit von den Parametern $\sqrt{n_1}/N$ bzw. $\sqrt{n_2}/N$. Besonders einfach und übersichtlich ist der Fall $n_1 = n_2 = n$, also

$$\cos 2\pi\mu = \cos \frac{\sqrt{n}}{N}\pi \,\mathfrak{Cos}\, \frac{\sqrt{n}}{N}\pi\,. \qquad (27,\mathrm{VIII})$$

In Abb. 81 sind als Funktion von $\sqrt{n}/N$ aufgetragen:

a) $\cos 2\pi\mu$, b) der Realteil von μ, c) der Imaginärteil von μ, ferner die Lage und Bewegungsrichtung (bei wachsendem χ) von $\sigma_{\pm}$ in der komplexen Ebene in den angegebenen Bereichen.

Allgemein interessieren natürlich die Stabilitätsverhältnisse auch für $n_1 \neq n_2$; die Grenzen zwischen stabilen und instabilen Bereichen in der n_1-, n_2-Ebene sind nach (20,VIII) durch die Kurven

$$\varphi\left(\frac{\sqrt{n_1}}{N}. \frac{\sqrt{n_2}}{N}\right) = \pm 1 \qquad (28,\mathrm{VIII})$$

gegeben und in Abb. 82 aufgetragen.

Für die radiale Schwingung [vgl. (4a,VIII)] setzen wir zur Vereinfachung $|n| \gg 1$ voraus, so daß wir in (4a,VIII) 1 neben n vernachlässigen dürfen. Das bedeutet, daß wir in den bisherigen Beziehungen für die axiale Schwingung nur n_1 und n_2 zu vertauschen brauchen, um die analogen Beziehungen für die radiale Schwingung zu erhalten[1]) — das gilt auch für das Stabilitätsdiagramm Abb. 83. Die für die Festlegung der Synchrotron-

---

[1]) Für die Stabilitätsuntersuchungen muß es ja gleichgültig sein, an welcher Stelle wir den Anfangspunkt der Feldperiode legen.

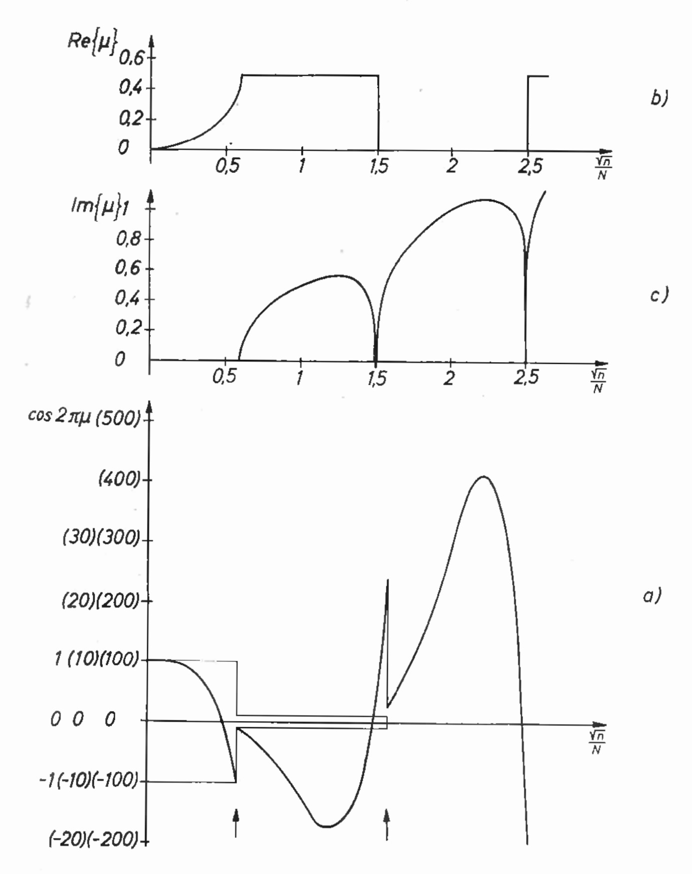


Abb. 81: cos $2\pi\mu$ sowie Realteil und Imaginärteil des charakteristischen Exponenten μ in Abhängigkeit von $\frac{\sqrt{n}}{N}$ (Spezialfall $n_1 = n_2 = n$). An den mit einem Pfeil (↓) gekennzeichneten Stellen in a) wurde der besseren Übersicht halber der Ordinatenmaßstab jeweils um den Faktor 10 verkleinert

parameter (n_1, n_2, N) interessierenden gemeinsamen Stabilitätsbereiche für die axiale und die radiale Schwingung sind in Abb. 84 nochmals gesondert gezeichnet.

Werden also die Werte von N, n_1, n_2 so gewählt, daß der zugehörige Punkt der n_1-n_2-Ebene (im folgenden kurz „Arbeitspunkt" genannt) in einem der schraffierten Bereiche liegt, so sind sowohl die radiale als auch die axiale Schwingung stabil.

Für die Betatronschwingungen ist übrigens nur der „unterste" Stabilitätsbereich (im angelsächsischen „Maschinenbauer"-Jargon „Necktie" genannt, weil er die Form einer Krawatte hat) interessant, da in den höheren

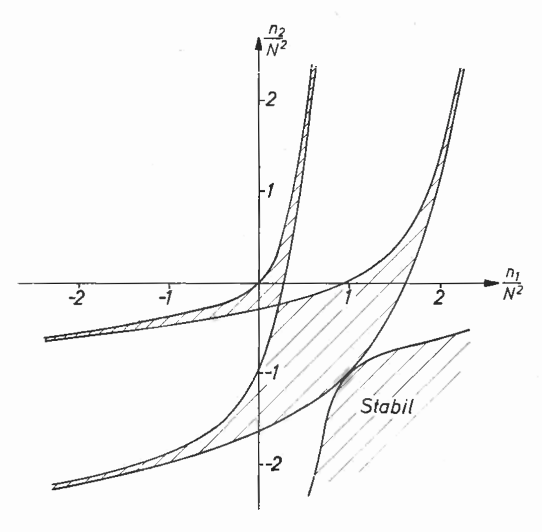


Abb. 82: Stabilitätsdiagramm (Grenzen der stabilen Bereiche) in der n_1-n_2-Ebene

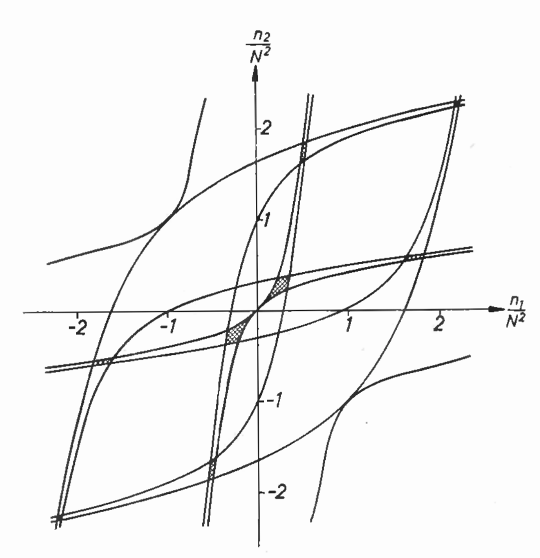


Abb. 83: Gemeinsame Stabilitätsbereiche für axiale und radiale Betatronschwingungen

Bereichen die Amplitude des Modulationsfaktors $v_{\pm}(\chi)$ [vgl. (21,VIII)], bezogen auf gleichen Neigungswinkel α [vgl. (22,VIII) und folgenden Text] erheblich größer als im tiefsten Bereich ist und sich daher eine schlechtere Stabilisierung ergibt.

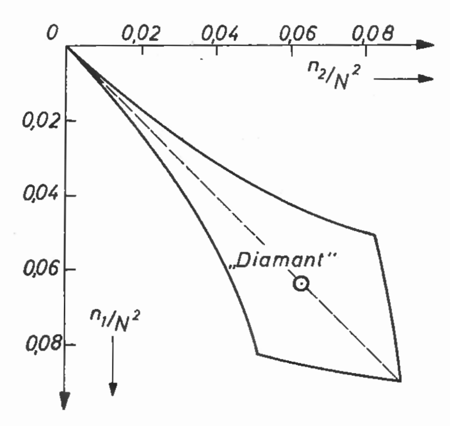


Abb. 84: Der tiefste gemeinsame Stabilitätsbereich (Ausschnitt aus Abb. 83)

Dies sieht man aus Abb. 85, wo für den Spezialfall $n_1 = n_2 = n$, $\mu = 1/4$ die beiden Kurven ζ_1, ζ_2 (bzw. ξ_1, ξ_2) für den tiefsten und den nächsthöheren Stabilitätsbereich aufgetragen sind.

Die für tatsächliche Synchrotrons vorgesehenen Feldverläufe sind indessen komplizierter als der eben diskutierte. Der wesentliche Grund ist, daß man einerseits für die Beschleunigungsstrecken, andererseits auch zum Einschießen und Auslenken der Teilchen, für Korrekturlinsen und Kontrolleinrichtungen usw. magnetfeldfreie, von allen Seiten zugängliche „gerade" Bahnstücke vorsehen muß, in denen also sowohl B als auch n verschwinden. Man konnte sie jeweils zwischen zwei Sektoren einbauen (Abb. 86a), aber es hat sich aus verschiedenen Gründen als zweckmäßig erwiesen, die symmetrischen Formen zu bevorzugen — je nach der Anzahl G dieser „geraden Stücke" wird man also entweder eine Feldform nach Abb. 86b ($G = N$) oder nach Abb. 86c ($G = 2N$) wählen[1]). Obwohl man natürlich jede dieser Feldformen gesondert auswerten muß, wenn man genaue Daten und Diagramme haben will, ändert sich qualitativ gegenüber dem oben durchgerechneten einfachen Beispiel praktisch nichts; insbesondere ergibt

---

[1]) Streng genommen lassen sich alle diskutierten Feldverläufe natürlich nicht verwirklichen, da unstetige Übergänge wegen nicht zu vermeidender Streufelder nicht realisierbar sind. Diese kleinen Abweichungen vom idealisierten Verlauf geben indessen nur unwesentliche Korrekturen.

sich bei geeigneter Maßstabsänderung ein Stabilitäts-Diagramm, welches von der Abb. 82 kaum zu unterscheiden ist.

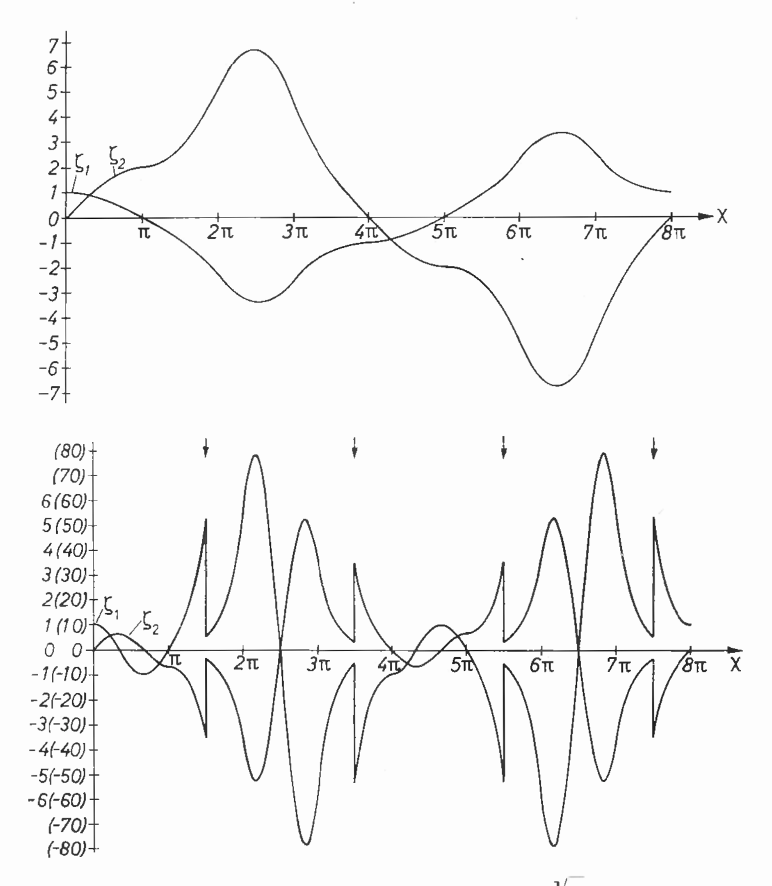


Abb. 85: Lösungskurven $\zeta_1(\chi)$ und $\zeta_2(\chi)$ für $n_1 = n_2 = n$, $\mu = \frac{1}{4}$, $\frac{\sqrt{n}}{N} = \frac{1}{2}$ (Abb. 85a) bzw. $\frac{3}{2}$ (Abb. 85b). An den mit einem Pfeil (↓) gekennzeichneten Stellen wurde der besseren Übersicht halber der Ordinatenmaßstab um den Faktor 10 verkleinert bzw. vergrößert

54. Feldfehler (H. Steinwedel)

Für eine gute Stabilisierung der Betatronschwingungen scheint es nach dem in Ziffer 53 gesagten zunächst vorteilhaft, N (die Anzahl der Feldperioden) so groß wie möglich zu wählen [vgl. (22,VIII)]. Da man andererseits $\mu = 1/4$ beachten muß und n (bei festem μ) somit proportional N^2 ist [vgl. (4,VIII)

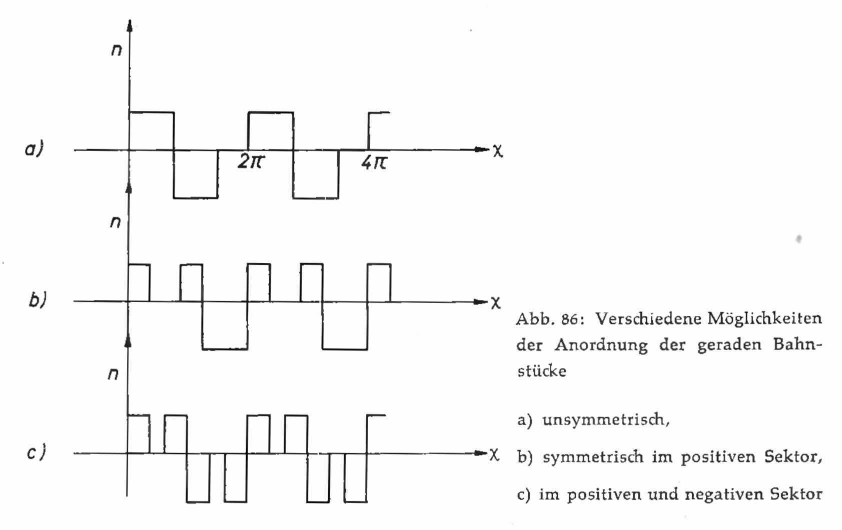


Abb. 86: Verschiedene Möglichkeiten der Anordnung der geraden Bahnstücke

a) unsymmetrisch,

b) symmetrisch im positiven Sektor,

c) im positiven und negativen Sektor

bzw. (26,VIII)], bedeutet großes N auch einen großen Feldindex $n = -R\partial B/B\partial R$. Technisch bequem erreichbar sind Feldgradienten $\partial B/\partial R \leqq 1000$ Gauß/cm, wodurch zunächst eine obere Grenze für n und damit für N gegeben zu sein scheint. Es hat sich aber herausgestellt, daß bei Höchstenergie-Synchrotrons diese Grenze aus anderen Gründen illusorisch ist und nie erreicht werden kann, wenn das Synchrotron zufriedenstellend arbeiten soll, m. a. W., daß man die Ergebnisse des vorigen Abschnitts nicht ohne weiteres übernehmen darf. Der wesentliche Punkt ist, daß den bisherigen Rechnungen ein „ideales", d. h. ein streng periodisches Feld zugrunde lag, was technisch natürlich nie erreichbar ist. Selbst bei genauester Fertigung sind kleine Abweichungen von der strengen Periodizität unvermeidbar, und eingehende theoretische Untersuchungen, die insbesondere für das Genfer Synchrotron angestellt wurden[1]), haben ergeben, daß selbst geringfügige Abweichungen von der bisher vorausgesetzten strengen Periodizität das Stabilitätsverhalten der Betatronschwingungen entscheidend verändern.

Wenn wir uns zunächst auf die lineare Theorie der Betatronschwingungen beschränken, müssen wir drei Arten von Periodizitätsstörungen unterscheiden:

1. Periodizitätsstörungen im Führungsfeld B auf der Sollbahn.
2. Periodizitätsstörungen im Feldindex n.

---

[1]) Vgl. u. a. *G. Lüders, R. Hagedorn, A. Schoch* [175].

3. Nichtperiodische Kopplungen zwischen radialer und axialer Betatronschwingung.

Diese Abweichungen von der strengen Periodizität werden allgemein durch unvermeidliche Herstellungs- und Justierungsfehler der einzelnen Magnetsektoren bedingt, insbesondere Fehler im Führungsfeld durch radiale und axiale Verschiebungen der Sektoren, remanente Felder usw., Fehler im Feldindex durch unterschiedliche Längen der gleichen Sektorenart, unterschiedliches Sättigungsverhalten usw., Kopplungen zwischen radialer und axialer Betatronschwingung durch Verdrehungen („twists") der Magnetsektoren um die Sollbahn als Achse.

Alle diese Periodizitätsstörungen sind, wie gesagt, bei einem realen Synchrotron unvermeidlich und beeinflussen gleichzeitig die Teilchenbewegung; sie bedingen, mathematisch gesehen, Zusatzglieder in den Differentialgleichungen für die Betatronschwingungen. Aus Gründen der Systematik sollen sie im folgenden getrennt behandelt werden.

1. *Störungen im Führungsfeld*

An Hand der Herleitung der Differentialgleichungen (1,VIII) verifiziert man leicht, daß bei einem Fehler δB im Führungsfeld (1,VIII) zu ersetzen ist durch

$$\frac{d^2 \xi}{d \varphi^2} - n(\varphi)\, \xi = \delta f(\varphi), \tag{29,VIII}$$

wobei wir im folgenden wieder den Azimutwinkel φ statt χ benutzen wollen; weiterhin haben wir wieder $n \gg 1$ vorausgesetzt und somit 1 gegen n vernachlässigt. Die Differentialgleichung für die radialen Betatronschwingungen ist nunmehr also inhomogen geworden, wobei die Inhomogenität δf gemäß

$$\delta f(\varphi) = - \frac{R}{\varrho} \frac{\delta B(\varphi)}{B} \tag{30,VIII}$$

mit dem azimutabhängigen Feldfehler $\delta B(\varphi)$ zusammenhängt. Falls dieser durch eine Verrückung $\delta R(\varphi)$ eines Magnetsektors hervorgerufen wird, ist einfach

$$\delta B(\varphi) = \frac{\partial B}{\partial R}\, \delta R(\varphi) \tag{31,VIII}$$

und damit

$$\delta f = n \frac{\delta R}{R} \tag{32,VIII}$$

Physikalisch gesehen bedeutet ein Feldfehler andererseits, daß sich das Teilchen nicht mehr auf der „idealen" Sollbahn bewegen kann.

In der Regel wird dann aber eine neue Sollbahn existieren, um die das Teilchen wiederum Betatronschwingungen ausführen kann. Kinematisch ist die Sollbahn ja dadurch definiert, daß sie sich nach einem Umlauf schließt. Wenn wir also aus sämtlichen Lösungen der inhomogenen Differentialgleichung (29,VIII) diejenige heraussuchen, die die Bedingung

$$\xi(\varphi) = \xi(\varphi + 2\pi) \tag{33,VIII}$$

erfüllt, so beschreibt diese Lösung gerade die Abweichung der neuen „realen" Sollbahn von der „idealen". Da man andererseits die allgemeine Lösung durch Addition einer beliebigen Lösung der homogenen zu der eben definierten Lösung der inhomogenen Differentialgleichung gewinnt, beschreibt die allgemeine Lösung somit Betatronschwingungen um die neue Sollbahn, wie sie bereits im vorangehenden Abschnitt untersucht wurden. Die allgemeine Lösung $\xi(\varphi)$ der inhomogenen Differentialgleichung kann man bekanntlich sofort angeben, wenn man zwei linear unabhängige Lösungen der homogenen Gleichung kennt, für die wir wegen ihrer einfachen Periodizitätseigenschaften die „Floquet"-Lösungen ξ_+, ξ_- wählen [vgl. (21,VIII)]. Dann gilt

$$\begin{aligned} \xi(\varphi) &= a_+ \xi_+(\varphi) + a_- \xi_-(\varphi) \\ &+ \frac{1}{\Delta} \int_0^{\varphi} d\varphi' \, \delta f(\varphi') \{\xi_+(\varphi') \xi_-(\varphi) - \xi_-(\varphi') \xi_+(\varphi)\} \end{aligned} \tag{34,VIII}$$

und für die Ableitung

$$\begin{aligned} \xi'(\varphi) &= a_+ \xi_+'(\varphi) + a_- \xi_-'(\varphi) \\ &+ \frac{1}{\Delta} \int_0^{\varphi} d\varphi' \, \delta f(\varphi') \{\xi_+(\varphi') \xi_-'(\varphi) - \xi_-(\varphi') \xi_+'(\varphi)\}. \end{aligned} \tag{35,VIII}$$

Dabei sind a_+, a_- zunächst beliebige Konstante und Δ die Wronski-Determinate [vgl. (14,VIII)] aus ξ_+, ξ_-,

$$\Delta = \begin{vmatrix} \xi_+ & \xi_- \\ \xi_+' & \xi_-' \end{vmatrix}, \tag{36,VIII}$$

die, wie oben gezeigt, von φ unabhängig und im stabilen Bereich wegen $\xi_+ = \xi_-^*$ rein imaginär ist [1]).

Die Lösungen ξ_+, ξ_- haben als Funktionen von $\varphi = N\chi$ die Eigenschaft

$$\xi_\pm\left(\varphi + \frac{2\pi}{N}\right) = e^{\pm 2\pi i \mu} \, \xi_\pm(\varphi) \tag{37,VIII}$$

$$\xi_\pm(\varphi + 2\pi) = e^{\pm 2\pi i N \mu} \, \xi_\pm(\varphi) = e^{\pm 2\pi i Q} \, \xi_\pm(\varphi) \tag{38,VIII}$$

Verlangen wir nunmehr (33,VIII) oder die äquivalenten Bedingungen

$$\xi(2\pi) = \xi(0), \qquad \xi'(2\pi) = \xi'(0) \tag{39,VIII}$$

---

[1]) Genauer gesagt: man kann im stabilen Bereich stets $\xi_+ = \xi_-^*$ wählen.

so folgt durch Einsetzen der allgemeinen Lösung sofort

$$\hat{a}_+ = \frac{\int\limits_0^{2\pi} \delta f(\varphi) \xi_-(\varphi)\, d\varphi}{1 - e^{-2\pi i Q}}; \qquad \hat{a}_- = - \frac{\int\limits_0^{2\pi} \delta f(\varphi)\, \xi_+(\varphi)\, d\varphi}{1 - e^{2\pi i Q}}. \qquad (40,\text{VIII})$$

Somit erhalten wir für die Abweichung der „realen" Sollbahn von der idealen[1]):

$$\xi(\varphi) = \frac{1}{\Delta} \int\limits_{\varphi - 2\pi}^{\varphi} d\varphi'\, \delta f(\varphi') \left\{ \frac{\xi_+(\varphi')\, \xi_-(\varphi)}{1 - e^{-2\pi i Q}} - \frac{\xi_-(\varphi')\, \xi_+(\varphi)}{1 - e^{2\pi i Q}} \right\}. \qquad (41,\text{VIII})$$

Wie man sofort sieht, divergieren die Koeffizienten $\hat{a}_+$, $\hat{a}_-$ und damit die Lösung (41,VIII) für ganzzahliges Q. Physikalisch bedeutet das, daß in der hier untersuchten linearen Näherung keine geschlossene Sollbahn existiert. Auch wenn man vermuten darf, daß die in (29,VIII) nicht berücksichtigten nichtlinearen Terme in manchen Fällen wieder eine geschlossene Bahn ermöglichen, so wird man für ganzzahliges Q zumindest erhebliche Abweichungen von der „idealen" Sollbahn, die ja zunächst der Konstruktion zu Grunde liegt, erwarten, so daß man in jedem Falle ganzzahlige Werte für Q, die Anzahl der Betatronschwingungen pro Umlauf, vermeiden muß, wenn man die Teilchen innerhalb der Vakuumkammer behalten will[2]).

Zumindest qualitativ erhält man übrigens hier das gleiche Resultat, wenn man, wie oben erwähnt, $\sqrt{n}$ einfach durch Q ersetzt und somit die Differentialgleichung

$$\xi''(\varphi) + Q^2 \xi(\varphi) = \delta f(\varphi) \qquad (42,\text{VIII})$$

betrachtet. In diesem Falle erhält man für ganzzahliges Q einfach die bekannten Resonanzerscheinungen bei erzwungenen Schwingungen. Formal gilt (41,VIII) natürlich auch für (42,VIII), nur muß man jetzt

$$\xi_{\pm} = e^{\pm i Q \varphi} \qquad (43,\text{VIII})$$

einsetzen. Infolge der Modulation der Betatronschwingungen durch den periodischen Feldindex sind indessen im Fall von (42,VIII) in der Regel größere Amplituden für $\xi(\varphi)$ zu erwarten.

2. *Störungen im Feldindex*

Die Behandlung der Störungen im Feldindex ist mathematisch komplizierter und soll daher nicht im einzelnen vorgeführt werden. Die wesentlichen

---

[1]) (41,VIII) folgt sofort aus (34,VIII) und (40,VIII), indem man $\varphi = 2\pi$ setzt und eine solche Nullpunktsverschiebung für φ vornimmt, daß der Punkt $\varphi = 2\pi$ auf der Sollbahn an die gewünschte Stelle rückt. Wie oben betont, ist die Festlegung des Nullpunkts von φ ohne Bedeutung.

[2]) Es sei hier noch vermerkt, daß bei Berücksichtigung nichtlinearer Glieder auch mehrere geschlossene Bahnen existieren können, vgl. *A. Schoch* [18].

Punkte lassen sich jedoch qualitativ leicht veranschaulichen. Zunächst ist es evident, daß eine kleine Abweichung $\delta n(\varphi)$ im Feldindex, die streng periodisch mit der Periode $2\pi/N$ ist, das Stabilitätsdiagramm nur unwesentlich verändert, denn nach (19,VIII) würde sich nur eine geringe Veränderung für $\cos 2\pi\mu$ ergeben, resultierend aus einer geringen Veränderung der Lösungen ξ_1, ξ_2. Somit würde lediglich eine geringe Verschiebung der Stabilitätsgrenzen resultieren. Falls dagegen $\delta n(\varphi)$ *nicht* periodisch mit der Periode $2\pi/N$ ist, ist es doch auf jeden Fall periodisch mit der Periode 2π, der Umlaufsperiode des Teilchens. Wenn wir wieder den Winkel $\chi = N\varphi$ einführen, reproduziert sich der Feldindex auf jeden Fall nach N Feldperioden, so daß wir anstelle von (6,VIII) nunmehr

$$u'' + f(\chi) = 0 \quad \text{mit} \quad f(\chi + 2\pi N) \equiv f(\chi) \qquad (44,\text{VIII})$$

für die allgemeine Form der Differentialgleichungen für die (axialen und radialen) Betatronschwingungen ansetzen müssen. Aus der oben entwickelten Theorie folgt dann, daß nunmehr Lösungen mit der Eigenschaft [vgl. (43,VIII), (16,VIII)]

$$u_+(\chi + 2\pi N) = \lambda_+ u_+(\chi), \quad u_-(\chi + 2\pi N) = \lambda_- u_-(\chi) \qquad (45,\text{VIII})$$
$$\text{mit} \quad \lambda_+ \cdot \lambda_- = 1$$

existieren, wobei das oben über σ_+ und σ_- Gesagte nunmehr sinngemäß für λ_+ und λ_- gilt. Da wir indessen annehmen wollen, daß die Abweichungen von der Periodizität gering sind, wird näherungsweise

$$\lambda_+ \approx \sigma_+^N, \quad \lambda_- \approx \sigma_-^N \qquad (46,\text{VIII})$$

gelten, allerdings mit folgendem wesentlichen Unterschied: Während z. B. σ_+ in der komplexen Ebene über die obere Hälfte des Einheitskreises von $+1$ nach -1 läuft, durchläuft λ_- wegen (46,VIII) ($N/2$)-mal den Einheitskreis. Dabei durchläuft es ($N - 1$)-mal die Verzweigungspunkte -1 bzw. $+1$. Bei strenger Periodizität würde aus dem oben Gesagten folgen, daß es sich hier wirklich nur um ein einfaches Durchlaufen handelt, denn dann wäre stets $|\sigma_+| = |\sigma_-| = |\lambda_+| = |\lambda_-| = 1$. Die Verletzung der strengen Periodizität wird jedoch in der Regel zur Folge haben, daß λ_+ (und entsprechend λ_-) in den Verzweigungspunkten $+1$ bzw. -1 kurz auf die reelle Achse ausweicht, bevor es wieder auf dem Einheitskreis weiterläuft. Das bedeutet, daß der stabile Bereich nunmehr von $N - 1$ schmalen instabilen Bereichen, sog. „Stoppbändern", durchzogen wird, und zwar jedesmal, wenn

$$\sigma^N = +1 \quad \text{oder} \quad \sigma^N = -1$$

ist, m. a. W. [vgl. die Definition von Q und den Ansatz (18,VIII)] wenn nach einem Umlauf gerade ein ganz- oder halbzahliges Vielfaches einer Betatronschwingung vollendet ist. Dies gilt natürlich sowohl für die radiale als auch für die axiale Schwingung.

3. *Kopplung zwischen radialer und axialer Schwingung*

Eine Kopplung zwischen radialer und axialer Betatronschwingung kommt dadurch zustande, daß entgegen der bei der Herleitung der Differentialgleichungen (1a,VIII) gemachten Voraussetzungen $\partial B_z/\partial z \neq 0$ ist, oder m. a. W., daß innerhalb eines Sektors, wo ja, wenn man von Streufeldern absieht, alle zur Sollbahn tangentialen Ableitungen des Magnetfeldes und insbesondere $\partial B_\varphi/\partial\varphi$ verschwinden sollten, $\partial B_r/\partial r \neq 0$ ist [1]). Das bedeutet physikalisch, daß der Vektor der magnetischen Feldstärke auf der Ebene der idealen Sollbahn nicht mehr senkrecht steht. Wie schon oben erwähnt, werden solche Feldfehler u. a. durch Verdrehungen („twists") der Magneteinheiten um die Sollbahn als Achse hervorgerufen. Definieren wir einen für die Kopplungen verantwortlichen Feldindex n_r durch [2])

$$n_r = -\frac{R}{B}\frac{\partial B}{\partial z}, \tag{47,VIII}$$

so lauten die nunmehr gekoppelten Differentialgleichungen für die Betatronschwingungen

$$\xi'' + (1-n)\,\xi - n_r\,\zeta = 0\,, \quad \zeta'' - n\,\zeta - n_r\,\xi = 0\,. \tag{48,VIII}$$

Wir müssen also jetzt auf die Theorie des *Systems* (48,VIII) zweier linearer Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizienten zurückgreifen, die wir im folgenden kurz skizzieren wollen.

Nehmen wir zunächst einmal an, daß auch $n_r(\varphi)$ die „ideale" Periode $2\pi/N$ des Synchrotrons habe. Eine Lösung des Systems (48,VIII) besteht bekanntlich aus einem Funktionen*paar* $\xi(\varphi)\,,\,\zeta(\varphi)$, und die allgemeine Lösung läßt sich als Linearkombination von *vier* linear unabhängigen Lösungen des Systems (48,VIII) beschreiben. Wiederum hat man, genau nach dem Rezept von (7,VIII) bis (19,VIII), „Floquet"-Lösungen der Eigenschaft

$$\begin{Bmatrix} \xi\left(\varphi + \dfrac{2\pi}{N}\right) \\ \zeta\left(\varphi + \dfrac{2\pi}{N}\right) \end{Bmatrix} = \sigma \begin{Bmatrix} \xi(\varphi) \\ \zeta(\varphi) \end{Bmatrix} \tag{49,VIII}$$

zu suchen, und im allgemeinen wird es nunmehr vier verschiedene σ und damit vier verschiedene Lösungen der Eigenschaft (49,VIII) geben. Statt der Eigenschaft (16,VIII) gilt für die 4 verschiedenen Werte $\sigma_1 \ldots \sigma_4$ nunmehr:

---

[1]) Dies folgt aus $\operatorname{div}\vec{B} = 0$.

[2]) Falls gerade Bahnstücke vorgesehen sind, ist wieder n_r durch $(R/\varrho)\,n_r$ zu ersetzen.

a) Man kann die $\sigma_1 \ldots \sigma_4$ so in Paare zusammenfassen, daß jeweils das Produkt eines Paares gleich eins ist.

Da wir die Koeffizienten n, n_r wieder als reell voraussetzen müssen, gilt ferner

b) Entweder alle σ sind reell (Fall 1) oder paarweise konjugiert komplex (Fall 2).

Nach der oben für den Fall der ungekoppelten Differentialgleichungen geführten Diskussion folgt für Fall 1 wieder Instabilität. Im Falle 2 gibt es zwei prinzipiell verschiedene Möglichkeiten:

2α) Die Paare, die konjugiert komplex zueinander sind, haben auch gleichzeitig das Produkt eins. Dann ist offenbar $|\sigma_1| = |\sigma_2| = |\sigma_3| = |\sigma_4| = 1$; somit liefert dieser Fall Stabilität.

2β) Es ist z. B. $\sigma_1 = \sigma_2^*$, $\sigma_3 = \sigma_4^*$, aber $\sigma_1 \cdot \sigma_3 = 1$, $\sigma_2 \cdot \sigma_4 = 1$. Daher ist allgemein entweder $|\sigma_1| > 1$ oder $|\sigma_3| > 1$, und gleichzeitig entweder $|\sigma_2| > 1$ oder $|\sigma_4| > 1$, und somit liefert dieser Fall Instabilität.

Die Konfigurationen der Fälle $2\alpha, 2\beta$ der Punkte $\sigma_1 \ldots \sigma_4$ in der komplexen Ebene sind aus Abb. 87 ersichtlich. Der Grenzfall zwischen beiden Konfigurationen, der die Grenze zwischen Stabilität und Instabilität markiert, liegt offensichtlich dann vor, wenn je zwei der vier Punkte $\sigma_1 \ldots \sigma_4$ auf dem Einheitskreis zusammenfallen, denn dies ist die einzige Möglichkeit des kontinuierlichen Übergangs zwischen 2α und 2β, die die Forderungen a) und b) erfüllt.

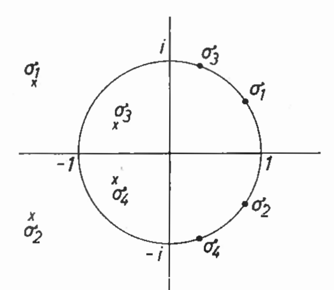


Abb. 87: Mögliche Konfigurationen der Werte $\sigma_1 \ldots \sigma_4$: Es ist $\sigma_1 = \sigma_2^*$, $\sigma_3 = \sigma_4^*$ in beiden Fällen, jedoch entweder $\sigma_1 \cdot \sigma_2 = \sigma_3 \cdot \sigma_4 = 1$ ($\cdot$) oder $\sigma_1 \cdot \sigma_4 = \sigma_3 \cdot \sigma_2 = 1$ ($\times$)

Nun ist es für die bisherigen Konstruktionsvorschläge von Hochenergie-Synchrotrons uninteressant, den Fall der „idealen" Periode $2\pi/N$ für den „Kopplungsindex" $n_r(\varphi)$ zu diskutieren, da bisher stets $n_r(\varphi) \equiv 0$ vorausgesetzt wurde[1]). Für die Untersuchung des Einflusses von kleinen Stör-

[1]) Eine Feldform mit $n_r \neq 0$ wurde von Sigureirsson vorgeschlagen, bei konkreten Konstruktionsplänen bisher aber noch nie in Betracht gezogen. Für die hier diskutierten Instabilitäten würden sich dabei auch keine neuen Gesichtspunkte ergeben.

feldern $\delta n_r(\varphi)$ ist aber wieder die Periode 2π wichtig. Dabei können wir die Diskussion wieder analog zum Falle der Periodizitätsstörungen im Feldindex n durchführen: Es gibt nunmehr zwar vier „Floquet"-Lösungen mit der Eigenschaft

$$\begin{Bmatrix} \xi_i(\varphi + 2\pi) \\ \zeta_i(\varphi + 2\pi) \end{Bmatrix} = \lambda_i \begin{Bmatrix} \xi_i(\varphi) \\ \zeta_i(\varphi) \end{Bmatrix} \qquad (50,\text{VIII})$$

Aber wieder ist näherungsweise [bei kleiner Störung $\delta n(\varphi)$]

$$\lambda_i \approx \sigma_i^N \qquad (51,\text{VIII})$$

wobei die σ_i (ungestörte Maschine im stabilen Gebiet!) alle auf den Einheitskreis liegen (und paarweise konjugiert komplex zueinander sind, Fall 2α).

Es sei z. B.[1]) [vgl. (18,VIII) und die Definition $Q = N\mu$]

$$\sigma_{r\pm} = \sigma_{\frac{1}{2}} = e^{\pm 2\pi i \frac{Q_r}{N}}\ ; \qquad \sigma_{z\pm} = \sigma_{\frac{3}{4}} = e^{\pm 2\pi i \frac{Q_z}{N}}\ ,$$

wobei also Q_r die Anzahl der radialen, Q_z die Anzahl der axialen Betatronschwingungen pro Umlauf ist. Auf Grund der Stabilitätsdiskussion im vorliegenden Kopplungsfall erwarten wir daher die Möglichkeit von Instabilitäten der gestörten Maschine, wenn

$$\lambda_1 = \lambda_3 \qquad \text{oder} \qquad \lambda_1 = \lambda_4$$

ist, also gemäß (51,VIII) für $Q_r - Q_z =$ ganzzahlig oder $Q_r + Q_z =$ ganzzahlig.

Eine nähere Untersuchung zeigt glücklicherweise, daß für einen bestimmten Stabilitätsbereich jeweils nur einer dieser beiden Fälle tatsächlich weitere Stoppbänder liefern kann, und im tiefsten Stabilitätsbereich ist das für $Q_r + Q_z =$ ganzzahlig der Fall. Im Falle $Q_r - Q_z =$ ganzzahlig ergibt sich nur eine besonders starke Kopplung zwischen axialer und radialer Schwingung, d. h. eine besonders schnelle Umwandlung ineinander — somit für die Konstruktion ebenfalls nicht ohne Interesse.

Als Ergebnis unserer qualitativen Betrachtungen können wir also festhalten: Infolge unvermeidbarer Störungen der idealen Periodizität wird der Stabilitätsbereich der idealen Maschine von einer zur Zahl der Feldperioden proportionalen Anzahl von sog. Stoppbändern, d. h. schmalen instabilen Streifen, durchzogen, die bei

$Q_r =$ ganz- oder halbzahlig
$Q_z =$ ganz- oder halbzahlig
$Q_r + Q_z =$ ganzzahlig

---

[1]) Die Zuordnung der Indices 1 ... 4 ist natürlich wieder willkürlich und ohne Belang.

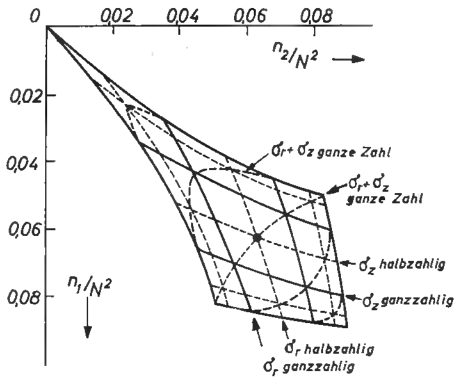


Abb. 88: Wie Abb. 84, jedoch mit eingezeichneten Stoppbändern

liegen (Abb. 88). Wenn man nicht den größten Teil der Teilchen beim Beschleunigungsvorgang verlieren will, muß man dafür sorgen, daß der Arbeitspunkt während des ganzen Beschleunigungsvorganges den Stoppbändern fernbleibt. Da die Stoppbänder um so dichter liegen, je größer N, die Anzahl der Feldperioden, ist, ist damit die obere Grenze für N gegeben, da infolge von Sättigungserscheinungen usw. ein geringfügiges „Wandern" des Arbeitspunktes unvermeidlich ist.

55. Phasenschwingungen (H. Steinwedel)

Neben den in Ziffer 53 dieses Abschnittes diskutierten Betatronschwingungen werden die hochfrequenz-beschleunigten Teilchen auch im AG-Synchrotron Phasenschwingungen ausführen. Der Mechanismus ist im Prinzip der gleiche wie beim Elektronen-Synchrotron (vgl. Ziffer 16); eine Abweichung der Phasenlage des Teilchens gegenüber der Sollphase bedingt eine Abweichung der Energie gegenüber der Sollenergie und damit eine radiale Abweichung von der Sollbahn; radiale Abweichung und Energieabweichung führen wiederum zu einer Änderung der Umlaufszeit, so daß eine Phasenschwingung resultiert, wenn sich das Teilchen im phasenstabilen Gebiet befindet. Für das Synchrotron ergibt sich aus (2,II) und (12,II) folgende Beziehung zwischen relativer Radialabweichung $\delta R/R_s$ und Impulsabweichung $\delta p/p_s$:

$$\frac{\delta R}{R_s} = K \frac{\delta p}{p_s} \quad \text{mit} \quad K = \frac{1}{1-n} . \tag{52,VIII}$$

Im Falle des alternierenden Feldindex erhält man die analoge Beziehung nicht ganz so einfach: Wegen der komplizierten Form des Magnetfeldes

verläuft die Bahn eines Teilchens mit Impulsabweichung δp nicht mehr parallel der Sollbahn, und wir müssen auf die Bewegungsgleichungen zurückgreifen, die die radiale Abweichung von der Sollbahn beschreiben. Diese Bewegungsgleichungen waren oben für den Fall hergeleitet, das *keine* Impulsabweichung δp vom Sollimpuls p_s vorlag; berücksichtigt man auch diese, erhält man nach einfacher Rechnung statt (4a,VIII) die Beziehung

$$\xi'' + (1-n)\,\xi = \frac{\delta p}{p_s}\,; \qquad \xi = \frac{\delta R}{R_s}\,, \qquad \xi' = \frac{d\xi}{d\varphi}\,. \tag{53,VIII}$$

Die Bewegungsgleichung ist nunmehr eine *inhomogene* Differentialgleichung. Nach bekannten Sätzen erhält man deren allgemeine Lösung als eine Summe aus einer *speziellen* Lösung der *inhomogenen* Differentialgleichung und der *allgemeinen* Lösung der *homogenen* Differentialgleichung. Vernünftigerweise wählen wir als spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung die periodische Lösung, die die genau nach einem Umlauf sich reproduzierende „geschlossene" Bahn beschreibt und dadurch eindeutig gekennzeichnet ist. Die allgemeine Lösung der homogenen Gleichungen, die wir nach dem obigen hinzuaddieren können, beschreibt dann die Betatronschwingungen um diese neue geschlossene Bahn und bringt somit nichts Neues; für das Folgende interessiert nur die letztere. Da δR als Funktion des Azimuts φ nicht konstant, sondern durch den periodischen Feldindex $n(\varphi)$ moduliert ist, muß man zunächst den über einen Umlauf gemittelten Wert $\overline{\delta R(\varphi)} = \delta r$ einführen, der wegen der Linarität der Differentialgleichung (53,VIII) proportional $R_s \cdot \delta p/p_s$ ist und somit die Formulierung einer zu (52,VIII) analogen Beziehung gestattet, sofern man die erwähnte „geschlossene Bahn" ausgerechnet hat. Wie wir bald sehen werden, ist die genaue Kenntnis des sich so ergebenden „momentum compaction"-Faktors K für die Konstruktion eines AG-Synchrotrons eminent wichtig; für das Folgende genügt es aber, in der Differentialgleichung (53,VIII) $1-n$ einfach durch Q^2 (Q = Zahl der radialen Betatronschwingungen pro Umlauf) zu ersetzen, was für die praktisch wichtigen Fälle eine sogar recht gute Näherung ist. Auf diese Weise erhalten wir statt (52,VIII) unmittelbar

$$\frac{\overline{\delta R}}{R_s} = \frac{\delta r}{R_s} = K\frac{\delta p}{p_s} \quad \text{mit} \quad K = \frac{1}{Q^2}\,. \tag{54,VIII}$$

Aus dieser Beziehung sieht man unmittelbar den entscheidenden Vorteil der AG-Stabilisierung: die erhebliche Verminderung der Radialamplituden der Phasenschwingung gegenüber dem konventionellen Synchrotron mit $0 < Q^2 < 1$. Da $Q \sim 5$ bis 10 bei größeren Synchrotrons ohne Schwierigkeiten erreichbar ist, können die Radialamplituden leicht um etwa zwei Größenordnungen vermindert werden. Die Differentialgleichung (8,III) für die Phasenschwingungen bleibt formal zunächst ungeändert, wenn wir in der dort eingeführten Größe $\varkappa$ ebenfalls $1-n$ durch Q^2 ersetzen:

$$\varkappa = 1 + \frac{1 - Q^2}{Q^2} \frac{c^2}{v_s^2} = 1 - \frac{c^2}{v_s^2} + \frac{1}{Q^2} \frac{c^2}{v_s^2}.$$

Berücksichtigen wir hier, daß

$$1 - \frac{v_s^2}{c^2} = \frac{E_0^2}{E_s^2} \quad \text{mit} \quad E_0 = m_0 c^2 \quad \text{(Ruheenergie des Teilchens)}$$

ist, so wird

$$\varkappa = \frac{1}{Q^2} \frac{E_s^2 - Q^2 E_0^2}{E_s^2 - E_0^2}. \tag{55,VIII}$$

Beim konventionellen Synchrotron war nun stets $0 < Q^2 < 1$ und damit $\varkappa > 0$. Beim AG-Synchrotron ist in der Regel $Q^2 \gg 1$, so daß bei niedrigen Energien $E_s < Q E_0$ zunächst $\varkappa < 0$ ist. Diese Vorzeichenänderung von $\varkappa$ kann man in der Differentialgleichung (8,III) formal dadurch kompensieren, daß man ψ_s durch $-\psi_s$ ersetzt, m. a. W.: gegenüber dem konventionellen Synchrotron haben phasenstabiles und phaseninstabiles Gebiet ihre Rollen vertauscht, das phasenstabile Gebiet liegt jetzt auf dem *ansteigenden* Ast der HF-Spannung. Erst für hohe Energien $E_s > Q E_0$ haben wir wieder $\varkappa > 0$ und somit qualitativ die gleichen Verhältnisse wie beim konventionellen Synchrotron. Die Vorzeichenwechsel von $\varkappa$ und damit der Wechsel des phasenstabilen Gebietes erfolgt also beim Erreichen der Energie

$$E_s = Q E_0 = E_k \left(= \frac{E_0}{\sqrt{K}} \right). \tag{56,VIII}$$

E_k wird daher auch die „kritische Energie" („Transitionenergie") genannt. Anschaulich hat dieses merkwürdige Verhalten seine Ursache darin, daß ein Teilchen mit etwas größerer Energie (bzw. Impuls) als der Sollenergie (Sollimpuls) unterhalb der kritischen Energie ($E_s < E_k$) eine höhere Umlaufsfrequenz, oberhalb der kritischen Energie ($E_s > E_k$) jedoch eine niedrigere Umlaufsfrequenz als das Sollteilchen hat:

Zunächst ergibt sich für die Frequenzänderung

$$\frac{\delta \omega}{\omega_s} = \frac{\delta v}{v_s} - \frac{\delta r}{R_s} \qquad (v = \text{Teilchengeschwindigkeit}).$$

Nun ist aber

$$\frac{\delta v}{v_s} = \frac{E_0^2}{E_s^2} \frac{\delta p}{p_s} \quad \text{und} \quad \frac{\delta r}{R_s} = K \frac{\delta p}{p_s},$$

also

$$\frac{\delta \omega}{\omega_s} = \left(\frac{E_0^2}{E_s^2} - K \right) \frac{\delta p}{p_s} = K \frac{E_k^2 - E_s^2}{E_s^2} \frac{\delta p}{p_s}.$$

Im konventionellen Synchrotron ist stets $E_k < E_0$ und somit auch $E_k < E_s$, also $\delta\omega/\omega_s < 0$.

Das Auftreten einer „kritischen Energie" E_k beim AG-Synchrotron stellt dagegen den Konstrukteur vor die unangenehme Aufgabe, den Zeitverlauf der Beschleunigungsspannung so einzurichten, daß beim Durchgang des Sollteilchens durch die kritische Energie ein Phasensprung der Größe $2\psi_s$ (von ψ_s nach $-\psi_s$) eintritt – nur so kann man verhindern, daß die meisten Teilchen beim Passieren der kritischen Energie phaseninstabil werden und verlorengehen. Glücklicherweise haben genauere Rechnungen und Untersuchungen an einem Analogiemodell für das CERN-Protonen-Synchrotron gezeigt, daß ein solcher Phasensprung mit der erforderlichen Präzision durchaus möglich ist, so daß die kritische Energie keine unüberwindlichen Schwierigkeiten bietet.

Der Zeitverlauf der Amplitude der Phasenschwingung ergibt sich aus einer Untersuchung der Dämpfungsterme der Differentialgleichung (8,IIIc). Wie man sieht, tragen zur Dämpfung zwei Terme bei:

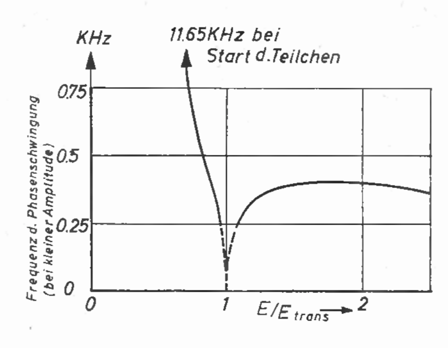
1. Ein Term proportional $L_s' = (\partial L/\partial r)_{R_s}$ wobei L_s der Energieverlust durch elektromagnetische Ausstrahlung je Umlauf auf dem Sollkreis ist. Da die Ausstrahlung nur bei extrem hohen Energien merklich ist, ist dieser Term zur Zeit nur bei Elektronensynchrotrons wichtig, die das Energiegebiet $E \gg E_0$ erreichen. Während bei konventionellen Synchrotrons $n < 0{,}75$ sein muß, damit die Ausstrahlung tatsächlich dämpfend und nicht entdämpfend wirkt, zeigen eingehendere Untersuchungen für den Fall des AG-Synchrotrons, daß hier die Ausstrahlung auf die Phasenschwingungen zwar dämpfend, auf die radialen Betatronschwingungen hingegen entdämpfend wirkt.

2. Ein Term proportional $d/dt\ (E_s/\omega_i^2 \varkappa)$, d. h. also proportional $\dot{E}_s$. Die Energiezunahme bewirkt also auch eine „adiabatische Dämpfung" der Phasenschwingungen.

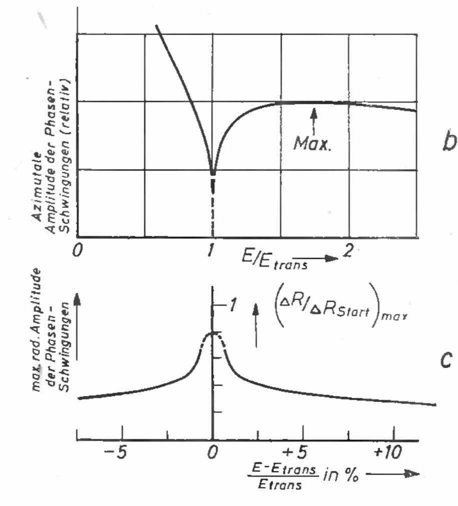
Berücksichtigt man die Konstanz der Sollbahn beim Synchrotron, so ergibt sich der Proportionalitätsfaktor zu

$$E_s \left(\frac{3}{E_s^2} - \frac{2}{E_s^2 - E_k^2} \right).$$

Dieser Ausdruck ist für $E_s < \sqrt{3}\, E_k$ zunächst positiv und geht bei Annäherung an die kritische Energie E_k gegen $+\infty$, wechselt bei Durchgang durch E_k jedoch sein Vorzeichen und springt auf $-\infty$, um dann schließlich für $E_s > \sqrt{3}\, E_k$ wieder positiv zu werden. M. a. W.: Für $E_k < E_s < \sqrt{3}\, E_k$ werden die Phasenschwingungen wieder angefacht, und man erhält den in



a



b

c

Abb. 89: Amplitudenverlauf der Phasenschwingung in der Umgebung der kritischen Energie

Abb. 89 b dargestellten Verlauf für die relative Azimutalamplitude der Phasenschwingung. Für die relative Radialamplitude erhält man nach kurzer Rechnung:

$$\frac{\delta r}{R_s} = - \frac{\delta \omega}{\omega_s} \, \frac{E_s^2}{E_s^2 - E_k^2} = - \frac{E_s^2}{E_s^2 - E_k^2} \, \frac{\dot{\psi}}{\omega_s M},$$

was wegen des „Resonanznenners" $E_s^2 - E_k^2$ den in Abb. 89 c gezeichneten Verlauf ergibt. Hier ist zu beachten, daß die Differentialgleichung (8,III) und die hier benutzte „adiabatische Näherung" in der Nähe der kritischen Energie nicht mehr gelten; für ein reelles Teilchen erhält man z. B. einen Verlauf, wie er in Abb. 89 a wiedergegeben ist.

56. Theorie der nichtlinearen Betatronschwingungen

(R. Hagedorn)

Nachdem für die Maschinen mit alternierenden Gradienten die lineare Bahntheorie erledigt ist, soll jetzt in großen Zügen die Theorie der *nicht*linearen Störungen behandelt werden. Diese Theorie stellt ein relativ schwieriges mathematisches Problem dar, welches nur im Rahmen einer Art von Störungstheorie gelöst werden konnte. Auch das war bisher nur unter etwas einschränkenden Bedingungen möglich:

a) *Statische Verhältnisse,* d. h. Nichtberücksichtigung der Beschleunigung (das ist der Fall, wenn die Synchrotronschwingung vernachlässigt ist und das Magnetfeld konstant bleibt oder genau der wachsenden Teilchenenergie entsprechend anwächst) und konstante n-Werte bzw. entsprechende höhere Feldableitungen.

b) *Die Bewegungsgleichungen sollen kanonisch sein,* d. h. aus einer Hamiltonfunktion folgen. Diese Hamiltonfunktion hat nicht unbedingt die Dimension einer Energie. Sie hängt explizit und streng periodisch von der unabhängigen Variablen Θ ab.

Bevor wir ins einzelne gehen, soll eine Übersicht zeigen, was wir wollen. Zuerst werden wir die Bewegungsgleichungen in der allgemeinsten Form hinschreiben und zeigen, daß sie der Bedingung b) genügen, wenn a) erfüllt ist. Anhand dieser Bewegungsgleichungen werden wir dann einen ganz einfachen Spezialfall herausgreifen und an ihm die wesentlichsten Eigenschaften nichtlinearer Schwingungen demonstrieren. Daran wird sich zeigen, daß in der Tat eine Untersuchung der nichtlinearen Bewegungsgleichungen nötig ist. Endlich werden wir diese Untersuchung kurz skizzieren und die wesentlichsten Ergebnisse zusammenstellen.

Es muß gesagt werden, daß es sich hier wesentlich um ein mathematisches Problem handelt und daß das physikalische Gefühl häufig völlig versagt. In den gängigen Lehrbüchern über Mechanik und nichtlineare Differentialgleichungen ist der Typ von Gleichungen, um den es sich hier handelt, anscheinend noch nirgend zusammenfassend dargestellt. Für Leser, die weitergehende Information wünschen, muß auf die Originalliteratur [179, 175, 176, 180, 181, 172] verwiesen werden, von der die angeführten Arbeiten zwar nur einen Ausschnitt darstellen, aber das Problem doch so vollständig behandeln, wie es bis heute zugänglich ist.

1) *Ableitung der Bewegungsgleichungen*

Als Koordinatensystem benutzen wir das in Abb. 90 gezeichnete.

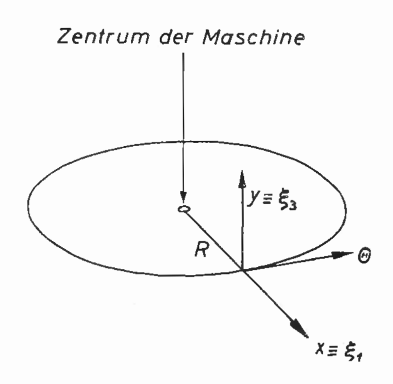


Abb. 90: Das Koordinatensystem

Der Einfachheit halber lassen wir feldfreie Stücke zwischen den Magneten außer Betracht, denken uns also die Magnete lückenlos aneinandergesetzt. Die Bewegungsgleichungen lauten dann ($\dot{x} \equiv \partial x / \partial \Theta$ usw.)

$$\ddot{x} + x = -\frac{R}{B_0}(B_y - B_0), \qquad \ddot{y} = \frac{R}{B_0} B_x \tag{57,VIII}$$

Natürlich sind jetzt $B_x(x, y)$ und $B_y(x, y)$ die x- und y-Komponente des Feldes am Ort x, y und $B_0 \equiv B_y(0,0)$ ist das „Führungsfeld" auf der durch $x = y = 0$ definierten Sollbahn.

Da das Magnetfeld als zweidimensional angesehen werden kann, läßt es sich als Gradient eines Potentials schreiben

$$B_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \qquad B_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y},$$

und das Potential genügt der Gleichung

$$\Delta \Phi \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Phi = 0.$$

In der Tat sind die Maxwellschen Gleichungen damit erfüllt.

Wir können weiter schreiben, da auch $\Delta B_x = \Delta B_y = 0$ ist:

$$\left.\begin{aligned} B_x &= \operatorname{Im} B(w) = v(x,y) \\ B_y &= \operatorname{Re} B(w) = u(x,y) \end{aligned}\right\} \quad \text{oder} \quad B(w) = B_y + i B_x,$$

wo $B(w)$ eine analytische Funktion der komplexen Variablen $w = x + iy$ ist. $B(w)$ kann um $w = 0$ entwickelt werden:

$$B(w) = B(0) + B'(0)\,w + \tfrac{1}{2} B''(0)\,w^2 + \ldots.$$

Da bei einer analytischen Funktion die Ableitung nicht von der Richtung abhängt, kann man den Strich immer als x-Ableitung ansehen und hat mit den Abkürzungen

$$\left\{\begin{aligned} B_y' &\equiv \left.\frac{\partial B y}{\partial x}\right|_{x=y=0} \\ B_x' &\equiv \left.\frac{\partial B x}{\partial x}\right|_{x=y=0} \end{aligned}\right. \qquad \text{usw.}$$

$$\begin{aligned} B_x(x,y) &= \operatorname{Im} \\ B_y(x,y) &= \operatorname{Re} \end{aligned}\left\{[(B_0 + i B_x(0)) + (B_y' + i B_x') \cdot w + \tfrac{1}{2}(B_y'' + i B_x'')\,w^2 + \ldots]\right.$$

Die Bewegungsgleichungen werden dann durch Einsetzen in (57,VIII)

$$\left\{\begin{array}{l} \ddot{x} + x = -\frac{R}{B_0}\,\mathrm{Re}\,[(B_y' + i B_x')\cdot w + \tfrac{1}{2}(B_y'' + i B_x'')\, w^2 + \ldots] \\ \ddot{y} - \frac{R}{B_0}\, B_x(0) = \frac{R}{B_0}\,\mathrm{Im}\,[(B_y' + i B_x')\cdot w + \tfrac{1}{2}(B_y'' + i B_x'')\cdot w^2 + \ldots] \\ w \equiv x + i y \end{array}\right. \qquad (58a,VIII)$$

Zuerst wollen wir diese Gleichungen für einen Spezialfall an bereits bekannte Gleichungen anschließen und dann in noch etwas zweckmäßigerer Form schreiben.

Der Spezialfall betrifft ein zur Horizontalebene (durch die Sollbahn) symmetrisches Feld:

$$B_x(x;\, y = 0) \equiv 0$$

Führen wir dann noch die gebräuchliche Abkürzung

$$n = -(R/B_0)\, B_y'(0, 0)$$

ein, so folgt

$$\left.\begin{array}{l} \ddot{x} + (1 - n)\, x = \mathrm{Re} \\ \ddot{y} + n y \qquad = -\,\mathrm{Im} \end{array}\right\}\left[\frac{n'}{2}\, w^2 + \frac{n''}{3!}\, w^3 + \ldots\right]; \qquad n' = \left.\frac{\partial n}{\partial x}\right/_{x = y = 0} \quad \text{usw.} \qquad (58b,VIII)$$

oder explizit

$$\ddot{x} + (1 - n)\, x = \frac{n'}{2}(x^2 - y^2) + \ldots, \qquad \ddot{y} + n y = -\, n' x y + \ldots$$

Das sind unsere alten linearen Gleichungen rechter Hand, vermehrt um nichtlineare Glieder. Es ist zu bemerken, daß die rechte Seite genau diese Form hat und nicht beliebige Polynome in x und y auftreten. Der Leser kann leicht durch Weiterentwickeln von (58b,VIII) und Ordnen nach Real- und Imaginärteil die nächsten Glieder hinschreiben.

Da mit $n(\Theta)$ auch $n'(\Theta)$, $n''(\Theta)$ ...... periodische Funktionen sind, leuchtet die Notwendigkeit ein, ihren Einfluß auf die Bewegung zu untersuchen. Um qualitativ zu zeigen, was sich ereignen kann, spezialisieren wir uns auf einen Sonderfall von (2″), nämlich $y = 0$, $\dot{y} = 0$ für $\Theta = 0$. Dann bleibt y stets Null und wir haben

$$\ddot{x} + (1 - n)\, x = \frac{n'}{2}\, x^2 + \cdots \qquad (58c,VIII)$$

Diese Gleichung soll sogleich diskutiert werden, um die wesentlichen Eigenschaften nichtlinearer Schwingungsgleichungen kennenzulernen. Zuvor schreiben wir aber noch die allgemeine Form der Bewegungsgleichungen in

Hamiltonscher Form. Aus (58,VIII) folgt durch Herübernehmen der linearen Glieder auf die linke Seite

$$\left\{\begin{aligned} &\ddot{x} + \left(1 + \frac{R}{B_0}\, B_y'\right) x - \frac{R}{B_0} B_x' \cdot y = - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ &\ddot{y} - \frac{R}{B_0}\, B_x' \cdot x - \frac{R}{B_0} B_y' \cdot y = \frac{R}{B_0} B_x\,(0) - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ &\varphi\,(x, y) = \frac{R}{B_0} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{3\,!} (B_y'' + i\, B_x'')\, w^3 + \ldots \right] \end{aligned}\right. \qquad (59,\mathrm{VIII})$$

Wir führen neben den Koordinaten $x \equiv \xi_1$ und $y \equiv \xi_3$ noch die „Impulse" $\dot{x} \equiv \xi_2$ und $\dot{y} \equiv \xi_4$ ein:

$$\begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{pmatrix} \equiv \xi\,. \qquad (60,\mathrm{VIII})$$

Jetzt ist $w = \xi_1 + i\,\xi_3$,
und die Bewegungsgleichungen lassen sich so schreiben:

$$\left\{\begin{aligned} &\dot{\xi}_1 = \frac{\partial\, K}{\partial\, \xi_2} \equiv K_{\xi_2}\,, \qquad \dot{\xi}_2 = - \frac{\partial K}{\partial\, \xi_1} \equiv - K_{\xi_1}\,, \\ &\dot{\xi}_3 = \frac{\partial K}{\partial\, \xi_4} \equiv K_{\xi_4}\,, \qquad \dot{\xi}_4 = - \frac{\partial K}{\partial\, \xi_3} \equiv - K_{\xi_3}\,, \end{aligned}\right. \qquad (61,\mathrm{VIII})$$

mit

$$\left\{\begin{aligned} &K\,(\xi_1 \ldots \xi_4, \Theta) \\ &\qquad = \tfrac{1}{2}\,[n_{11}\, \xi_1^2 + \xi_2^2 + 2\, n_{13}\, \xi_1\, \xi_3 + n_{33}\, \xi_3^2 + \xi_4^2] + \varphi\,(\xi_1, \xi_3, \Theta) \\ &\text{wo} \quad n_{11} = 1 + \frac{R}{B_0} B_y' \equiv 1 - n\,(\Theta)\,, \\ &\qquad n_{13} = n_{31} = - \frac{R}{B_0} B_x'\,, \qquad n_{33} = - \frac{R}{B_0} B_y' \equiv n\,(\Theta)\,. \end{aligned}\right. \qquad (62,\mathrm{VIII})$$

In der Umformung von (59,VIII) auf (61,VIII) und (62,VIII) haben wir in (62,VIII) den von $(R/B_0)\, B_x\,(0)$ herrührenden Term unterschlagen. Er stellt eine periodische äußere Kraft dar, da er mit keiner Koordinate multipliziert ist. Weitere Glieder von solchem Typ hätten wir eigentlich schon in (57,VIII) bzw. (58a,VIII) auf die rechte Seite schreiben sollen. Sie rühren von solchen Fehlern im Magnetfeld her, die einer Verschiebung von Magneten in x- oder y-Richtung äquivalent sind. Diese Glieder sowie $(R/B_0)\, B_x\,(0)$ lassen wir aus folgendem Grunde ein für allemal weg.

Denken wir uns die *periodische* Lösung von (59,VIII) gefunden (d. h. die unter dem Einfluß dieser äußeren Kraft bei Zufügen einer infinitesimalen Dämpfung entstehende Lösung), so nehmen wie *diese* periodische Lösung als Referenzbahn, von der aus x und y gemessen werden. Die neue Bewegungsgleichung enthält nicht mehr das Glied $(R/B_0)\, B_x\,(0)$, ist aber sonst vom gleichen Typ wie (59,VIII). Daher haben wir unter der stillschweigenden Voraussetzung dieser Transformation das Glied weggelassen. Mit dieser Einschränkung ist (62,VIII) noch immer die allgemeine Bewegungsgleichung.

Damit ist gezeigt, daß die Bewegungsgleichungen in der Tat kanonisch sind. Im Folgenden können wir den üblichen Formalismus der Hamiltonschen Mechanik darauf anwenden. Eine genauere, kritische Ableitung der Bewegungsgleichungen, in der hier stillschweigend vernachlässigte Terme diskutiert werden, findet man in [180].

2) *Eigenschaften eines nichtlinearen schwingenden Systems*

Wir nehmen uns die Gleichung (58c,VIII)

$$\ddot{x} + (1 - n)\, x = \frac{n'}{2}\, x^2 + \dots$$

und vereinfachen sie zunächst, indem wir $1 - n = \omega^2 = const$ setzen, d. h. wir lassen die Periodizität von $n(\Theta)$ außer Betracht. Die Berechtigung kommt von dem noch näher zu behandelnden Umstand, daß diese Gleichung, wenn die Lösung des linearen Problems $\ddot{x} + [1 - n(\Theta)]\, x = 0$ bekannt ist (und das ist sie, wenigstens im Prinzip), durch eine kanonische Transformation in die Form

$$\ddot{x} + \omega^2 x = f(\Theta) \cdot x^2 + \dots \qquad (63,\text{VIII})$$

gebracht werden kann, wo $f(\Theta)$ wieder periodisch ist. Mit (63,VIII) wollen wir uns beschäftigen, indem wir einmal $f(\Theta) = const = a$ setzen, um eine typische Eigenschaft, nämlich die *Frequenzverschiebung*, zu studieren, und ein anderes Mal $f(\Theta) = a \sin(p\,\Theta)$, was uns die *Subresonanzen* liefern wird.

a) *Frequenzverschiebung*, $f(\Theta) = a$

Wir machen uns anschaulich klar, was geschehen wird, indem wir $\ddot{x}$ aus einem Potential ableiten (Abb. 91)

$$\ddot{x} = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad V = \tfrac{1}{2}\,\omega^2 x^2 - \frac{a}{3} x^3 .$$

Die kubische Parabel $-a/3 \cdot x^3$ ist negativ für $x > 0$ und positiv für $x < 0$. Sie ist der Parabel $\frac{1}{2}\omega^2 x^2$ überlagert und macht das Potential unsymmetrisch. Ein Teilchen in solch einem Potential wird beim Schwingen

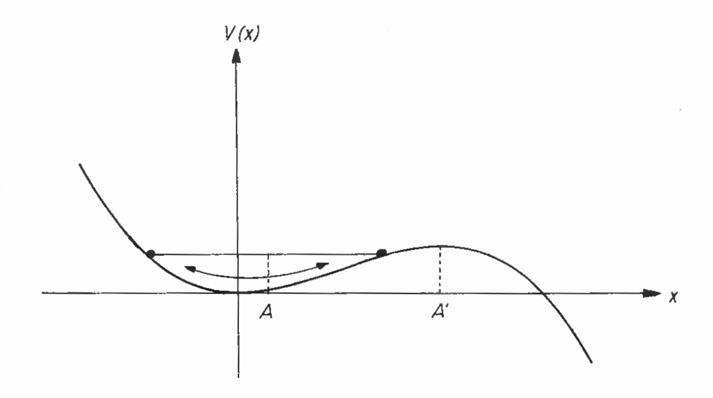


Abb. 91: Potential von $\ddot{x} + \omega^2 x = a x^2$

erstens nach rechts weiter ausschlagen als nach links, d. h. es wird eine Schwingung nicht um $x = 0$, sondern um $A > 0$ ausführen und wird zweitens langsamer schwingen, als im Potential $\frac{1}{2}\omega^2 x^2$; denn rechts hat die rücktreibende Kraft (Steigung des Potentials) stärker abgenommen, als sie links zugenommen hat. Für eine Amplitude A' würde sie Null, für $x > A'$ negativ. Wir erwarten also eine Verringerung der Frequenz, die bei der Amplitude $\to A'$ sogar $\to 0$ gehen würde. Während die Verschiebung des Schwingungsmittelpunktes nur auftritt, wenn in der Bewegungsgleichung eine gerade *Potenz* von x steht (nur dann wird das Potential unsymmetrisch), stellt sich eine Frequenzverschiebung stets ein. Um A und $\Delta\omega$ zu bestimmen, setzen wir als Lösung an:

$$x = A + B \cos \omega' \Theta\,; \qquad \omega' = \omega + \Delta\omega\,.$$

Einsetzen in $\ddot{x} + \omega^2 x = a x^2$ liefert

$$-(\omega^2 + 2\,\omega\,\Delta\omega + \Delta\omega^2)\,B \cos \omega' \Theta + \omega^2 (A + B \cos \omega' \Theta) = \\ = a\,[A^2 + 2\,AB \cos \omega' \Theta + \tfrac{1}{2} B^2 (1 + \cos 2\,\omega' \Theta)]$$

Vergleichen der Koeffizienten ergibt

$$\omega^2 A = a\,(A^2 + \tfrac{1}{2} B^2), \qquad -2\,\omega\,\Delta\omega - \Delta\omega^2 = 2\,a\,A\,.$$

Wie man sieht, bleibt rechts ein Glied mit $\cos 2\,\omega' \Theta$ übrig. Das bedeutet, daß wir eigentlich ein solches Glied in unseren Ansatz hätten nehmen

müssen. Dann wäre eines mit $3\,\omega'$ und eines mit $4\,\omega'$ übrig geblieben und so fort. Eigentlich hätten wir also gleich eine ganze Fourierreihe ansetzen müssen. Wir lassen es bei den beiden ersten Gliedern.

B ist die fest vorgegebene Amplitude, die wir als klein ansehen. Die beiden Gleichungen lösen sich für kleines a mit der Bemerkung, daß für $a \to 0$ auch $A \to 0$ geht, also A^2 vernachlässigt werden darf:

$$A = \frac{a B^2}{2\,\omega^2} + \ldots$$

Dann muß auch $\Delta\omega$ mit a verschwinden, so daß $\Delta\omega^2$ ebenfalls vernachlässigbar ist:

$$\Delta\omega = -\frac{a A}{\omega} - \ldots = -\frac{a^2}{2\,\omega^3} B^2 + \ldots$$

Jetzt haben wir die Verschiebungen des Schwingungsmittelpunktes und der Frequenz als Funktion von a, ω, B ausgedrückt. Das Auftreten dieser beiden Verschiebungen, vor allem von $\Delta\omega$, ist ein wesentliches Merkmal aller nichtlinearen Schwingungen. Da die effektive Frequenz von der Amplitude abhängt, kann man nicht in gleicher Weise wie beim linearen Oszillator durch eine periodische äußere Kraft beliebig große Resonanzamplituden anregen. Deshalb hatte man eine Zeit lang gehofft, mit Hilfe nichtlinearer Effekte die von der linearen Theorie gefundenen Resonanzen im Betrieb durchschreiten zu dürfen. Diese Hoffnung hat sich nicht bestätigt. Noch schlimmer: Die nichtlinearen Glieder haben neue Resonanzen, sogenannte Subresonanzen, zur Folge, die wir jetzt kennenlernen werden.

b) *Subresonanzen;* $f(\Theta) = a \sin (p\,\Theta)$

Die Bewegungsgleichung lautet

$$\ddot{x} + \omega^2 x = a x^2 \cdot \sin (p\,\Theta)\;.$$

Wir können das Glied $a \sin p\,\Theta$ als eine einzelne Fourierkomponente von $\frac{1}{2} n'$ aus (58c,VIII) ansehen, daher ist p eine ganze Zahl. Eine Verschiebung des Schwingungsmittelpunktes wird nicht auftreten (wenigstens nicht im Mittel über hinreichend lange Zeiten, wenn die Bewegung überhaupt stabil bleibt). Um die Frequenzverschiebung kümmern wir uns diesmal nicht. Wir setzen also die Lösung an als

$$x = B \cos (\omega\,\Theta + \varphi).$$

Um zu sehen, was geschieht, betrachten wir die Energie des Systems und untersuchen, unter welchen Bedingungen sie im zeitlichen Mittel anwächst.

Multiplikation mit $\dot{x}$ gibt

$$\frac{dW}{d\Theta} = \frac{d}{d\Theta}\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \omega^2 x^2) = a\, x^2\, \dot{x} \sin(p\,\Theta).$$

Linker Hand steht nun etwas, was beim linearen Oszillator die Energie wäre; hier ist es nur angenähert die Energie — für unsere Zwecke mögen wir es dennoch so nennen.

Einsetzen der Näherungslösung liefert nach einiger Umrechnung von Produkten trigonometrischer Funktionen auf Summen von solchen:

$$\frac{dW}{d\Theta} = -\frac{1}{8}\, a\,\omega\, B^3 \{\cos[(\omega - p)\,\Theta + \varphi] - \cos[(\omega + p)\,\Theta + \varphi]$$
$$+ \cos[(3\,\omega - p)\,\Theta + 3\,\varphi] - \cos[(3\,\omega + p)\,\Theta + 3\,\varphi]\}$$

Im zeitlichen Mittel wird also diese Größe verschwinden, d. h. die Energie konstant bleiben, falls nicht

$$\omega = \pm\, p \quad \text{oder} \quad 3\,\omega = \pm\, p \qquad (64,\text{VIII})$$

ist. Dann wird der betreffende Cosinus konstant und man hat

$$\frac{dW}{d\Theta} = const \quad \text{oder} \quad W = W_0 + const\;\Theta$$

also ein dauerndes Anwachsen (oder Abnehmen) der Energie und damit der Amplitude im zeitlichen Mittel. Man sagt, es liege eine *Subresonanz* vor, wenn $3\,\omega = \pm\, p$ ist. ($\omega = \pm\, p$ ist die übliche Resonanz).

Hier ist es angebracht, diesen Fall deutlich von dem für lineare Systeme abzuheben. Wenn wir ein lineares System mit äußerer Störkraft $f(\Theta)$ haben, deren Fourierentwicklung

$$f(\Theta) = \sum_\nu a_\nu \sin(\nu\, p\, \Theta)$$

lauten möge, so ist p die Grundfrequenz der Störkraft, und es gilt

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \sum a_\nu \sin(\nu\, p\, \Theta)\,.$$

Bekanntlich tritt hier Resonanz genau dann ein, wenn

$$\omega = \nu\, p\,, \qquad (65,\text{VIII})$$

wo ν eine ganze Zahl ist. Hier ist also ω ein ganzzahliges *Vielfaches* der Grundfrequenz p der Störung, während bei den *Subresonanzen* ω ein *Bruchteil* von p ist (Abb. 92).

Man überlegt sich leicht, daß ein Glied mit x^3 statt x^2 rechter Hand in unserer Gleichung $4\,\omega = \pm\, p$, $2\,\omega = \pm\, p$ und $p = 0$ als Resonanzbedingung

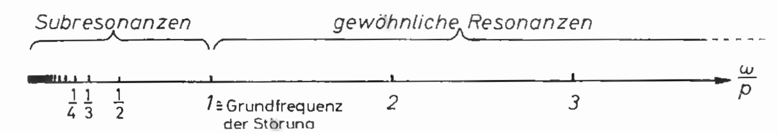


Abb. 92: Gegenüberstellung der verschiedenen Resonanztypen

ergeben hätte. Schließlich macht es nur wenig Mühe, auch das zweidimensionale Beispiel (58b,VIII) ebenso zu behandeln:

$$\ddot{x} + \omega_x^2\, x = a\,(x^2 - y^2)\,\sin\,(p\,\Theta)$$
$$\ddot{y} + \omega_y^2\, y = -\,a\,x\,y\,\sin\,(p\,\Theta).$$

Nach einiger Rechnung findet man als Resonanzbedingungen:

$$\omega_x \pm p = 0, \quad 3\,\omega_x \pm p = 0, \quad \omega_x + 2\,\omega_y \pm p = 0, \quad \omega_x - 2\,\omega_y \pm p = 0. \qquad (67,\mathrm{VIII})$$

Das leicht zu erratende allgemeine Gesetz lautet:

$$n_1\,\omega_x + n_2\,\omega_y = p; \quad |n_1| + |n_2| = N,\ N-2,\ N-4, \ldots \qquad (67,\mathrm{VIII})$$

($n_{1,2}$, p und N ganzzahlig). Es kann eine Resonanz ergeben, wenn in der Hamiltonfunktion ein homogenes Polynom N-ten Grades in x, y auftritt. N nennt man die Ordnung des Subresonanz.

Da in der Hamiltonfunktion (62,VIII) mit dem Potential (59,VIII) im Prinzip beliebig hohe Potenzen von x, y auftreten und andererseits in der Fourierentwicklung von $n'(\Theta)$, $n''(\Theta), \ldots$ wiederum im Prinzip beliebig hohe Fourierkomponenten vorkommen, ist es klar, daß in (67,VIII) p sowohl wie N alle ganzen Zahlen von 0 an durchlaufen. Nun stellt aber in der $(\omega_x - \omega_y)$-Ebene die Gleichung $n_1\,\omega_x + n_2\,\omega_x = p$ eine Gerade dar, und es folgt, daß die Ebene dicht mit solchen Geraden bedeckt ist. Auf jeder solchen Geraden könnte das System instabil werden. Da nun, wie immer wir die Grundfrequenzen ω_x und ω_y auch wählen, der Punkt $P\,(\omega_x, \omega_y)$ auf einer solchen Geraden liegt, scheint es nirgendwo Stabilität zu geben. Hier sagt das physikalische Gefühl mit Recht, daß unsere oberflächliche Argumentation falsch sein muß, daß sonst viele technisch einwandfrei arbeitenden Maschinen auseinanderfliegen müßten.

In der Tat: Wir haben die Frequenzverschiebung vernachlässigt, die, wenn zuerst unter Resonanzbedingungen die Amplitude groß wird, doch wirksam wird, indem sie die Resonanzbedingung zerstört. Je höher die Ordnung der Resonanz, um so wirkungsvoller tut sie das: Kein Wunder, denn die Frequenzverschiebung ist einer um so höheren Potenz der Amplitude proportional, je höher die Potenz des nichtlinearen Gliedes in der Bewegungsgleichung ist! Die höheren Subresonanzen haben daher gar keine Zeit, sich aufzubauen. Sowie sie es nur versuchen, verstimmen sie die Frequenz, und

die Resonanz wird gestört. Eine mehr oder weniger harmlose Schwebung ist alles, was in der Nähe einer höheren Resonanzlinie übrigbleibt. Diese qualitativen elementaren Überlegungen reichen aber nicht aus, um zu sicheren Aussagen zu kommen. Die eigentliche Theorie geht weit über den Rahmen dieses Buches hinaus. Doch soll sie im Folgenden wenigstens skizziert werden.

3) *Die Allgemeine Theorie*[1])

Die Idee ist folgende: Hat man ein eindimensionales System mit einer Hamiltonfunktion $H(x, \dot{x})$, die nicht von Θ abhängt, so gilt $H(x, \dot{x}) = const$, und wenn man in einer $(x, \dot{x})$-Ebene (Phasenebene) diese Kurven zeichnet, so verläuft jede mögliche Bewegung des Systems auf einer solchen Kurve. Ob die Bewegung stabil oder instabil ist, hängt ganz von der Art dieser Kurven ab. Beim linearen Oszillator sind es Ellipsen, also bleibt jede Bewegung im Endlichen. Bei nichtlinearen Systemen kann es Kurven geben, die ins Unendliche gehen – z. B. Hyperbeln. Liegt die Anfangsbedingung auf einer solchen Kurve, so ist die Bewegung instabil.

In unserem Fall ist erstens der Phasenraum vierdimensional und zweitens die Hamiltonfunktion nicht konstant. Wenn es jedoch gelingt, durch Einführung passender anderer Koordinaten eine *konstante* Hamiltonfunktion zu erreichen und überdies daneben *eine weitere Konstante* der Bewegung zu finden, dann kann man im wesentlichen wie im obigen Beispiel argumentieren, und gewisse Kurven geben Aufschluß über das Stabilitätsverhalten, ohne daß man die eigentliche Lösung der Differentialgleichungen zu kennen braucht. Diesem Ziel dienen die im Folgenden durchgeführten Transformationen.

Wir schreiben (61,VIII) und (62,VIII) in Matrixform mit

$$K_0(\xi_1, \ldots, \xi_4, \Theta) = (K_0(\xi_1, \ldots, \xi_4, \Theta) + \Delta K(\xi_1, \ldots, \xi_4, \Theta), \text{wo } \Delta K \equiv \varphi(\xi_1, \ldots, \xi_4, \Theta)$$

(Δ ist hier kein Differentiationssymbol!)

Das gibt

$$\dot{\xi} = \begin{pmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \\ \dot{\xi}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -n_{11} & 0 & -n_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -n_{12} & 0 & -n_{22} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta K_{\xi_2} \\ -\Delta K_{\xi_1} \\ \Delta K_{\xi_4} \\ -\Delta K_{\xi_3} \end{pmatrix}$$

$$\text{mit } \Delta K \xi_i \equiv \frac{\partial \Delta K}{\partial \xi_i} \qquad (68,\text{VIII})$$

[1]) Vergleiche hierzu [175, 176, 179], ferner in anderer Darstellung [180, 181].

Im Prinzip ist die Lösung von (68,VIII) genau bekannt, wenn $\Delta K \equiv 0$ ist. Nehmen wir an, wir hätten diese Lösung, so können wir mit ihrer Hilfe eine Θ-abhängige Matrix A mit $\det A = 1$ konstruieren, die folgende Eigenschaften hat: $A_{\Theta+2\pi} = A_\Theta$, $A_\Theta \xi(\Theta) = \eta(\Theta)$, und die neuen Variablen $\eta(\Theta)$ gehorchen einer neuen Differentialgleichung mit der Hamiltonfunktion

$$h(\eta, \Theta) \equiv \frac{\omega_x}{2}(\eta_1^2 + \eta_2^2) + \frac{\omega_y}{2}(\eta_3^2 + \eta_4^2) + \Delta h(\eta, \Theta). \qquad (69,\mathrm{VIII})$$

Der lineare Teil der neuen Bewegungsgleichungen ist also entkoppelt und hat konstante Frequenzen; $\Delta h(\eta, \Theta)$ ist explizit periodisch in Θ, und es gilt

$$\Delta h(\eta, \Theta) = \Delta K(A_\Theta^{-1}\eta, \Theta). \qquad (70,\mathrm{VIII})$$

Diese Transformation soll nicht weiter betrachtet werden, denn sie ist der eingehend in der Literatur studierten Lösung des linearen Problems äquivalent (Hillsche Differentialgleichung; Floquet-Theorie).

Im Folgenden wird eine weitere kanonische Transformation durchgeführt, die eine noch einfachere Hamiltonfunktion zum Ziele hat. In der Tat kann man soweit vereinfachen, daß man zuletzt alle Verhältnisse genau übersehen kann. Wir transformieren auf neue Koordinaten (y hat nichts mit dem bisherigen y zu tun)

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix},$$

deren Hamiltonfunktion

$$g(y_1 \ldots y_4, \Theta) = h(\eta_1 \ldots \eta_4, \Theta) + \frac{\partial}{\partial \Theta} S(\eta_1 y_2 \eta_3 y_4, \Theta) \qquad (71,\mathrm{VIII})$$

lautet. Hier ist $S(\eta_1 y_2 \eta_3 y_4, \Theta)$ die erzeugende Funktion:

$$y_1 = \frac{\partial S}{\partial y_2}, \quad \eta_2 = \frac{\partial S}{\partial \eta_1}, \quad y_3 = \frac{\partial S}{\partial y_4}, \quad \eta_4 = \frac{\partial S}{\partial \eta_3}. \qquad (72,\mathrm{VIII})$$

Einstweilen ist das nur eine aus einem beliebigen Mechanik-Lehrbuch abgeschriebene Formel. Sie erhält ihren Inhalt dadurch, daß wir jetzt in *einem* Prozeß gleichzeitig die noch unbestimmten Funktionen $g(y, \Theta)$ und $S(\eta_1 y_2 \eta_3 y_4, \Theta)$ so wählen, daß

a) $g(y, \Theta)$ so einfach wie möglich wird: Schreibt man g als eine Reihe in Polynomen in $y_1 \ldots y_4$ mit Θ-abhängigen Koeffizienten, so sollen möglichst viele dieser Koeffizienten konstant und womöglich gleich Null sein.

b) $S(\eta_1 y_2 \eta_3 y_4, \Theta)$ soll periodisch in Θ sein und weder unendlich noch sehr groß werden dürfen.

Mit diesen Forderungen sind die beiden Funktionen praktisch eindeutig festgelegt.

Zur Durchführung des Programms schreibt man mit Hilfe von (72,VIII) beide Seiten von (71,VIII) in den Variablen $\eta_1\, y_2\, \eta_3\, y_4$, entwickelt dann g, h und S in Reihen homogener Polynome mit Θ-abhängigen Koeffizienten und geht, um die entstehenden Gleichungen zu entkoppeln, zu komplexen Variablen über, nachdem man wieder alle Variablen in $y_1 \ldots\ldots y_4$ *umbenennt:*

$$z_1 = y_1 + i\, y_2; \quad z_2 = y_3 + i\, y_4, \quad \text{dazu} \quad \bar{z}_1 \text{ und } \bar{z}_2,$$

ihre konjugiert Komplexen. Dann hat man etwa

$$g\,(y_1 \ldots y_4, \Theta) \equiv \frac{i}{2}\, G\,(z_1\, \bar{z}_1\, z_2\, \bar{z}_2\, \Theta) = \sum_n \sum_{j+k+l+m=n} g_{jklm}^{(n)}\, z_1{}^j\, \bar{z}_1{}^k\, z_2{}^l\, \bar{z}_2{}^m$$

und entsprechende Entwicklungen für S und h. Durch Koeffizientenvergleich der Glieder n-ter Ordnung erhält man ein unendliches System von Gleichungen für die Koeffizienten von S vom Typ

$$\dot{S}_{jklm}^{(n)} - i\, \omega_{jklm}\, S^{(n)} = f_{jklm}^{(n)}\,(\Theta) + \frac{i}{2}\, g_{jklm}^{(n)}(\Theta)$$

$$\omega_{jklm} \equiv \omega_x\,(j-k) + \omega_y\,(l-m) \qquad (73,\text{VIII})$$

Hier ist $f_{jklm}^{(n)}$ periodisch in Θ und enthält nur bekannte Funktionen, nämlich $h_{jklm}^{(n')}\,(\Theta)$ und S- und g-Funktionen niedrigerer Ordnung als n. Sind also die Gleichungen für $S^{(n-1)}, S^{(n-2)}, \ldots$ gelöst, so ist $f_{jklm}^{(n)}\,(\Theta)$ eine bekannte Funktion. Nun ist *entweder*

$$\omega_{jklm} \neq p, \quad \text{wo} \quad p \text{ ganz.}$$

Dann setzt man $g_{jklm}^{(n)}\,(\Theta) \equiv 0$ entsprechend Forderung a) und sucht die (eindeutige!) periodische Lösung von (53,VIII) auf.

Oder $\qquad \omega_{jklm} = p, \quad$ wo $\quad p$ ganz.

Dann erzeugt die p-te Fourierkomponente von $f_{jklm}^{(n)}\,(\Theta)$ eine Resonanz (oder wenn $\omega_{jklm} \approx p$, eine große Amplitude), und wegen b) ist das verboten. Es genügt aber dann, $\frac{i}{2} g_{jklm}^{(n)}$ gleich der negativen p-ten Fourierkomponente von f zu machen:

$$\frac{i}{2}\, g_{jklm}^{(n)} = -f_{jklm,p}^{(n)} \; ,$$

was in diesem Fall die einfachste Wahl ist *und* b) befriedigt. So lösen wir schrittweise alle Gleichungen. Da $S\,(y_1 \ldots y_4, \Theta)$ nun klein und periodisch bleibt, sind die neuen Koordinaten von den alten wenig verschieden, und alle Aussagen über die neuen Koordinaten gelten mit guter Näherung auch für die alten.

Immerhin enthält die neue Hamiltonfunktion noch periodische Glieder, wenn $\omega_x (j-k) + \omega_y (l-m) = p$ (p ganz) ist — und das bedeutet mögliche Instabilität. Hier haben wir wieder die schon in (67,VIII) diskutierten Resonanzlinien.

Eine dritte Transformation erlaubt uns nun die vollständige Diskussion. Hier müssen wir uns auf die Nachbarschaft einer festen Resonanzlinie beschränken. Dann sieht unsere Hamiltonfunktion zunächst so aus:

$$G(z_1 \bar{z}_1 z_2 \bar{z}_2; \Theta) \equiv F(\sigma(\Theta); r_1^2; r_2^2) \quad \text{mit}$$
$$\sigma(\Theta) = e^{ip\Theta} z_1^j \bar{z}_1^k z_2^l \bar{z}_2^m, \quad r_1^2 = z_1 \bar{z}_1; \; r_2^2 = z_2 \bar{z}_2,$$

d. h. an der Resonanzlinie $\omega_{jklm} = p$ enthält G *nur* diese Variablen. Durch die dritte Transformation, nämlich eine Drehung des Koordinatensystems mit konstanter Winkelgeschwindigkeit kann man Θ völlig eliminieren und erhält die letzte Hamiltonfunktion

$$\Gamma(\zeta_1 \bar{\zeta}_1 \zeta_2 \bar{\zeta}_2) \equiv \psi(\tau, r_1^2, r_2^2) = const,$$
$$\tau = \zeta_1^j \bar{\zeta}_1^k \zeta_2^l \bar{\zeta}_2^m, \; r_1^2 = \zeta_1 \bar{\zeta}_2 \quad \text{usw.}$$

Dies ist eine Konstante der Bewegung und liefert auch die Bewegungsgleichungen.

Wir schreiben $\zeta_1 = r_1 e^{i\varphi_1}$ usw. und erhalten eine konstante Funktion

$$\boxed{I(r_1, r_2, \varphi_1 \varphi_2) = const.} \qquad (74,\text{VIII})$$

Ferner findet man mit den Bewegungsgleichungen

$$\frac{dr_1^2}{d\Theta} \Big/ \frac{dr_2^2}{d\Theta} = \frac{dr_1^2}{dr_2^2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (n_1 \equiv j-k, \, n_2 \equiv l-m)$$

oder

$$\boxed{I_2(r_1, r_2) = \frac{r_1^2}{n_1} - \frac{r_2^2}{n_2} = const.} \qquad (75,\text{VIII})$$

Aus (75,VIII) folgt: Wenn n_1 und n_2 verschiedenes Vorzeichen haben, ist I_2 eine Ellipse, und die Bewegung ist notwendig stabil. Haben n_1 und n_2 gleiches Vorzeichen, so ist I_2 eine Hyperbel, und die Bewegung *kann* instabil sein. n_1 und n_2 bestimmen die Halbachsen der Kurven. Abb. 93 zeigt Aufnahmen des CERN-Analogmodells [6].

Jetzt kann man mit Hilfe von I_2 etwa r_2 (oder r_1) durch r_1 (oder r_2) ausdrücken und damit aus I_1 eliminieren, dann erhält man (r ist je nachdem r_1 oder r_2)

$$\boxed{I_{11}(r, \varphi_1, \varphi_2) = const.} \qquad (76,\text{VIII})$$

Wenn die betrachtete Resonanzlinie von der Ordnung N ist, kann man die $g_{jklm}^{(n)}$ bis zur Ordnung $N+1$ bestimmen. Die ganze Theorie liefert nur ver-

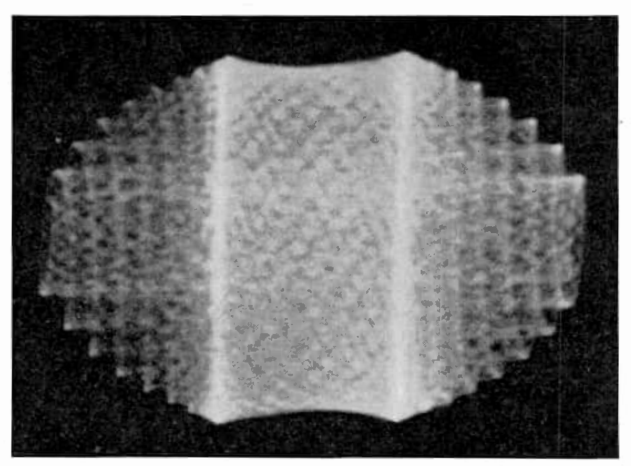


Abb. 93a: Elliptischer Fall (Differenz-Resonanzlinie)

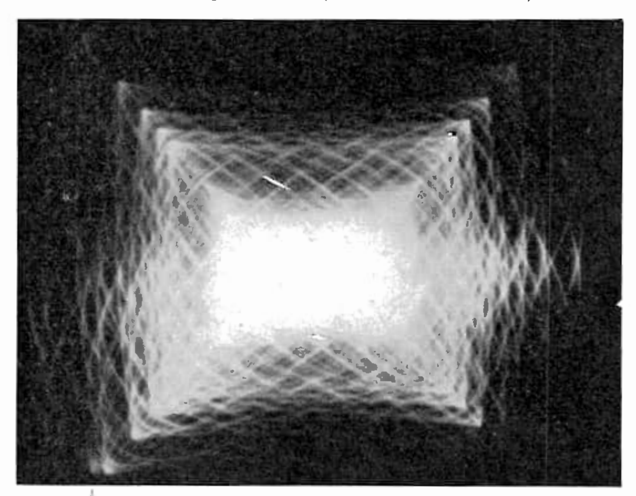


Abb. 93b: Hyperbolischer Fall (Summen-Resonanzlinie)

läßliche Aussagen, wenn Glieder der Ordnung $N + 2$ tatsächlich klein gegen- die der Ordnung N sind. Nehmen wir das an, so zeigt sich, daß I_{11} explizit stets folgende Form hat:

$$I_{11} = P_1(r) + P_2(r) \cdot \cos\varphi = const.; \quad \varphi = \varphi(\varphi_1, \varphi_2) \qquad (77a,VIII)$$

P_1 und P_2 sind Polynome in r. Da $|\cos\varphi| \leqq 1$, so folgt aus (77a, VIII)

$$-P_2(r) \leqq P_1(r) - const \leqq + P_2(r)\,, \qquad (77b,VIII)$$

und es hängt einzig von den Koeffizienten von P_1 und P_2 ab, welche r-Werte (77,VIII) genügen. Die fraglichen Koeffizienten folgen aber direkt aus den $g_{jklm}^{(n)}$-Koeffizienten und den Anfangsbedingungen. Es ergibt sich etwa wie folgt Stabilität (Abb. 94a) oder Instabilität (Abb. 94b).

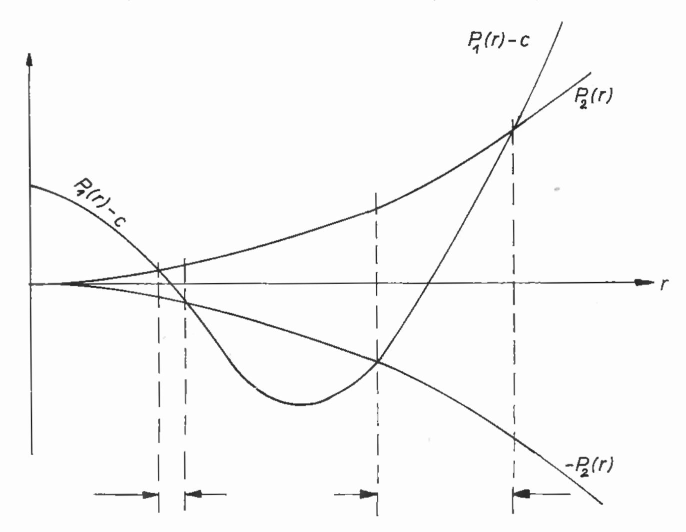


Abb. 94a: Stabilität. Zwischen den durch Pfeile bezeichneten Werten kann die Amplitude schwanken

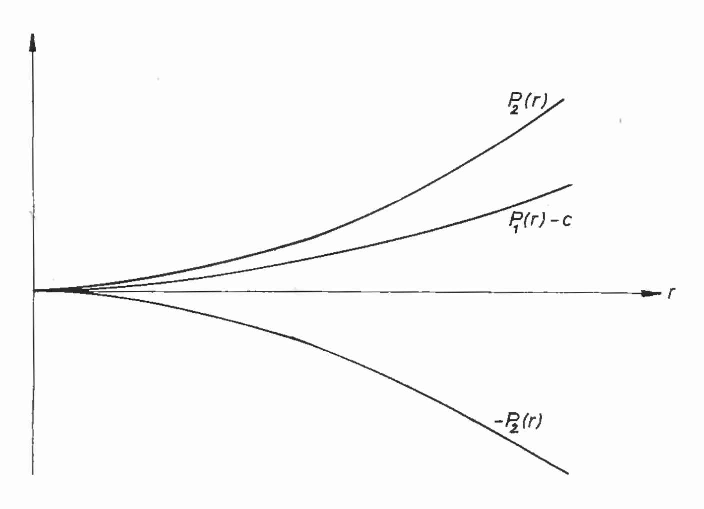


Abb. 94b: Instabilität. Alle r-Werte sind erreichbar

Es ist klar, daß zu jeder Anfangsbedingung eine neue derartige Figur gehört und natürlich noch alles von den Koeffizienten der Ausgangsgleichung und ω_x und ω_y abhängt. Trotzdem war es möglich, wenigstens für die Subresonanz dritter Ordnung alles in einer zweiparametrigen Kurvenschar (einer Art von Resonanzkurve) zusammenzufassen, an der man Minimum- und Maximumamplitude ablesen kann [3]. Die Diskussion ist schwierig und muß hier weggelassen werden. Die genaue Untersuchung des Gleichungssystems (73,VIII) und der beiden invarianten Funktionen I_1 und I_2 liefert aber noch folgende *allgemeine* Aussagen:

a) *Klassifikation der Resonanzlinien*

(α) Die Linie $n_1 \omega_x + n_2 \omega_y = p$ (ganz) heißt eine Subresonanzlinie der Ordnung N, wenn $|n_1| + |n_2| = N$. Die Fälle $N = 1$ und 2 gehören zur linearen Theorie und interessieren hier nicht.

(β) Wenn n_1 und n_2 gleiches Vorzeichen haben oder eines von ihnen verschwindet, sprechen wir von einer Summenresonanz, sonst von Differenzresonanz.

(γ) Abgesehen von Parallelverschiebung gibt es genau $2N$ Subresonanzlinien der Ordnung N.

(δ) Ein Term der Ordnung N in der Hamiltonfunktion regt mit seiner p-ten (komplexen) Fourierkomponente die Resonanzen $\omega_{jklm} = p$ an, wo $|j-k| + |l-m| = N, N-2, N-4, \ldots$ ist.

b) *Stabilität*

Stabil heißt eine Lösung, die, mit infinitesimalen Anfangswerten beginnend, nach *langer* (nicht unendlicher) Zeit noch infinitesimal ist.

(α) Auf Differenzresonanzlinien gibt es nur starken Energieaustausch zwischen beiden Freiheitsgraden, aber keine Instabilität.

(β) Resonanzlinien der Ordnung $N \geqq 5$ sind fast immer stabil. (Nur mit großer Raffinesse kann man ein System konstruieren, welches nicht stabil ist.)

(γ) Resonanzlinien der Ordnung $N = 4$ sind stabil oder instabil. Das hängt von numerischen Werten ab und muß Fall für Fall untersucht werden.

(δ) Resonanzlinien der Ordnung $N = 3$ sind stets instabil. Trotzdem kann für große Amplituden eine Grenze bestehen.

(ε) Für die verschiedenen Resonanzlinien kann man relative Anregungsstärken angeben. Je größer diese sind, umso schneller wächst die Amplitude.

(ζ) Dieselben Koeffizienten, die das Verhalten der Invarianten I_1 und I_2 bestimmen, gehen auch in die Formeln für Frequenzverschiebung ein. Das zeigt den engen Zusammenhang zwischen Stabilitätsverhalten und Frequenzverschiebung

(η) Für jeden Einzelfall können Resonanzkurven berechnet werden, die über die Maximum- und Minimumamplitude Auskunft geben.

Zum Schluß geben wir noch zur Illustration in Abb. 95 einen Ausschnitt aus der (ω_x, ω_y)-Ebene mit allen Resonanzlinien dritter und vierter Ordnung.

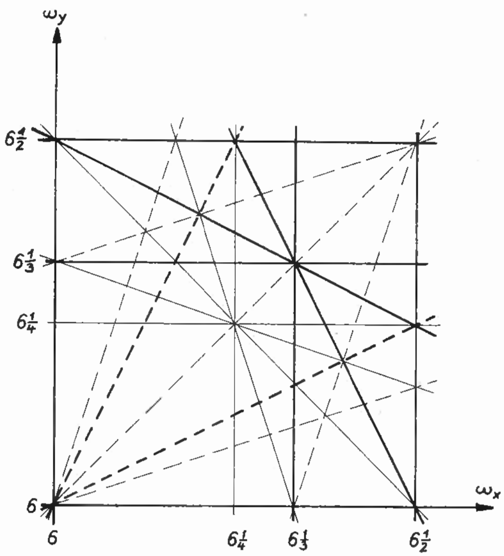


Abb. 95: Alle Subresonanzlinien im Ausschnitt $6 \leq \omega_{x,y} \leq 6{,}5$ (CERN-Synchr.)
Dick: $N = 3$; dünn: $N = 4$; Differenzlinien (stabil) gestrichelt

57. Bahnstabilität beim Thomas-Zyklotron (H. Steinwedel)

Das AG-Prinzip zeigt, daß man durch eine azimutale Variation des Magnetfeldes die Fokussierungseigenschaften von Synchrotrons erheblich verbessern kann. Die Frage ist nun, ob ähnliches nicht auch bei anderen Zirkularbeschleunigern möglich ist. Besonders interessant wäre ein zusätzlicher Fokussierungseffekt für das Cyclotron, dessen Maximalenergie durch die Fokussierungsbedingung $0 < n < 1$ entscheidend begrenzt wird: Die relativistische Massenzunahme kann bezüglich der Konstanz der Umlaufsfrequenz nur durch eine radiale *Zu*nahme des Magnetfeldes kompensiert

werden. In der Tat hat bereits 1938 *L. H. Thomas* [183] gezeigt, daß sich durch azimutale Variation des Magnetfeldes Frequenzkonstanz und Axialfokussierung gleichzeitig erreichen lassen.

Daß ein nicht-rotationssymmetrisches, also vom Azimutwinkel abhängiges Magnetfeld auch bei *Zu*nahme in radialer Richtung (d. h. $\partial B_z/\partial r > 0$) die Stabilität der axialen Betatronschwingungen bewahren kann, sei im folgenden an einem einfachen Beispiel gezeigt[1]):

Wir betrachten ein einfaches Feld in Zylinderkoordinaten von der Form

$$B_z(r, \varphi, 0) = \bar{B}(r)\,[1 + f \cos N\varphi]\,, \qquad (78,\text{VIII})$$

wobei f als Feldflutter bezeichnet wird.

Der radiale Feldindex n_r ist gegeben durch

$$n_r = -\frac{r}{\bar{B}}\frac{\partial \bar{B}}{\partial r}\,, \qquad (79,\text{VIII})$$

wobei wir also nach dem obigen $n_r < 0$ voraussetzen wollen.
Aus den Bewegungsgleichungen

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = \frac{e}{m}(r\dot{\varphi}B_z - \dot{z}B_\varphi), \qquad (80\text{a},\text{VIII})$$

$$r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} = \frac{e}{m}(\dot{z}B_r - \dot{r}B_z), \qquad (80\text{b},\text{VIII})$$

$$\ddot{z} = \frac{e}{m}(\dot{r}B_\varphi - r\dot{\varphi}B_r) \qquad (80\text{c},\text{VIII})$$

erhalten wir für Bewegungen in der Mittelebene (d. h. für $z = 0$)

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = \frac{e}{m}r\dot{\varphi}B_z \qquad (81\text{a},\text{VIII})$$

$$r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} = -\frac{e}{m}\dot{r}B_z \qquad (81\text{b},\text{VIII})$$

Für jeden Teilchenimpuls p müssen wir zunächst aus (81,VIII) die zugehörige Sollbahn berechnen. Für nicht zu große f können wir dabei erwarten, daß die tatsächliche Bahn nur wenig von der zum gleichen Impuls gehörigen Kreisbahn, deren Radius r_0 sich aus

$$p = e\,r_0\,\bar{B}(r_0) = m\,r_0\,\omega \;(\omega = \text{Umlaufsfrequenz des Teilchens}) \qquad (82,\text{VIII})$$

errechnet, abweicht.

Setzen wir

$$r = r_0(1 + x)\;;\quad \varphi = \omega t + \varepsilon \qquad (83,\text{VIII})$$

[1]) Vgl. dazu insbesondere *Symon* et al. l. c. [182].

mit $\omega = e\,\bar{B}\,(r_0)/m$, so erhalten wir aus (81a,VIII) unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung in f und x:

$$\ddot{x} - \omega^2 x - 2\,\omega\,\dot{\varepsilon} = -\,\omega\,\{(x\,\omega + \dot{\varepsilon}) + \omega\,f \quad \cos N\,\omega\,t - n_r\,\omega\,x\} \quad (84,\text{VIII})$$

Da die tatsächliche Bahn zum gleichen Impuls wie die durch (83,VIII) definierte Kreisbahn gehören soll, gilt

$$\dot{\varepsilon} = -\,x\,\omega\,,$$

und es ergibt sich schließlich

$$\ddot{x} + (1 - n_r)\,\omega^2\,x + \omega^2\,f\,\cos N\,\omega\,t = 0 \qquad (85,\text{VIII})$$

mit der stationären Lösung

$$x = \frac{f}{(N^2 + n_r - 1)}\,\cos N\,\omega\,t\,. \qquad (86,\text{VIII})$$

Daraus erhalten wir durch Einsetzen in (83,VIII) die Bewegung des Sollteilchens.

Wegen rot $\mathfrak{B} = 0$ und div $\mathfrak{B} = 0$ gilt in der Nähe der Mittelebene

$$B_\varphi = \left.\frac{\partial B_\varphi}{\partial z}\right|_{z=0} \cdot z = \frac{1}{r}\left.\frac{\partial B_z}{\partial \varphi}\right|_{z=0} \cdot z\,,$$

$$B_r = \left.\frac{\partial B_r}{\partial z}\right|_{z=0} \cdot z = \left.\frac{\partial B_z}{\partial r}\right|_{z=0} \cdot z$$

und somit für die axiale Betatronschwingung, falls wir uns wieder auf Terme linear in z beschränken:

$$\ddot{z} = -\,\omega^2\,(n_r - \frac{\dot{x}}{\omega}\,n_\varphi)\,(1 + f\,\cos N\,\omega\,t)\,z \qquad (87,\text{VIII})$$

mit

$$n_\varphi = -\,\frac{1}{B_z}\left.\frac{\partial B_z}{\partial \varphi}\right|_{\varphi = \omega t}.$$

Bis auf Terme höherer Ordnung in f und n_r ergibt sich so mit (86,VIII)

$$\ddot{z} = -\,\omega^2\left[f^2\,\frac{N^2}{2\,(N^2-1)} + n_r + n_r\,f\,\cos N\,\omega\,t - \right.$$
$$\left. - \frac{f^2\,N^2}{2\,(N^2-1)}\,\cos 2\,N\,\omega\,t\right] \qquad (88,\text{VIII})$$

Da wir f und n_r als klein vorausgesetzt haben, befinden wir uns im Stabilitätsdiagramm[1]) in der Nähe des Ursprungs, so daß die periodischen Glieder mit $\cos N\,\omega\,t$ und $\cos 2\,N\,\omega\,t$ in der eckigen Klammer von (88,VIII)

[1]) Vgl. oben Abb. 82. Das dort gezeichnete Diagramm gilt qualitativ auch für (88,VIII).

für die Fokussierung keine Rolle spielen; die axiale Betatronschwingung ist daher im Falle $n_r < 0$ stabil für

$$f^2 \frac{N^2}{2\,(N^2-1)} > |n_r|\,.$$

Anschaulich kann man dies wie folgt einsehen. Wie wir aus (87,VIII) ablesen, ist nicht n_r, sondern

$$\bar{n} = n_r - \frac{\dot{x}}{\omega}\, n_\varphi$$

der für die Fokussierung maßgebende Feldindex.
$\dot{x}/\omega$ ist aber gerade der Tangens des Neigungswinkels der tatsächlichen Sollbahn (86,VIII) gegen die Kreisbahn $r = r_0 = const$, so daß der Feldindex $\bar{n}$ den effektiven Feldgradienten $\partial B/\partial s$ bezüglich der Richtung s senkrecht zur Sollbahn enthält. Wie man anschaulich sofort einsieht, kann dessen Mittelwert $\overline{\partial B/\partial s}$ bei hinreichend großem f trotz $\partial \bar{B}/\partial r > 0$ tatsächlich negativ sein.

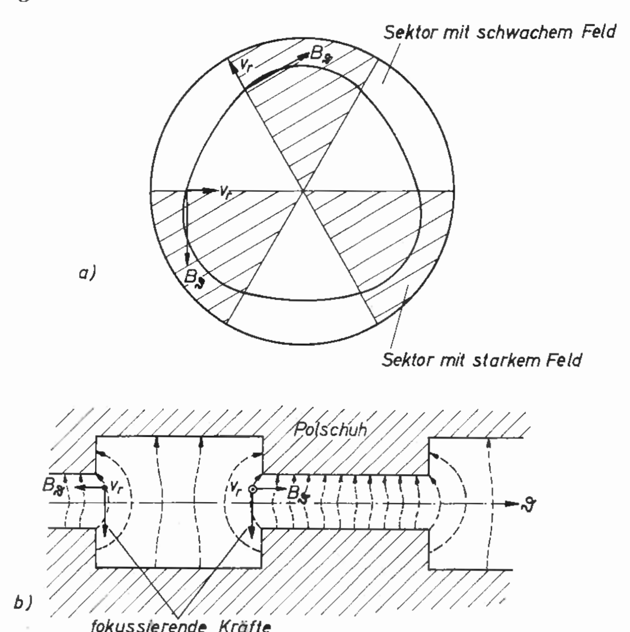
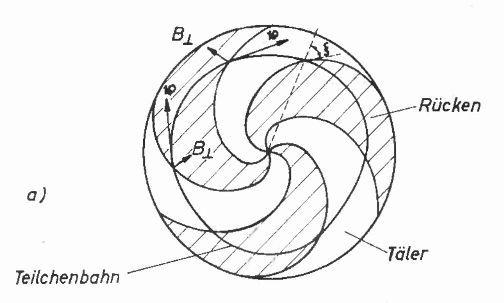


Abb. 96: Teilchenbahn und axiale Fokussierung im Radialsektorfeld

Neben dem hier behandelten „Radialsektor"-Typ (Abb. 96) kann man in ähnlicher Weise fokussierende Eigenschaften auch für den „Spiralsektor"-

Typ (Abb. 97) zeigen; hier hat das Magnetfeld die kompliziertere Form[1])

$$B_2(r,\varphi,0) = \bar{B}(r)\left\{1 + f\cos\left[N\varphi - N\,\mathrm{tg}\,\delta \ln\frac{r}{r_0}\right]\right\}.$$



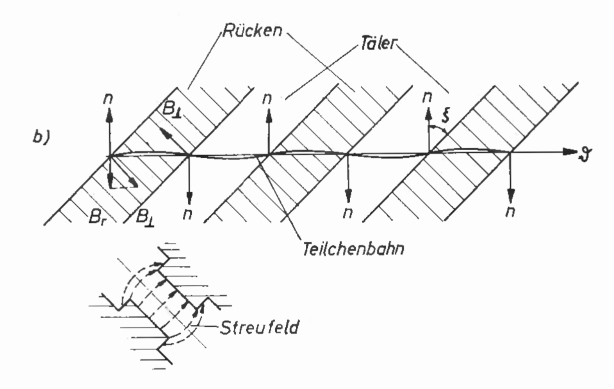


Abb. 97: Teilchenbahn und axiale Fokussierung im Spiralrückenfeld

Wesentliche Unterschiede zwischen beiden Typen ergeben sich erst für höhere Modulationsamplituden, die man insbesondere für höhere Energien ($E \sim m\,c^2$) benötigt.

58. Prinzip der FFAG-Stabilisierung (H. Steinwedel)

Wie wir im vorhergehenden gesehen haben, läßt sich durch eine azimutale Variation des Magnetfeldes die Stabilität der Betatronschwingungen entscheidend verbessern:

a) Im AG-Synchrotron (Ziffer 53) kann man durch azimutale Variation des Feldindex die stabilisierenden Kräfte um ein bis zwei Größenordnungen

1) Vgl. dazu auch das folgende Kapitel.

steigern; die damit verbundene Reduktion der Amplituden der Betatron- und insbesondere der Phasenschwingungen erlaubt eine entsprechende Reduktion in den Dimensionen der Vakuumkammer und damit der Baukosten.

b) Im relativistischen Isochron-Cyclotron läßt sich durch die azimutale Variation des Magnetfeldes Stabilität auch für die axialen Betatronschwingungen trotz der geforderten radialen *Zu*nahme des Feldes erreichen und so die im Cyclotron erreichbare Maximalenergie wesentlich erhöhen.

Das Prinzip des Isochron-Cyclotrons legt darüber hinaus aber die Konzeption eines neuen Beschleunigertyps nahe, bei dem im Gegensatz zum Synchrotron das Magnetfeld zeitlich konstant ist, jedoch in radialer Richtung so stark anwächst, daß eine große Energieänderung nur eine verhältnismäßig kleine Änderung des Bahnradius zur Folge hat. Die daraus resultierende hohe Instabilität der axialen Betatronschwingungen wird, und das ist die eigentliche Idee dieser Konzeption, wieder durch eine geeignete Azimutalvariation des Magnetfeldes (genauer gesagt: des Feldindex) kompensiert. Natürlich ist bei einem solchen Beschleunigertyp die Umlaufsfrequenz der Teilchen nicht mehr unabhängig vom Radius (und damit von der Teilchenenergie), so daß man die Frequenz der Beschleunigungsspannung wie beim Synchrocyclotron modulieren muß: trotz seines Namens „Fixed Field Alternating Gradient"(FFAG)-Synchrotron handelt es sich eigentlich um ein Synchrocyclotron mit Azimutalvariation des Magnetfeldes. Die Vorteile eines solchen Beschleunigers liegen auf der Hand: Abgesehen von der Vereinfachung der Konstruktion und der Erleichterung der Stromversorgung infolge der Verwendung von Gleichstrommagneten usw. erwartet man hauptsächlich die Vorteile, die ein Synchrocyclotron vor einem Synchrotron hat: Die Modulationsfrequenz der Beschleunigungsspannung kann man um Größenordnungen höher wählen als die Wiederholungsfrequenz der Magneterregung, so daß der FFAG-Beschleuniger eine erheblich dichtere Impulsfolge und damit höhere Intensität als ein vergleichbares Synchrotron liefern wird.

Wiederum sei an einem einfachen Beispiel gezeigt, daß die Azimutalvariation des Magnetfeldes auch bei starker Radialzunahme die Stabilität der axialen Betatronschwingungen garantieren kann. Wir schließen uns dabei an die *theoretischen Überlegungen zum Isochroncyclotron* an und setzen wieder ein Magnetfeld der Form (78,VIII) voraus. Die Bewegungsgleichungen (80,VIII) bleiben ebenfalls unverändert. Nunmehr verlangen wir jedoch

$$|n_r| \gg 1 \quad \text{und} \quad N \gg 1, \tag{89,VIII}$$

und es wird sich zeigen, daß ferner nur der Fall

$$N^2 \gg n \tag{90,VIII}$$

interessant ist. Auch dürfen wir den Flatterfaktor f_1 nicht mehr als klein voraussetzen; andererseits jedoch darf f_1 auch nicht allzu groß werden, da sonst das mittlere Magnetfeld B_0 zu klein und damit der Beschleuniger zu umfangreich werden würde[1, 2]).

Wiederum ist zunächst die geschlossene Sollbahn zu bestimmen. Obwohl jetzt $f_1 > 1$ ist, versuchen wir wieder den Ansatz

$$r = r_0 (1 + \xi), \qquad (91,\text{VIII})$$

da wegen $N \gg 1$ immer noch $\xi \ll 1$ sein sollte, was sich auch bestätigt[3]): In linearer Näherung erhalten wir unter Berücksichtigung von $1 \ll n \ll N^2$ statt (85,VIII) näherungsweise

$$\ddot{\xi} - \omega^2 n_r (1 + f_1 \cos N \omega t)\, \xi = - \omega^2 f_1 \cos N \omega t. \qquad (91,\text{VIII})$$

Die sich aus dem Ansatz

$$\xi = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu \cos \nu N \omega t \qquad (92,\text{VIII})$$

ergebende Rekursionsformel für die Koeffizienten a_ν liefert für hinreichend große ν

$$a_\nu \approx - \frac{f_1}{2} \frac{n_r}{\nu^2 N^2} a_{\nu-1}, \qquad (93,\text{VIII})$$

so daß wir uns auf die ersten beiden Glieder der Fourierreihe (92,VIII) beschränken dürfen[4]):

$$\xi = \left\{ \cos N \omega t - \frac{f_1}{2} \right\} \frac{f_1^2}{N^2 - \frac{n_r f_1}{2}}. \qquad (94,\text{VIII})$$

Ähnlich wie oben in Ziffer 57 erhalten wir so für die axiale Betatronschwingung

$$\ddot{z} \cong - \omega^2 \left\{ \frac{N^2 f_1^2}{2 (N^2 - n_r f_1/2)} (1 - \cos 2 N \omega t) + n_r (1 + f_1 \cos N \omega t)\, z \right\} \qquad (95,\text{VIII})$$

---

[1]) Vgl. insbesondere den zusammenfassenden Artikel von *K. R. Symon, D. W. Kerst, L. W. Jones, L. J. Laslett* und *K. M. Terwilliger* [182], auch bezüglich weiterer Literaturhinweise.

[2]) Man muß also einen geeigneten Kompromiß zwischen guter Stabilisierung und kleinem Beschleunigerumfang schließen, vgl. aber das weiter unten über den „Spiralsektortyp" Gesagte.

[3]) Es ist hier etwas Vorsicht am Platze, weil zwar ξ bei hinreichend großem N sicher klein wird, $\ddot{\xi}/\omega$ jedoch von der Größenordnung $N \xi$ ist. Für die hier beabsichtigte qualitative Betrachtung liefert die lineare Näherung (96,VIII) jedoch die richtigen Größenordnungen und alle wesentlichen Züge der FFAG-Stabilisierung.

[4]) Vgl. Fußnote 3): Für die höheren Fourierkoeffizienten müßte man auch die nichtlinearen Terme in (91, VIII) berücksichtigen.

Berücksichtigt man wieder $1 \ll n \ll N^2$ so erhält man mit den Substitutionen

$$N \omega t = \chi, \frac{z}{r_0} = \zeta$$

näherungsweise die folgenden Gleichungen für die axialen und radialen Betatronschwingungen:

$$\frac{d^2 \zeta}{d \chi^2} + \frac{n_r}{N^2} (1 + f_1 \cos \chi) \zeta = 0,$$

$$\frac{d^2 \xi}{d \chi^2} - \frac{n_r}{N^2} (1 + f_1 \cos \chi) \xi = 0. \qquad (96,\mathrm{VIII})$$

Wir erhalten also wieder zwei Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizienten, wie sie in Ziffer 53 bereits ausführlich diskutiert wurden. Ohne nun auf Einzelheiten einzugehen, sieht man ein, daß auf jeden Fall f_1 erheblich größer als 1 sein muß, wenn die Elektronenbahnen wie in Ziffer 53 abwechselnd radial und axial einer *starken* Fokussierung unterliegen sollen. Dies bedeutet aber, daß das Magnetfeld nicht nur seine Größe, sondern auch sein Vorzeichen wechselt, d. h. es gibt Bahnabschnitte mit negativer Krümmung, der mittlere Krümmungsradius ist somit recht groß.
Das bedeutet, daß der Umfang des Beschleunigers erheblich größer sein muß als der eines Synchrotrons mit gleicher Endenergie.
Glücklicherweise ist dies nur ein Nachteil der speziellen Feldform (78,VIII), die als „Radialsektor"-Typ bezeichnet wird. Der allgemeinere „Spiralsektor", der Typ mit der Feldform

$$B = B_0 (r) \left\{1 + f \cos \left[N_\varphi - N \operatorname{tg} \delta \ln \frac{r}{r_0}\right]\right\} \qquad (97,\mathrm{VIII})$$

ist für hinreichend großes δ dagegen wesentlich günstiger[1]. Eine entsprechende Untersuchung des Stabilitätsverhaltens der Betatronschwingung zeigt, daß man dann auch mit $f_1 < 1$ die axiale Schwingung stabilisieren kann, so daß die Umfangsvergrößerung durchaus in erträglichen Grenzen bleibt (Abb. 98).

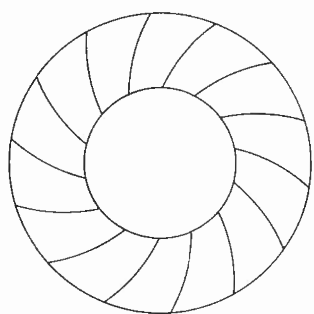


Abb. 98: Spiralsektor-Typ eines FFAG-Beschleunigers (schematisch)

[1]) Vgl. *K. R. Symon, D. W. Kerst, L. W. Jones, L. J. Laslett* und *K. M. Terwilliger*, [182]. Die Feldform (97, VIII) enthält als Spezialfall ($\delta = 0$) wieder den Radialsektortyp (78,VIII) und hat die besondere Eigenschaft, daß Teilchenbahnen, die zu verschiedenen Energien gehören, ähnlich (im geometrischen Sinne) sind. Läßt man diese Voraussetzungen fallen, so sind noch allgemeinere Felder möglich.

Kapitel IX

Das Isochroncyclotron

59. Allgemeine Übersicht

Im Anschluß an die Untersuchungen über die neuen Möglichkeiten, die sich durch Einführen einer azimutalen Variation des Magnetfeldes bei den bisher vorhandenen Maschinen ergeben, soll nach einem kurzen Überblick über die bisherige Entwicklung als Beispiel das in Karlsruhe im Aufbau befindliche Isochroncyclotron nach *Thomas* kurz beschrieben werden.

Diese Maschinen stellen in bezug auf die zu variierenden Parameter [$\omega_{\sim} = const, B = B(R, \varphi)$] eine elegante und einfache Lösung des Problems dar, einen Beschleuniger für schwere Ionen mit großer Stromstärke und Energie zu erstellen. Die Grundkonzeption schließt sich unmittelbar an die des klassischen Cyclotrons an. Die Umlaufsfrequenz wird durch radial ansteigendes Magnetfeld konstant gehalten; die dadurch beim klassischen Cyclotron bedingte axiale Defokussierung wird nun durch azimutale Variation des Magnetfeldes beseitigt. Der Bau solcher Maschinen bedeutet insofern einen wesentlichen Fortschritt gegenüber dem Synchrocyclotron, als sie eine dem Cyclotron vergleichbare Strahlintensität liefern.

Wie bereits erwähnt, wurde schon 1938 von *Thomas* [196] ein solcher Beschleuniger mit Radialsektorfeld (Thomas-Feld) vorgeschlagen. Nach erfolgreichen Vorversuchen an Elektronenmodellen wurde 1954 erstmalig ein Thomas-Cyclotron mit drei Sektoren in Los Alamos in Betrieb genommen. Ein weiterer Beschleuniger dieses Typs wurde 1958 in Delft (Niederlande) mit einer Protonenendenergie von 12 MeV fertiggestellt. *Kerst, Symon* u. a. [182] schlugen die Verwendung von Spiralrückenfeldern vor, die bei gleicher Shimdicke eine stärkere axiale Fokussierung ergeben sollten als Thomas-Felder. Inzwischen sind vier solche Maschinen in Betrieb: Ein 6-Sektor-Spiralrücken-Cyclotron in Dubna für 12 MeV-Deuteronen, eine 4-MeV-Protonen-Maschine in Harwell, ein 4-Sektor-Spiralrücken-Cyclotron in Illinois für 15 MeV-Protonen, 14 MeV-Deuteronen und 27 MeV α-Teilchen und als bisher größte Maschine ein 47-MeV-Protonencyclotron mit vier Sektoren an der University of California (UCLA). In dieser Maschine sind die Beschleunigungselektroden der Spiralform der Magnetfeldsektoren angepaßt.

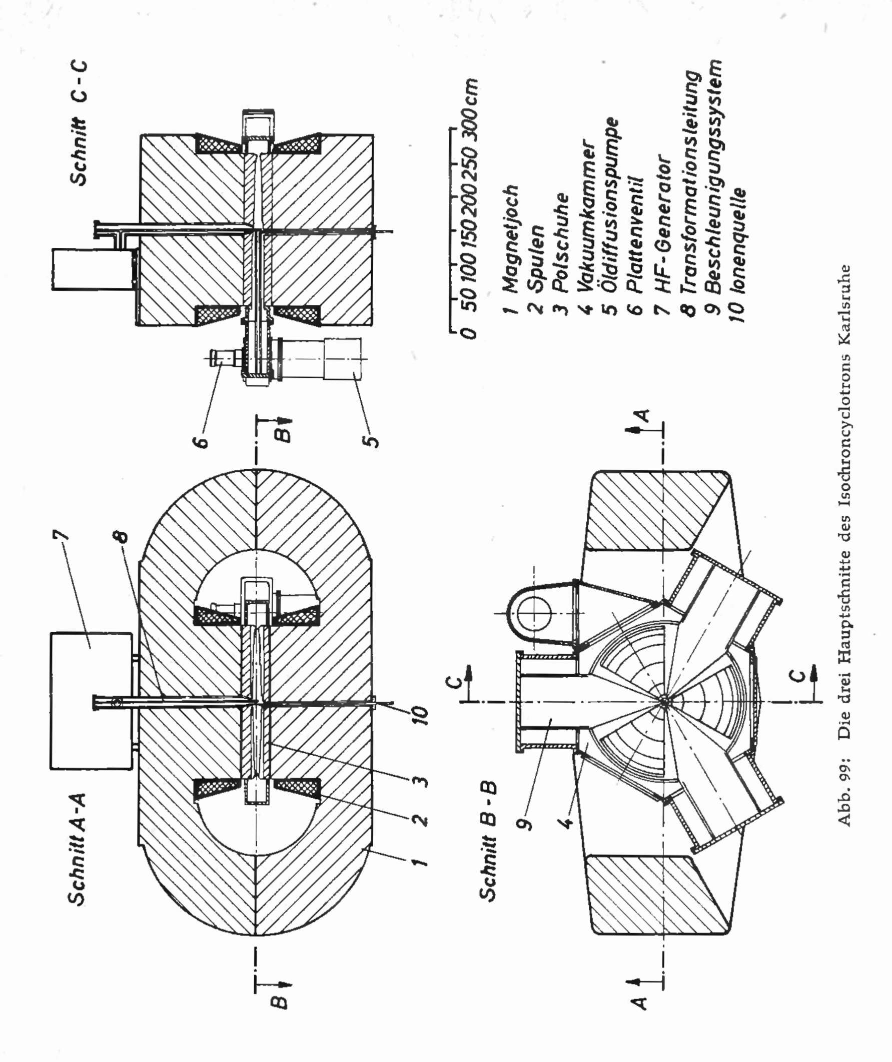


Abb. 99: Die drei Hauptschnitte des Isochroncyclotrons Karlsruhe

60. Das Karlsruher Isochroncyclotron

Für das Karlsruher Isochroncyclotron [1]) wurde die Aufgabe gestellt, bei einer Endenergie von rund 50 MeV einen Deuteronenstrahl mit mindestens 100 μA im Inneren und mindestens 10 μA im extrahierten Strahl herzu-

[1]) Das Informationsmaterial wurde freundlicherweise von Herrn Dr. *Steimel* (AEG-Forschungsinstitut) zur Verfügung gestellt; vgl. auch [195].

stellen. Diese Forderungen schließen den Bau eines Synchrocyclotrons aus und lassen sich nur durch Beschleuniger mit azimutal variiertem Magnetfeld erfüllen. Die AEG entschied sich für eine Maschine mit Thomas-Feld (Radialsektortyp). Abb. 99 zeigt die drei Hauptschnitte der Maschine.

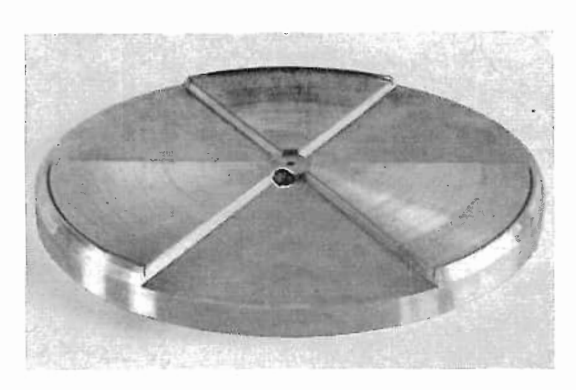


Abb. 100: Polschuh des Karlsruher Isochroncyclotrons

Auf Grund theoretischer Betrachtungen wurde ein Feld mit 60°-Sektoren von mäanderförmigem Querschnitt gewählt (Abb. 100). Entscheidend bei der Auslegung des Beschleunigers war die Absicht, das Verhältnis von Polschuhabstand zu Polschuhdurchmesser, d. h. die relative Spalthöhe, möglichst klein zu machen, um einen hinreichend hohen „Feldflutter" [1]) auch in der Nähe des Zentrums der Maschine zu erhalten. Der dabei entstehende scharfe Feldabfall in radialer Richtung am Rande des Magnetfeldes soll außerdem eine Erleichterung der Strahlextraktion gewährleisten. Das Beschleunigersystem ist so konstruiert, daß die HF-führenden Teile an den Stellen großen Polschuhabstandes untergebracht sind. Um eine optimale Strahlbeschleunigung zu erhalten, ist die dritte harmonische Cyclotronfrequenz als Beschleunigungsfrequenz gewählt. Die drei HF-Sektoren schwingen gleichphasig, während die zwischen ihnen liegenden Gegenelektroden, die sich innerhalb der Magnetpolsektoren für die starken Magnetfeldpartien befinden, geerdet sind. Der HF-Generator steht oberhalb der Maschine. Die HF wird in Achsennähe über eine transformierende $\lambda/4$-Leitung eingespeist. Die Beschleunigungsspannung soll etwa 45 kV gegen Erde betragen. Um die für die Sektorkapazitäten erforderlichen Ladeströme von etwa 1000 A je Sektor aufzubringen, sind die einzelnen Beschleunigungssektoren durch flache Topfkreise so ergänzt, daß sie nahezu als $\lambda/4$-Schwinger schwingen.

---

[1]) Vgl. (78,VIII).

Die wichtigsten technischen Daten des Beschleunigers sind:

Polschuhdurchmesser	2,25 m
mittlere magnetische Induktion im aktiven Teil	1,45 Vs/m^2
ungefähre Grenzwerte der Induktion	1,95/0,95 Vs/m^2
HF-Scheitelspannung	45 kV
Cyclotronfrequenz	11 MHz
Beschleunigungsfrequenz	33 MHz

Besonderes Augenmerk wurde auf den Ioneneinfang und die ersten Bahnen gerichtet. Zum Studium dieser Verhältnisse wurden Versuche an einem 1:1-Modell durchgeführt sowie rechnerische Betrachtungen angestellt. Zur Schaffung eines definierten HF-Beschleunigungsfeldes im ersten Beschleunigungsspalt wurde mit der Beschleunigung etwa 2,5 cm außerhalb des Zentrums der Maschine begonnen. (Die Ionenquelle hat einen entsprechenden Abstand von der Mitte.) Eine sehr sorgfältige Beachtung aller ionenoptischen Gesichtspunkte, der Einbau von fokussierenden Blenden und eine geeignete Dimensionierung der Laufräume führten zu sehr sauberen Anfangsbahnen, die eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit der Theorie ergaben[1]).

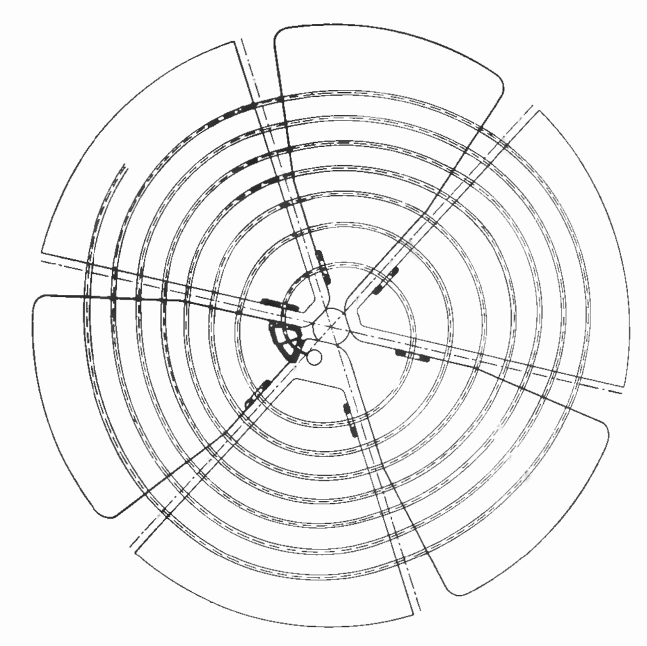


Abb. 101: Schematische Skizze des Karlsruher Isochroncyclotrons mit Beschleunigungssystem, Laufkammer, Fokussierungsblenden und gemessener Teilchenbahn

1) Vgl. M. *Reiser* [193, 194].

Abb. 101 zeigt das Beschleunigungssystem mit der Ionenquelle, der Laufkammer zwischen erstem und zweitem Beschleunigungsspalt, den nachfolgenden Fokussierungsblenden sowie die gemessene Bahn der Teilchen. Ein besonders auffälliger Erfolg ist neben der Sauberkeit der Bahn der fast unmeßbar kleine Teilchenverlust auf den ersten Bahnen, wogegen es bisher üblich war, mit einem Teilchenverlust von 90 % und mehr zu rechnen. Um eine möglichst saubere axiale Ausrichtung der Entladungssäule in der Ionenquelle (vgl. Ziffer 38) zu erreichen, ist im Zentrum der Maschine ein homogenes magnetisches Feld („Plateau") vorhanden, welches in Abb. 100 erkennbar ist. Da im Bereich dieses Plateaus die Axialfokussierung sehr schwach ist, wird die Phasendifferenz zwischen den Ionenpaketen und der beschleunigenden HF-Spannung so gewählt, daß in den Blenden eine starke dynamische Fokussierung vorhanden ist, die bis in das Gebiet ausreichenden Feldflutters hinein wirkt.

Kapitel X

Das AG-Elektronen-Synchrotron

(500 MeV-Elektronen-Synchrotron Bonn)

(H. Ehrenberg)

61. Allgemeine Daten und Wahl der Parameter

Als Beispiel für eine im Betrieb befindliche Konstruktion eines Elektronen-Synchrotrons mit AG-Fokussierung soll im folgenden das Bonner Elektronen-Synchrotron für 500 MeV beschrieben werden. Es wurde im März 1958 in Betrieb genommen.

Wir wollen zunächst die grundsätzlichen Parameter des Beschleunigers betrachten und den Gang der Überlegungen skizzieren, auf dem sich die gewählten Werte für die verschiedenen Parameter ergeben. Die wesentlichen Daten sind in Tabelle 16 zusammengestellt.

Tabelle 16

Fokussierungsanordnung: $\frac{1}{2}F \quad D \quad \frac{1}{2}F \quad 0$
Zahl der Feldperioden: 9 (18 Sektoren)
Feldindex n: 17
mittlerer Radius: 1,7 m
Polschuhbreite am Sollkreis: 10 cm
Abstand: 4,5 cm
max. Induktion am Sollkreis: $1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
max. Induktion am Sollkreis bei Inj.: $0{,}00678 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$
Eisen: 25 t
Umlaufsfrequenz ($v = c$): 18,12 MHz
Dauer der Beschleunigung: $8{,}5 \cdot 10^{-3}$ s
Betatronschw. je Umlauf: $Q_r = 2{,}44$; $Q_z = 2{,}35$
„momentum compaction factor": $K = 0{,}16$

Injektionsmaschine: Van de Graaff
Einschußenergie: 3 MeV
Dauer der Elektronenimpulse: 4 µs
Beschleunigungsfrequenz: 163,08 MHz (9. Harmon.)

Tabelle 16 (Fortsetzung)

Anzahl der Beschleunigungsstrecken: 6
Energiegewinn je Umlauf: 2,4 keV Anfang
4,4 keV Ende (zuzügl. 3,5 keV Strahlungsverlust)
Frequenzmodulation: 1 % (Anfang)

Endenergie: 460 MeV
Zahl der Elektr. je Impuls: $2 \cdot 10^{11}$
Impulsfolge: 48,5/s

Aus der gewünschten Endenergie $E_{max} = 500$ MeV folgt am Sollkreis $R_0 B_{max} = 1{,}66$ Vs/m. Mit Rücksicht auf die Eisensättigung des Magneten und die Tatsache, daß die Feldstärke außerhalb des Sollkreises noch beträchtlich höher ist als am Sollkreis selbst, sollte die maximale magnetische Induktion am Sollkreis nicht über 1 Vs/m² betragen. Damit folgt der Krümmungsradius der Sollkreisbahn $R_0 = 1{,}70$ m. Da es zweckmäßig ist, die Vorrichtungen für die Einschleusung, für die HF-Beschleunigung und für die Strahlmessung sowie das Target nicht im Magnetfeld anzuordnen, wird der Bahnumfang in Kreisbögen und magnetfeldfreie (geradlinige) Zwischenstücke aufgeteilt. Aus den Überlegungen über die Fokussierungseigenschaften des Führungsfeldes, die wir im nächsten Abschnitt behandeln wollen, ergibt sich als zweckmäßige Aufteilung: 9 Kreisbögen von je 40°

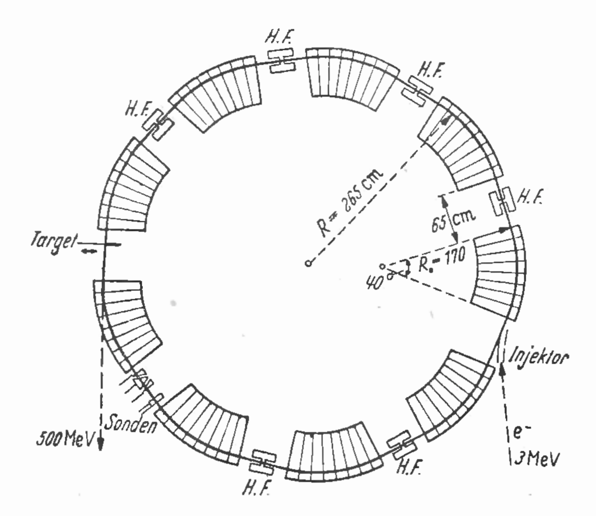


Abb. 102: Grundriß des Bonner Elektronen-Synchrotrons
Gezeigt wird der aus neun Magneten gebildete Ring mit der Bahn der Elektronen. Zwischen den Magneten befinden sich sechs Topfkreis-Resonatoren, der Einlenkkondensator (Injektor), die Strahlsonden und das Target. Vom Target ausgehend (gestrichelt) der γ-Strahl mit 500 MeV Grenzenergie

Sektorwinkel und 9 gerade Bahnstücke von je 65 cm Länge. Dabei ist die Länge der geraden Stücke durch den für die Spulenköpfe der Magnete und die HF-Resonatoren benötigten Platz gegeben. Die Abb. 102 gibt im Grundriß ein Bild der geometrischen Anordnung der Magnete mit der Teilchenbahn. Aus der Gesamtlänge der Sollbahn folgt wegen $v \approx c$ eine Umlaufsfrequenz $\omega_{\sim}/2\pi = 18{,}12$ MHz.

Im Hinblick auf eine hohe Impulsfolge und damit einen großen mittleren Strom der beschleunigten Elektronen soll das Magnetfeld eine möglichst kurze Anstiegszeit und hohe Wiederholungsfrequenz haben. Eine obere Grenze ist dabei durch technische Gesichtspunkte (Wirbelströme im Eisen, Kosten der Lamellierung, Blindleistung) gegeben. Am zweckmäßigsten ist es, den Magneten als Induktivität eines Schwingungskreises zu schalten, der auf etwa Netzfrequenz abgestimmt ist. Durch eine Gleichstrom-Vormagnetisierung von etwas weniger als halber Maximalfeldstärke wird die erforderliche Amplitude des Wechselstroms und damit die Blind- und Verlustleistung gegenüber reinem Wechselstrombetrieb stark reduziert. Abb. 103

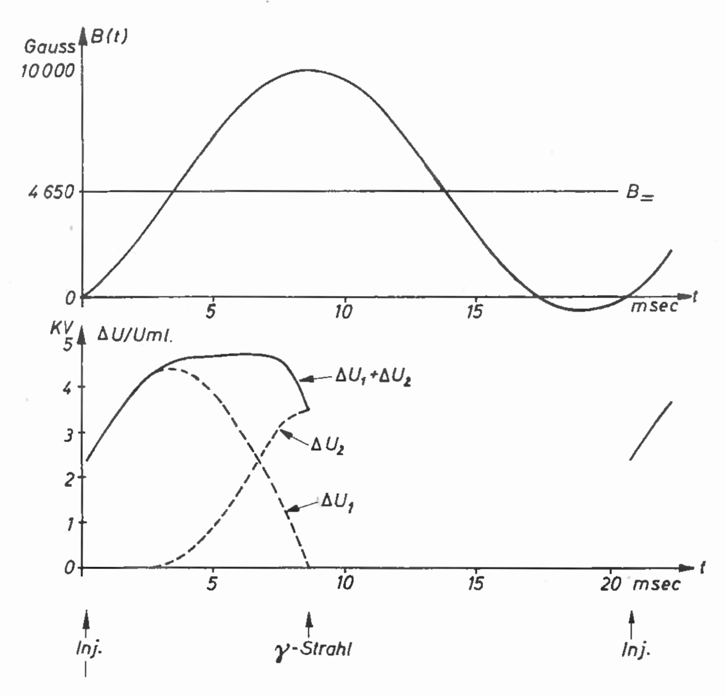


Abb. 103: Zeitlicher Verlauf des Feldes am Sollkreis (oben) und des Energiebedarfs der Elektronen pro Umlauf (unten)

zeigt den Verlauf von $B(t)$. Aus ω und $B(t)$ folgt ein Energiebedarf je Umlauf von 2,4 keV am Anfang bzw. 4,4 keV am Ende der Beschleunigung. Hinzu kommt ein maximaler Abstrahlungsverlust von 3,5 keV (vgl. Ziffer 22). Die gewählte Amplitude beträgt jedoch 15 keV, um einen genügend großen phasenstabilen Bereich zu haben (vgl. Ziffer 16). Die Elektronen werden aus einem Van-de-Graaff-Generator mit 3 MeV eingeschleust. Bei dieser Energie ist $v/s = 0{,}99$ und damit die zu Anfang erforderliche Frequenzmodulation des HF-Systems $= 1\,\%$. Die magnetische Induktion am Sollkreis zum Zeitpunkt der Einschleusung beträgt 67,8 Gauß.

Zur Festlegung des Feldparameters N wurde von einem Feldindex $n = 17$ ausgegangen. Das entspricht einem maximalen Feldgradienten von 1000 Gauß/cm, der sich noch mit der erforderlichen Genauigkeit und Konstanz realisieren läßt. Ohne gerade Bahnstücke und in einem idealen Feld sowie für $n_1 = -n_2$ und gleiche Länge der fokussierenden und defokussierenden Sektoren ist man nach (27, VIII) in der Mitte des stabilen Bereichs (nach (20, VIII) für $\mu = 1/4$), wenn die Periodizität des Feldes auf dem Umfang $N = 2\sqrt{n} \approx 8$ ist.

Für den Injektionsmechanismus ist es am günstigsten, wenn die feldfreien Stücke symmetrisch zu den Sektoren und in der Mitte eines radial fokussierenden Sektors liegen. Dann haben die Elektronen die geringste Chance, bei einem der folgender Umläufe auf den Injektor zu treffen. Als Ergebnis der Rechnungen und einiger Versuche mit mechanischen Analogiemodellen ergab sich als optimaler Fall $N = 9$ und fast gleiche Länge der fokus-

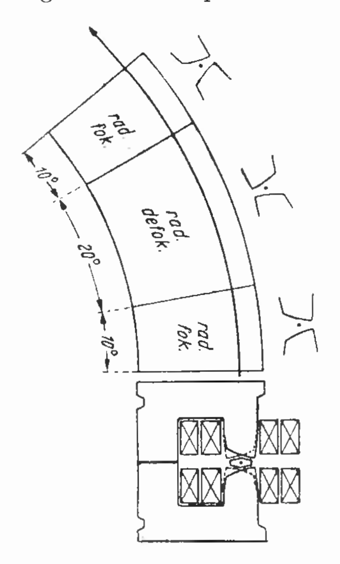


Abb. 104: Magnet im Querschnitt mit Spulen und Vakuumkammer zwischen den Polschuhen. Darüber: Azimutale Unterteilung eines Magneten in Sektoren mit verschiedenen Fokussierungsrichtungen, neben jedem Sektor ist das Polschuhprofil angedeutet

sierenden (F) und defokussierenden (D) Sektoren in der Aufteilung $^1/_2 F + D + {}^1/_2 F +$ gerades Stück. Damit liegen Q_r und Q_z ungefähr bei 2,3 bis 2,5. Der „momentum compaction factor" (vgl. Ziffer 55) wird $K = {}^1/_6$.

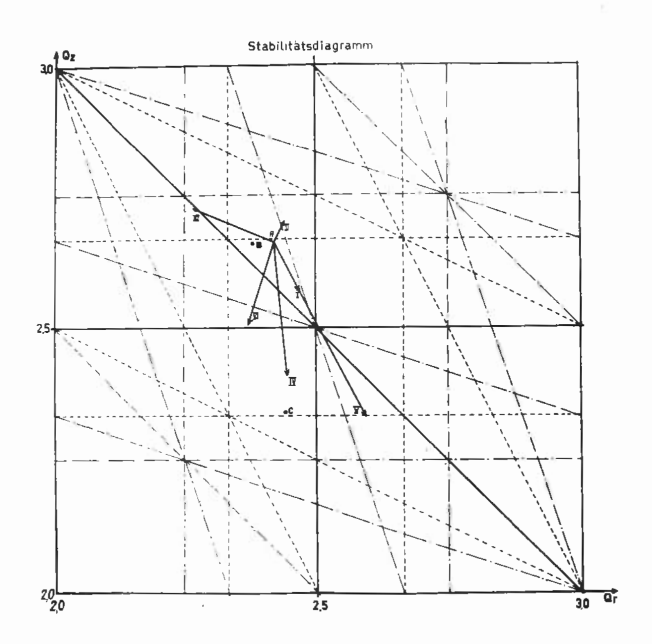


Abb. 105: Ausschnitt aus dem Stabilitätsdiagramm der AG-Fokussierung. Als Achsen sind die Betatronschwingungszahlen pro Umlauf $Q_x = Q_r = N \cdot \mu_r$ und $Q_z = N \cdot \mu_z$ aufgetragen ($N = 9$; μ_r bzw. μ_z sind die Floquet-Exponenten). Neben den Stoppbändern bei ganz- und halbzahligen Q-Werten können bei drittel- und viertelzahligen Werten große Bahnamplituden auftreten, die durch Nichtlinearitäten in der Schwingungsgleichung angefacht werden.
(—— ganze und halbe Resonanzen, – – – $^1/_3$ Resonanzen, – · – $^1/_4$ Resonanzen.)

A ist der aus den geometrischen Daten errechnete Arbeitspunkt für einen idealisierten, rechteckigen Feldverlauf. B ist der Arbeitspunkt von Modell B, C von Modell C. Die Pfeile zeigen an, wie sich der Arbeitspunkt verschiebt, wenn der Feldgradient oder die Länge der Sektoren in den angegebenen Weise geändert werden. Es bedeuten: I $\frac{\Delta n_1}{|n|} = +1\,\%$; $\frac{\Delta n_2}{|n|} = -1\,\%$; II $\frac{\Delta n_1}{n} = 1\,\%$, $\frac{\Delta n_2}{n} = 1\,\%$; III $\Delta l_1 = -2$ cm, d. h., Verkürzung des rad. fok. Sektors um je 1 cm an jeder Seite; IV $\Delta l_2 = -2$ cm, d. h., dasselbe für den rad. defok. Sektor; V $\Delta l = +2$ cm, $\Delta l_2 = -2$ cm, d. h., Verschiebung jeder Sprungstelle zwischen fok. und defok. Sektoren innerhalb des Magneten um 1 cm auf Kosten des rad. defok. Sektors; VI Arbeitspunkt für Teilchen mit einer Impulsabweichung $\frac{\Delta P}{P} = +3\,\%$.

Nach Ausmessung des Modellmagneten B wurde für den endgültigen Aufbau der Arbeitspunkt durch die Maßnahmen IV und VI in das von Stoppbändern freie Gebiet oberhalb von C gebracht.

Auf diese Weise entstand die in Abb. 102 gezeigte Anordnung der Magnete mit der in Abb. 104 dargestellten Aufteilung der einzelnen Magnete in *F*- und *D*-Sektoren. Die zulässigen Feldfehler und Aufstellungstoleranzen sind dabei noch innerhalb technisch gut beherrschbarer Grenzen (einige zehntel Millimeter).

Nachdem damit die grundsätzliche Feldanordnung festgelegt ist, muß man zur genauen Bestimmung des Arbeitspunktes im Stabilitätsdiagramm den tatsächlichen und aus Messungen an Modellmagneten ermittelten Verlauf des Feldes und des Gradienten heranziehen. Durch Streufeldeinflüsse und durch den in Wirklichkeit kontinuierlich erfolgenden Übergang zwischen den verschiedenen *n*-Werten zwischen den Sektoren und an den Magneten wird der Arbeitspunkt gegenüber dem im idealisierten Feld verschoben. Abb. 105 zeigt einen Ausschnitt aus dem Stabilitätsdiagramm und verschiedene Möglichkeiten, den Arbeitspunkt zu verschieben. Zur „Feinabstimmung" wird beim Packen der Bleche zum fertigen Magneten die Länge der Sektoren etwas variiert. Der endgültige Arbeitspunkt liegt in der Nähe des Punktes *C* in Abb. 105 bei $Q_r = 2{,}44$ und $Q_z = 2{,}35$.

62. Das Magnet-System

Die 9 unter sich gleichen, sektorförmigen Einzelmagnete (Abb. 102) sind auf einem Betonring von etwa 5 m Durchmesser aufgestellt und durch Justierschrauben in allen Richtungen verschiebbar. Die geometrische Justierung der Magnete nach mechanischen und magnetischen Messungen ist genauer als 0,1 mm.

Das Polschuhprofil ist hyperbelförmig (Abb. 106). Die Luftspalthöhe am Sollkreis beträgt 4,5 cm, die Breite 10 cm. Die nach Abb. 106 gestanzten 0,35 mm dicken Bleche werden mit Araldit zu 25 mm starken, planparallelen Paketen zusammengeklebt. Die Pakete werden dann im Magnetrahmen zusammengesetzt, wobei durch zwischengefügte keilförmige Blechpakete die richtige Krümmung des Magneten erreicht wird. Das Joch des *C*-förmigen Magneten befindet sich auf der Innenseite des Sollkreises (Abb. 107).

Zur Vereinfachung der Montage der Erregerspulen und der Vakuumkammer ist der Magnet in der Mitte des Joches aufgeteilt.

Entscheidend für die Brauchbarkeit und Qualität eines Synchrotron-Magneten ist neben der mechanischen Präzision in der Herstellung und Montage der Einzelteile vor allem die Vermeidung aller Ursachen, die zu Feldfehlern und -verzerrungen führen. Besonders kritisch in dieser Hinsicht sind die im Eisen und Kupfer erzeugten Wirbelströme. Wegen ihrer Phasenverschiebung machen sich ihre Störfelder vor allem bei schwachem

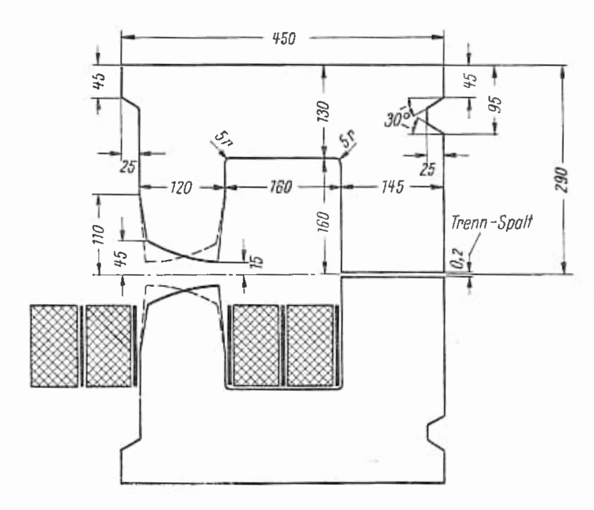


Abb. 106: Blechschnitt des Bonner Synchrotron
Das Polschuhprofil ist hyperbelförmig. Ersichtlich sind die Nuten zur Halterung der Bleche. Im unteren Teil des Bildes ist die Lage der Erregerspulen und Kühlschläuche skizziert

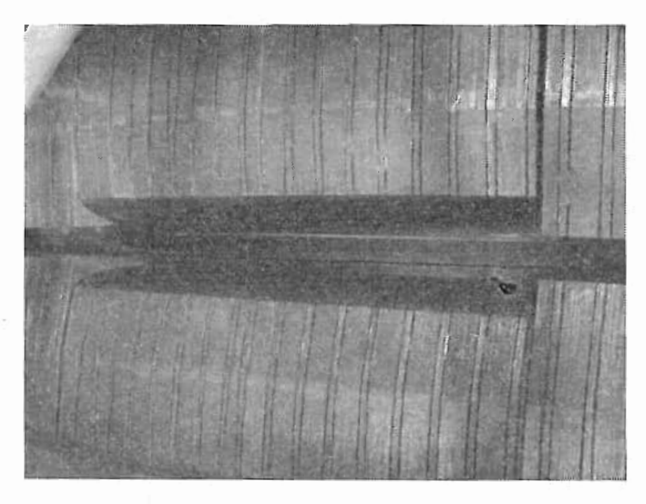


Abb. 107: Blick in den Luftspalt eines Magneten (ohne Erregerspulen und Vakuumkammer)
In der Mitte des Bildes der radial defokussierende Sektor mit nach außen geöffnetem Polschuhprofil. Links und rechts davon der radial fokussierende Sektor mit nach außen geschlossenem Profil. Zwischen je zwei Paketen liegt ein dünnes Keilpaket. An den Übergangsstellen von einem Sektor zum anderen ist ein 6,25 mm dickes Distanzstück von unmagnetischem Material (Sperrholz) eingefügt, um eine Feldüberhöhung an diesen Stellen zu vermeiden. Durch den Luftspalt erkennt man die Trennfuge im Joch

Hauptfeld bemerkbar und insbesondere an den Enden eines jeden Magneten, wo die Feldlinien des Streufeldes auf den Endblechen senkrecht zur Lamellierungsrichtung münden. Dieser Effekt konnte dadurch weitgehend unterdrückt werden, daß die Bleche im letzten Paket am Luftspalt parallel zu der hyperbelförmigen Kante nach außen hin sukzessive verkürzt wurden (Abb. 108). Dadurch wird der größte Teil des Streuflusses auf die einzelnen gegeneinander isolierten Bleche in der Abschrägung aufgeteilt, was die Wirbelströme auf ein erträgliches Maß herabsetzt.

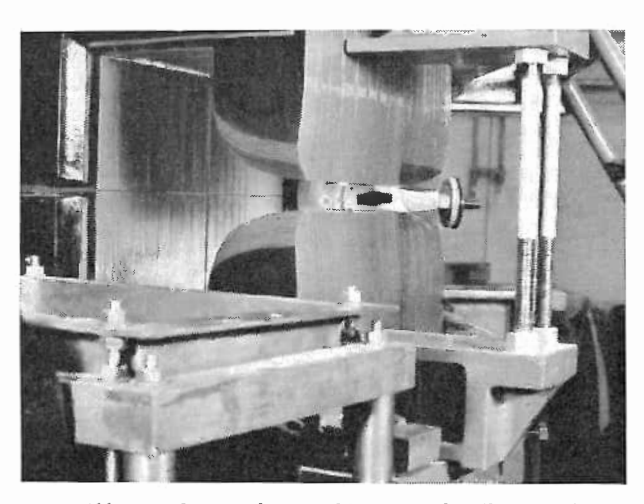


Abb. 108: Stirnansicht eines Magneten (ohne Erregerspulen)
Man erkennt die zur Verminderung von Wirbelströmen abgeschrägten Endpakete. Rechts zwei der acht Gewindestangen, die den Rahmen vorne abstützen, links ist ein Teil der Bronzepreßplatten zu sehen, mit denen die Blechpakete zusammengedrückt werden. Zwischen den Polschuhen liegt ein Stück der Vakuumkammer

Durch diese Maßnahmen konnten die phasenverschobenen Zusatzfelder innerhalb eines Sektors kleiner als $2 \cdot 10^{-4}$, an den Übergangsstellen zwischen den Sektoren kleiner als 10^{-3} vom Maximalfeld gehalten werden. Der Erfolg zeigt sich darin, daß das Synchrotron im Gegensatz zu einigen anderen Elektronen-Synchrotrons — trotz der verhältnismäßig hohen Frequenz von 50 Hz — ohne Korrekturspulen zur Kompensation der Störfelder mit guter Strahlausbeute betrieben werden kann.

Die Fehler des Magnetfeldes sind längs des Sollkreises kleiner als 1 ‰, das gleiche gilt für die Fehler des Feldgradienten. Der Verlauf des Gradienten in radialer Richtung zeigt über den Bereich der Vakuumkammer bei etwa 0,65 Vs/m^2 Abweichungen bis 2 % vom Wert am Sollkreis; bei maximalem Feld wächst dieser Fehler bis zu 6 % am Rande der Vakuumkammer an. Das ist aber nicht kritisch, da der Elektronenstrahl sich dann schon auf

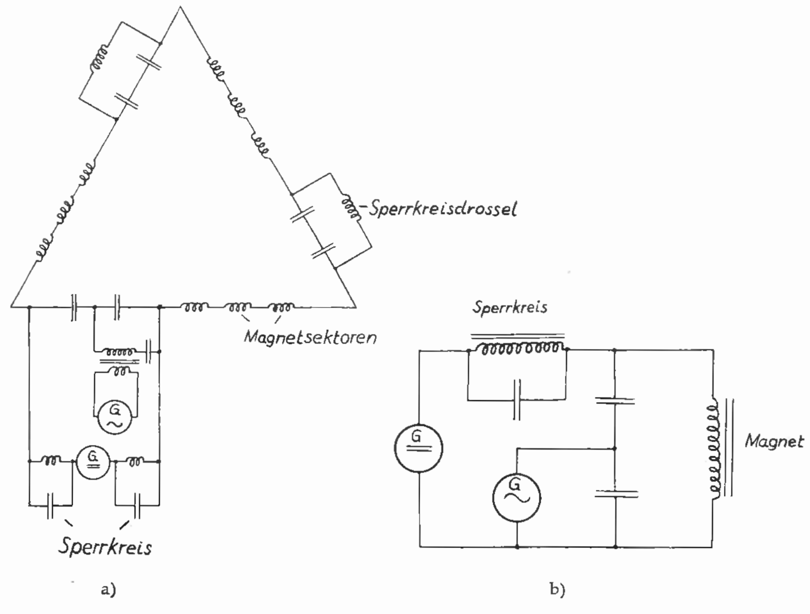


Abb. 109: Schaltung des Magnetstromkreises. a) Prinzipschaltbild, b) ausgeführte Schaltung nach White, bei der die maximal auftretende Spannung um den Faktor 3 gegenüber a) verringert ist

einen Querschnitt von einigen mm² um den Sollkreis zusammengezogen hat. Jede Magneteinheit wird durch vier Spulen mit je 98 Windungen (je zwei auf Ober- und Unterteil) erregt, die hintereinandergeschaltet sind. Das Schaltbild zeigt Abb. 109. Die Ankopplung des Gleichstrom-Generators erfolgt über einen auf die Resonanzfrequenz abgestimmten Sperrkreis. Die Induktivitäten wie die Kapazitäten sind in drei miteinander abwechselnde Gruppen aufgeteilt, wodurch die höchste im Kreis auftretende Wechselspannung um den Faktor 3 auf etwa 8 kV (4 kV gegen Erde) reduziert wird. Die Frequenz der Wechselspannung wird über eine Drehzahlsteuerung des Generatorsatzes so geregelt, daß der Magnetkreis stets in seiner — etwas amplitudenabhängigen — Resonanzfrequenz erregt wird.

63. Das Hochfrequenzsystem

Die Beschleunigung der Elektronen erfolgt in sechs Hochfrequenz-Resonatoren (Abb. 102), die als symmetrische Topfkreise ausgebildet sind, wodurch das elektrische Feld in der Nähe des Spaltes in der Mitte des Innen-

rohres konzentriert ist (Abb. 110). Jeder Resonator hat seinen eigenen Leistungsverstärker; diese sechs Sender-Endstufen werden von einem gemeinsamen Steuersender aus betrieben. Durch die Aufteilung der benötigten Beschleunigungsspannung von 15 kV/Umlauf auf sechs Resonatoren ist die notwendige Spannung pro Resonator 2,5 kV.

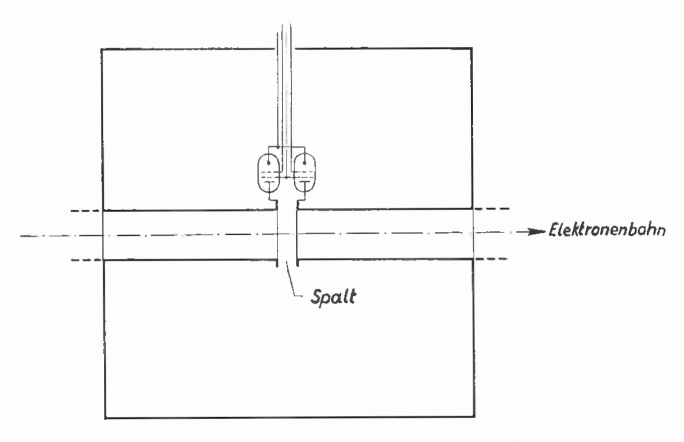


Abb. 110: HF-Resonator, schematisch, im Längsschnitt

Die Konstruktion der HF-Anlage ist wesentlich bestimmt durch die Forderungen, die hinsichtlich der Frequenzmodulation zu Beginn der Beschleunigung, sowie hinsichtlich der Frequenzkonstanz und des Einschaltvorgangs gestellt werden. Die Frequenz der Beschleunigungsspannung an den Resonatoren muß zu Beginn eines jeden Beschleunigungszyklus über einen Bereich von 1 % variiert werden, und zwar mit einem zeitlichen Ablauf, der der asymptotischen Annäherung der Elektronengeschwindigkeit

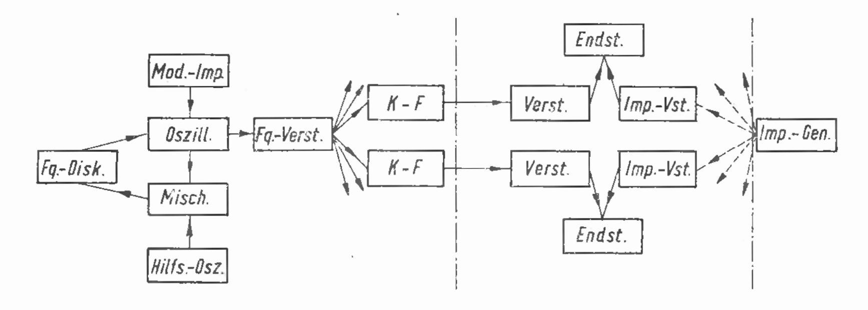


Abb. 111: Blockschaltbild der Hochfrequenzanlage

an die Lichtgeschwindigkeit entspricht. Diese Frequenzmodulation wird mit Hilfe einer Reaktanzröhre (eine durch Blindwiderstände gegengekoppelte Röhre, die als regelbare Kapazität wirkt) im Oszillatorkreis bewirkt.

Ein Blockschema der HF-Anlage zeigt die Abb. 111, nähere technische Angaben finden sich in Tabelle 16. Der Steuersender besteht aus einem Oszillator ($\approx$ 3 MHz), dessen frequenzbestimmendem Schwingkreis 2 Reaktanzröhren parallel geschaltet sind. Einer dieser Röhren wird das gewünschte Modulationsprogramm zugeführt in Form eines Impulses, dessen Form durch RC-Glieder dem vom Synchrotron verlangten Frequenzverlauf angepaßt wird.

Der zeitliche Mittelwert der Oszillatorfrequenz, der wegen der Kürze des Modulationsimpulses mit dem asymptotischen Endwert des Frequenzprogramms übereinstimmt, wird konstant gehalten, indem er mit einem auf benachbarter Frequenz schwingenden Quarzoszillator verglichen wird.

Jeder Resonator enthält außer der schon erwähnten Gegentakt-Endstufe noch zwei Vorverstärkerstufen, von denen eine als Frequenzverdreifacher betrieben wird. Außerdem ist jeder Resonator noch mit einer Impulsverstärkerstufe versehen, welche die Aufgabe hat, die Endstufen (über ihre Gittervorspannung) und damit die Beschleunigungsspannung für die Elektronen auf einen Tastimpuls hin — jeweils am Ende des Injektionsvorgangs — möglichst schnell einzuschalten.

64. Injektionssystem und Vakuumkammer

Die Einschleusung der Elektronen erfolgt grundsätzlich in ähnlicher Weise wie beim Protonensynchrotron bereits ausführlich besprochen („multiturn-injection" mit konstanter Einschußenergie, vgl. 49). Gegenüber Geräten mit schwacher Fokussierung wachsen die Schwierigkeiten bei AG-Fokussierung wegen des kleineren Querschnittes der Vakuumkammer und wegen der geringen Abwanderungsgeschwindigkeit des Momentankreises. Der Elektronenstrahl wird durch einen 30°-Zylinderkondensator („inflector") von 64 cm Krümmungsradius 2 cm außerhalb der Sollbahn tangential in die Vakuumröhre eingelenkt. Die dem Innern der Vakuumkammer zugewandte, auf Nullpotential befindliche Elektrode des Einlenkkondensators besteht in ihrem vorderen Teil aus einer sehr dünnen Kupferfolie. Die einzulenkenden Elektronen werden im Kondensatorfeld sehr dicht an dieser Folie entlang geführt. Während ihrer folgenden ersten Umläufe in der Vakuumkammer kommen die Elektronen dann wegen ihrer Betatronschwingungen am Einlenkkondensator vorbei. Nach sieben Umläufen liegt diese Stelle der Bahn gerade wieder in einem Maximum der Betatronschwingungen, jedoch hat sich der Momentankreis durch das Ansteigen des Magnetfeldes

ausreichend zusammengezogen. Nach einem Einschuß-Intervall entspr. ca. 50 Umläufen wird die HF-Spannung eingeschaltet.

Da das Abwandern der Bahnen im ansteigenden Feld bei AG-Synchrotrons besonders langsam erfolgt (der kleine „momentum compaction factor“ ist ja gerade charakteristisch für diese Maschinen), ist bei ihnen diese Art des Einschießens grundsätzlich schwieriger durchzuführen als bei schwach fokussierenden Synchrotrons. Die bisherigen Erfahrungen zeigen jedoch, daß die Teilchenbahnen genügend schnell vom Injektor freikommen. Nach Ablauf der Einfangzeit wurde in der Kammer ein Ringstrom von 400 mA gemessen, bei 20 mA im eingelenkten Strahl. In der Forderung nach genügend schnellem Abwandern vom Injektor erkennt man übrigens auch den Grund dafür, daß der Magnet nicht mit voller Gleichstromvormagnetisierung betrieben werden kann (Abb. 103); denn dann wäre dB/dt beim Einschießen zu klein.

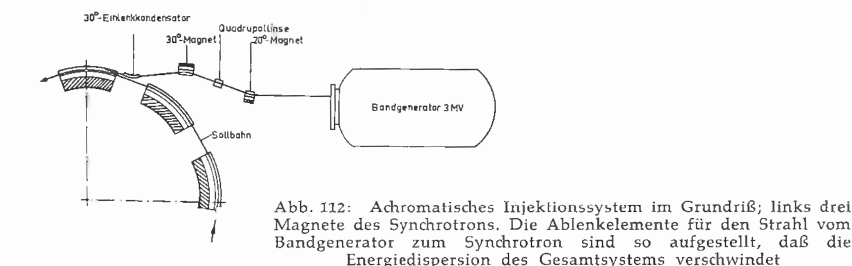


Abb. 112: Achromatisches Injektionssystem im Grundriß; links drei Magnete des Synchrotrons. Die Ablenkelemente für den Strahl vom Bandgenerator zum Synchrotron sind so aufgestellt, daß die Energiedispersion des Gesamtsystems verschwindet

Die Strahlführung vom Van-de-Graaff-Generator bis zum Synchrotron zeigt Abb. 112. Vor dem Einlenkkondensator passiert der Strahl zwei homogene magnetische Sektorfelder von 20° und 30° Ablenkwinkel. Die Abstände dieser drei Ablenkelemente voneinander sind so gewählt, daß das ganze System „achromatisch“ wird. Dadurch werden die Positionen und die Richtung des Strahls am Ende des Einlenkkondensators (also die Anfangsbedingungen für das Einfangen) unabhängig von eventuellen Spannungsschwankungen des Bandgenerators (bis zu ± 1 %). Auf diese Weise spart man sich eine Feinstabilisierung dieser Spannung. Vor dem zweiten Magneten — an der Stelle maximaler Energiedispersion — befinden sich rechts und links vom Strahl zwei Elektroden, die bei größeren Spannungsabweichungen vom Strahl getroffen werden und dann eine Nachregelung des Van de Graaff bewirken. Außerdem befindet sich zwischen den beiden Sektormagneten noch eine (eisenlose) Quadrupollinse, die in der Ebene senkrecht zur Zeichenebene als Sammellinse wirkt. Ihre defokussierende Wirkung in der Zeichenebene ist viel schwächer als die fokussierende der Sektorfelder. So erreicht man eine Fokussierung des Strahls in beiden Rich-

tungen und kann eine am Ausgang des Bandgenerators aufgestellte Schlitzblende auf das Ende des Einlenkkondensators abbilden.

Als Elektronenquelle wurde in das Beschleunigungsrohr des Van-de-Graaff-Generators eine Kathode für Impulsbetrieb mit hoher Emission eingebaut. Diese besteht aus einer Tantalscheibe (5 mm ϕ und 2 mm Dicke), die durch Elektronen-Bombardement geheizt wird. Der Impulsgenerator ist ebenfalls in die Hochspannungshaube des Van de Graaff eingebaut; er erhält seine Steuerimpulse in Form von Lichtblitzen durch einen am Beschleunigungsrohr entlang montierten Lichtleiter. Diese Kathode kann einen maximalen Impulsstrom von 140 mA liefern; der normale Betriebswert beträgt etwa 50 mA. Die Dauer des Impulses kann zwischen 2 und 6 μs verändert werden. Die Lebensdauer der Kathode ist durch die Verdampfung des Tantalblättchens oder seine allmähliche Dejustierung begrenzt und betrug bei den bisherigen Ausführungen 250 bis 300 Betriebsstunden.

Die *Vakuumkammer* des Synchrotrons ist aus Hartporzellan von 6 mm Wandstärke hergestellt. Je zwei Rohrstücke von angenähert elliptischem Querschnitt und 70 cm Länge sind in der Mitte zusammengekittet und bilden den Rohrbogen innerhalb eines Magneten. Auf der Innenfläche sind die Rohre zur Vermeidung von Aufladungen mit einem Graphitüberzug versehen. In den geraden Stücken zwischen den Magneten, in denen der „inflector", das Target und die Strahlsonden untergebracht sind, werden aus Araldit-Gießharz gegossene Kästen verwendet, deren Deckel durch Gummiringe gedichtet sind. Die Verbindung zwischen den Porzellanrohren und den HF-Resonatoren bzw. den Araldit-Kästen geschieht in Flanschen und Gummiringen. Sechs Öl-Diffusionspumpen mit 100 l/s Saugleistung und wassergekühltem Baffle sind auf den Umfang des Ringes verteilt. Der Druck in der Kammer beträgt normalerweise $2 \cdot 10^{-6}$ Torr; er darf bis auf etwa 10^{-5} Torr ansteigen, ohne daß sich die Zahl der beschleunigten Elektronen wesentlich ändert.

65. Steuerung und Betrieb

Der richtige zeitliche Ablauf aller Vorgänge wird gesteuert durch Signale, die vom Magnetfeld abgenommen werden. Dazu sind an mehreren Stellen im Feld auf der Mittelebene außerhalb der Vakuumkammer Feldsonden („peaking strips") angebracht. Diese bestehen aus dünnen Drähten eines Materials mit rechteckiger Magnetisierungskurve (z. B. Ultraperm Lo, 0,05 mm ϕ, mit 30 p mechanisch gespannt), die unmittelbar nach dem Nulldurchgang des Feldes in einer um sie herum gewickelten Induktionsspule einen Impuls erzeugen. Durch eine Vormagnetisierung des Drahtes

mittels einer zweiten, von Gleichstrom durchflossenen Wicklung ist es möglich, diese Impulse nicht beim Nulldurchgang, sondern bei jeweils vorgewählten Werten des Feldes auftreten zu lassen. Auf diese Weise werden die Signale erzeugt, von denen eines die Impulskathode des Bandgenerators steuert (über Lichtblitz), ein zweites das Modulationsprogramm der Hochfrequenzanlage startet und ein drittes als Tastimpuls auf die Resonatoren wirkt, um die Beschleunigungsspannung nach Beendigung des Einfangprozesses einzuschalten.

Zur richtigen Einstellung dieser Zeitpunkte und auch der übrigen Injektionsparameter dient die Information, die man über das Verhalten der eingeschossenen Elektronen von den Strahlsonden („pick-up Elektroden") erhält. Letztere sind in einem der geraden Stücke untergebracht (Abb. 102) und bestehen aus kastenförmigen Elektroden, auf denen die Elektronen beim Hindurchfliegen durch Influenz eine Spannung erzeugen. Durch zweckmäßige Formgebung und Unterteilung der Elektroden erhält man aus den Spannungssignalen auf einem Oszillographen Angaben sowohl über die Intensität (Summensignal) wie über die Position des Strahls (Differenzsignal rechts-links und oben-unten).

Die Messungen an den Strahlsonden zeigen, daß gegen Ende der Beschleunigung der Strom der umlaufenden Elektronen in der Vakuumkammer 6 mA beträgt. Dies entspricht einer Zahl von $2 \cdot 10^9$ hochenergetischen Elektronen pro Beschleunigungszyklus und einer Strahlleistung von 5 Watt im zeitlichen Mittel. Der größte Verlust an Elektronen tritt nach dem Einschalten der HF und während der ersten Synchrotronschwingungen ein. Die oben angegebene Zahl für den Elektronenstrom ist in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen aus der Intensität der γ-Strahlung und der Synchrotronstrahlung im visuellen Spektralgebiet.

Die höchste bisher erreichte Energie beträgt 460 MeV. Bis zu 400 MeV arbeitet das Synchrotron sehr stabil und mit der angegebenen, verhältnismäßig hohen Intensität. Bei höherer Erregung des Magneten treten z. Z. noch an den Flanschen der Resonatoren geringe Reste von Wirbelströmen auf, deren Einfluß auf die Bahn im bisherigen Betrieb durch entsprechende Wahl der Phase des Wechselfeldes beim Einschießen herabgesetzt wird. Dies führt dazu, daß für die optimale Einstellung das Verhältnis Gleich- zu Wechselstrom niedriger ist als vorgesehen, womit auch das maximale Feld am Sollkreis niedriger als 10 kG ist. Es ist vorgesehen, in Kürze die störenden Restwirbelströme auf andere Weise zu kompensieren, so daß dann das Synchrotron ohne Intensitätsverlust mit höherer Vormagnetisierung und damit höherer Endenergie betrieben werden kann.

Eine Gesamtansicht des Beschleunigers zeigt Abb. 113.

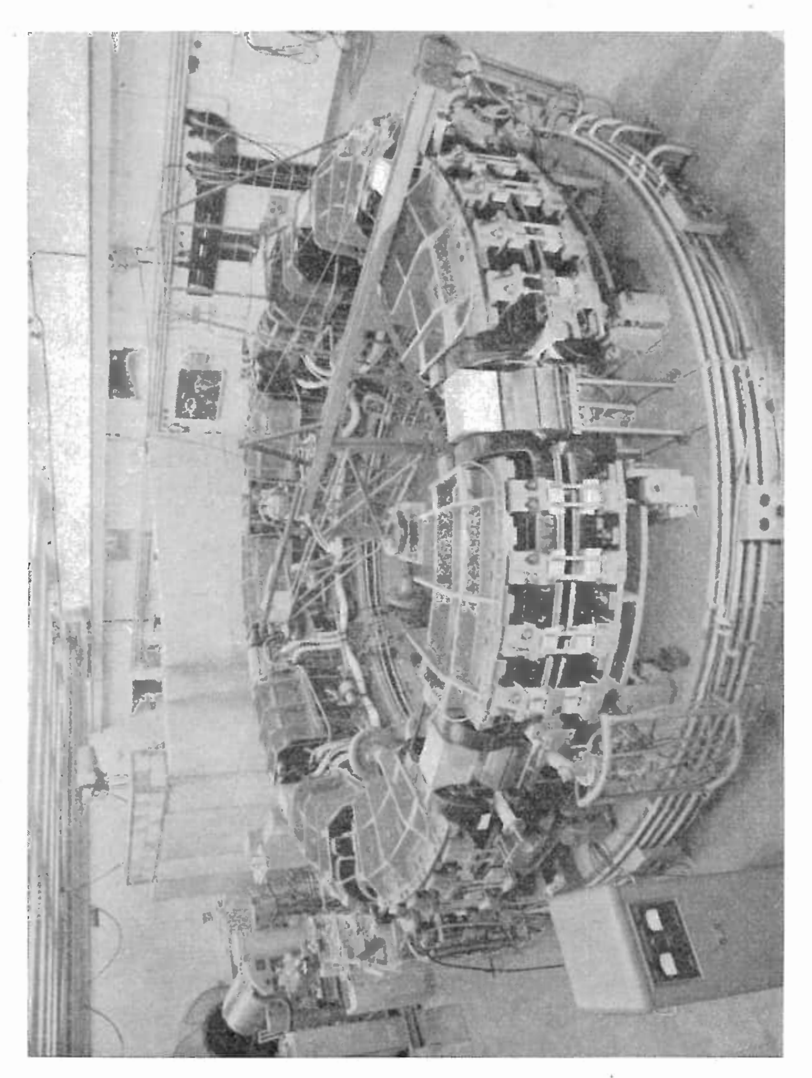


Abb. 113: Gesamtansicht des fertig aufgebauten Synchrotrons

Hinten links der Van-de-Graaff (Tank geöffnet), davor das achromatische Einlenksystem. Im Vordergrund zwischen den Magneten die HF-Resonatoren. Die Spulenköpfe der Magnete sind nach oben und unten abgekröpft, um Platz zu sparen. Rechts hinter der Leiter befindet sich das Target, von dem der γ-Strahl ausgeht. Dieser gelangt durch ein Fenster in der Wand aus Schwerspatblöcken in den dahinter befindlichen Experimentier-Raum. Der Zirkel in der Mitte des Ringes diente zur Justierung der Magnete

66. Der γ-Strahl und die Strahlung der umlaufenden Elektronen

Wenn die Elektronen am Ende eines jeden Beschleunigungszyklus ihre Endenergie erreicht haben, läßt man sie auf ein im Innern der Vakuumkammer angebrachtes Target auftreffen, an dem sie Bremsstrahlung erzeugen, die als scharf gebündelter Strahl aus dem Synchrotron austritt

(vgl. Ziffer 12 und Abb. 102). Beim Bonner Synchrotron bleibt der Strahl unverändert in der Mitte der Vakuumkammer und das Target wird durch ihn hindurchbewegt.

Das Target besteht aus einem Wolfram-Draht von 1 mm ϕ, der auf einer synchron mit dem Magnetfeld rotierenden Scheibe exzentrisch und parallel zur Drehachse des Motors montiert ist und den Strahl bei jeder Umdrehung von oben nach unten durchschneidet. Die Phase des Motors und damit der Zeitpunkt des Auftreffens der Elektronen auf das Target kann beliebig eingestellt werden. Dies ist eine bequeme Methode, bei laufender Maschine die Endenergie des γ-Strahls schnell zu ändern.

Der γ-Strahl tritt durch ein dünnes Al-Fenster in der Wand der Vakuumkammer aus. Seine Divergenz ist durch die Streuung der Elektronen im Target sowie durch die Winkelverteilung beim Bremsstrahlungsprozeß (Größenordung mc^2/E) gegeben. Die Halbwertsbreite der Intensitätsverteilung beträgt 6 cm in 10 m Abstand. Die effektive Dauer des γ-Strahlimpulses ist etwa 200 μs. Durch eine Anordnung von drei Kollimatoren wird aus diesem Strahl je nach den Erfordernissen des Experiments ein mehr oder weniger großer Teil ausgeblendet. Zwischen den Kollimatoren befindet sich ein 60 cm langer Magnet, der geladene Teilchen aus dem Strahl entfernt.

Zur Intensitätsmessung des γ-Strahls wird das als Standardmonitor bei den meisten Elektronen-Synchrotrons eingeführte „Quantameter" (nach *R. R. Wilson*) benutzt. Es besteht aus einer Reihe von 1 cm starken Cu-Platten, in denen die vom Strahl ausgelösten Elektronen-Schauer praktisch völlig absorbiert werden. Gemessen wird die Ionisation im Füllgas (800 Torr Argon + CO_2) zwischen den Cu-Platten, deren Abstände abwechselnd 1 mm und 2 mm betragen. Bei geeigneter Dimensionierung des Quantameters ist im Bereich von 10 bis 1000 MeV der zwischen den Platten fließende Ionisationsstrom (Platten Nr. 1, 3, 5 . . . bilden den einen Pol, Nr. 2, 4, 6 . . . den anderen; Ionensammelspannung 300 V) ein direktes Maß für die im einfallenden Strahl enthaltene Leistung. Es ist üblich, statt dieser Leistung die Anzahl der „effektiven Quanten" pro Minute anzugeben. Diese ist definiert als Leistung des Strahls dividiert durch die Grenzenergie des Spektrums. Man zählt also jedes im Bremsspektrum auftretende Quant mit einem statistischen Gewicht, das gleich ist seiner Energie gemessen in Bruchteilen der Maximalenergie.

Beim Bonner Elektronen-Synchrotron beträgt die so gemessene Intensität des inkollimierten Strahls etwa 10^{12} eff. Quanten/min., was einer Leistung des γ-Strahls von ziemlich genau 1 Watt entspricht. Im kollimierten Strahl stehen bei einem typischen Experiment (z. B. $\pi^{\pm}$Erzeugung an einem flüssigen H_2-Target) $2 \cdot 10^{11}$ eff. Quanten/min. zur Verfügung, gemessen am Ende des Experimentierraums in 16 m Abstand vom Synchrotron.

Das Frequenzspektrum der *Strahlung der umlaufenden Elektronen* hat sein Maximum bei etwa 50 Å. Die Leuchtdichte der Strahlung ist so groß, daß man sie — über Spiegel und Fernrohr — nur mit Schutzglas vorm Auge beobachten kann. Mit einer Photozelle wurde die Lichtleistung innerhalb des sichtbaren Spektralbereichs gemessen, sie beträgt pro cm Bahnlänge 4 μW. Für die Untersuchung von Absorptionsspektren im fernen UV ist beim Bonner Synchrotron eine Vakuum-Gitter-Spektrograph angeschlossen.

67. Die AG-Elektronensynchrotrons in Hamburg (DESY) und in Cambridge/Mass.

Zwei Elektronenbeschleuniger mit einer Endenergie von 6 bis 7 GeV sind zur Zeit in Hamburg (*D*eutsches *E*lektronen-*Sy*nchrotron) und in Cambridge/Mass. (Harvard-University) im Bau. Wie schon erwähnt, treten beim Überschreiten der 1 GeV-Grenze in Elektronenbeschleunigern durch die Abstrahlungsverluste große Schwierigkeiten auf: Neben der größeren HF-Leistung, die zur Kompensation des Energieverlustes der Elektronen durch Abstrahlung (beim DESY für 6 GeV Endenergie 3,62 MeV je Umlauf, gesamter Strahlungsverlust während des Beschleunigungszyklus etwa 5 GeV!) aufgebracht werden muß, wird auch die Bewegung der Teilchen beeinflußt.

In der klassischen Näherung werden die radialen Betatronschwingungen — wegen der Abhängigkeit der Strahlung vom Krümmungsradius und wegen der unterschiedlichen Bahnkrümmung in den einzelnen Sektoren — angefacht, die axialen Betatronschwingungen gedämpft. Wegen der Quantenstruktur der Strahlung werden *zusätzlich* die Schwingungsamplituden der radialen Betatronschwingungen und der Phasenschwingungen statistisch vergrößert. Durch eine solche „strahlungsinduzierte Diffusion" überschreitet ein Teil der Elektronen die Grenzen des phasenstabilen Bereichs und wird nicht mehr beschleunigt. Alle diese Effekte bedingen einen verhältnismäßig großen Radius solcher Maschinen (etwa 20 bis 30 m) und wachsen mit der Beschleunigungszeit stark an. Man bemüht sich deshalb die Beschleunigungszeit kurz zu halten, indem man einerseits eine möglichst große Wiederholungsfrequenz wählt, andererseits den Magneten in die Sättigung fährt, so daß nur der linear ansteigende Teil des sinusförmigen Magneterregung für den Beschleunigungszyklus ausgenutzt wird (overdrive), wobei natürlich ein entsprechend hoher Energiegewinn je Umlauf erforderlich ist.

Durch den großen Bahnradius erfordert die Justierung der Magnetsektoren einen erheblichen Aufwand (Genauigkeit 1/10 mm!). Die Reihenfolge der Magnetfeldsektoren ist: fokussierender Sektor — gerades Stück — defokussierender Sektor — gerades Stück (FODO = Feldperiode).

Im Gegensatz zum Bonner Elektronensynchrotron sollen beim DESY alle Beschleunigungshohlräume an einen ringförmigen Wellenleiter, durch den die HF zugeführt wird, fest angekoppelt werden.

Die vorläufigen Daten der beiden großen Elektronenbeschleuniger sind in Tabelle 17 zusammengestellt.

Tabelle 17

Parameter	Cambridge	DESY
Art der Fokuss.	FODO	FODO
Feldindex	91	~70
mittl. Bahnradius in m	22	50,42
Zahl der Feldperioden	24	24
Feld bei Inj. in G	25,4	42
Feld bei max. Energie in kG	7,6	6 ... 7,5
Endenergie in GeV	6	6,3 ... 7,8
Wiederh. Frequenz in Hz	60	50
Injektor	Linearbeschl. (20 MeV)	Linearbeschl. (40 MeV)
Beschl.-Frequenz in MHz	475,83	499,7
Zahl derBeschl.-Hohlräume	16	16
Endenergiegewinn bei $(dB/dt)_{max}$ in keV/Umlauf	800	750
erwartete Teilchenzahl je Impuls	10^{11}	10^{11}

Kapitel XI

Das AG-Protonen-Synchrotron

(R. Kollath und W. Rech)

68. Aufbau und Magnet des Protonen-Synchrotrons des CERN (CPS) [1])

Die derzeit größte Maschine zur Beschleunigung von Protonen (CPS) wurde mit einem Kostenaufwand von etwa 120 Millionen DM von der European Organisation for Nuclear Research (CERN [2])) in Genf gebaut und Ende 1959 in Betrieb genommen. Schon in den ersten Versuchen konnten etwa 10^{10} Protonen je Impuls auf eine Energie von 24 GeV beschleunigt werden. Oberhalb einer mittleren Induktion von 12 kG verzerrte sich das Feld infolge Sättigung in den Magnetjochen. Nachdem diese Fehler durch die vorgesehenen Korrekturwindungen beseitigt waren, wurde einige Wochen später eine Endenergie von 28 GeV erreicht, 3 GeV über der geplanten maximalen Energie.

Ein schematisches Bild des CPS ist in Abb. 114 gezeigt.

Die Maschine hat einen Radius von ca. 100 m. Auf dem Kreisumfang sind 100 gleiche Magneteinheiten von je 4,3 m Länge so verteilt, daß 80 feldfreie gerade Bahnstücke von 1,6 m Länge und 20 von 3 m Länge entstehen. Die Magneteinheiten sind aus je einem halben fokussierenden und je einem halben defokussierenden Sektor zusammengesetzt, deren Querschnitt dem in Abb. 78 gezeigten entspricht. Jeder dieser halben Sektoren besteht wieder aus fünf einzelnen „Blöcken", die zur Vermeidung von Feldstörungen durch Wirbelströme aus 1,5 mm starken Blechen mit Araldit zusammengekittet sind. Durch ein besonderes, sorgfältig kontrolliertes Fertigungsverfahren konnte erreicht werden, daß bei gleicher Erregung (3000 Oe) die relative Abweichung der mittleren, in der Achse gemessenen magnetischen Induktion zwischen allen Blöcken nur einige 10^{-4} betrug. Bei einer Induktion von 147 G (Injektion) wurde die Abweichung zu 5×10^{-4} bestimmt.

Auf der Achse des Induktionsmotors, der den Generator für den Erregerstrom antreibt, ist ein 6 t schweres Schwungrad befestigt, das die beim

---

[1]) Eingehende Beschreibung vgl. [219].

[2]) CERN ist die Abkürzung des ursprünglichen, französischen Namens: «Conceil Européen pour la Recherche Nucléaire».

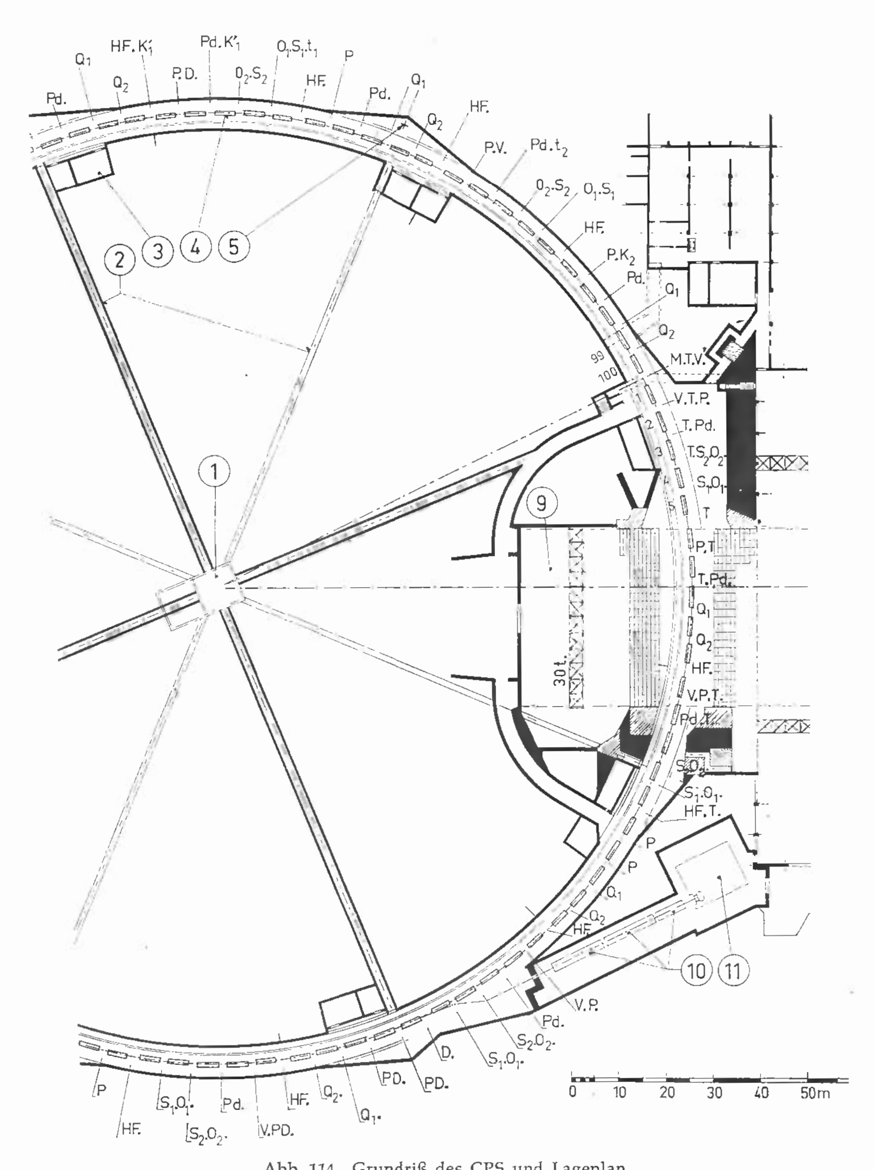


Abb. 114 Grundriß des CPS und Lageplan

Es bedeuten: 1 = Zentrale Vermessungsstation und Steuerung der HF-Frequenz; 2 = radiale Tunnel; 3 = Raum für HF-Apparaturen; 4 = eine der 100 Magneteinheiten; 5 = Vermessungspunkt; 9 = Experimentierhallen; 10 = Linearbeschleuniger; 11 = 500 keV-Generator.
HF = Beschleunigungsresonator; T = Target; M = Ausschleusungsmagnet; D = Elektrische Ablenkung für die Strahleinschleusung; PD = gepulste elektrostatische Ablenkung; P, Pd = „Pick-up-Elektroden"; V, V' = Pumpen; K_1, K_2 = Doppelausschleusungsmagnet; K_1' = einzelner Ausschleusungsmagnet; t_1, t_2 = Ausschleusungstargets; Q_1, Q_2 = Quadrupollinsen; $S_{1,2}$ $O_{1,2}$ = Sextupol- und Oktupollinsen

Abbau des Magnetfeldes zurückgelieferte Energie speichert. Abweichungen des Magnetfeldes von seiner gewünschten Form können mit Hilfe von zusätzlichen Windungen um die Polschuhe, sowie durch magnetische Linsen, die in den geraden Stücken untergebracht sind, korrigiert werden (vgl. Ziffer 47).

Die Magneteinheiten sind auf Stahlträger montiert, die über ein hydraulisches Hebersystem auf einem Betonring von $2 \times 2\,m^2$ Querschnitt und 100 m Radius befestigt sind. Der Betonring wird von Pfeilern getragen, die in dem darunter liegenden Felsen verankert sind. Die ganze Anordnung ist in einem unterirdischen, ringförmigen Tunnel untergebracht, in dem die Temperatur mit einer Genauigkeit von $\pm 1\,°C$ konstant gehalten wird. In dem Betonring sind Kühlwasserrohre eingezogen, um verschieden starke Erwärmung der einzelnen Abschnitte zu vermeiden (Abb. 115).

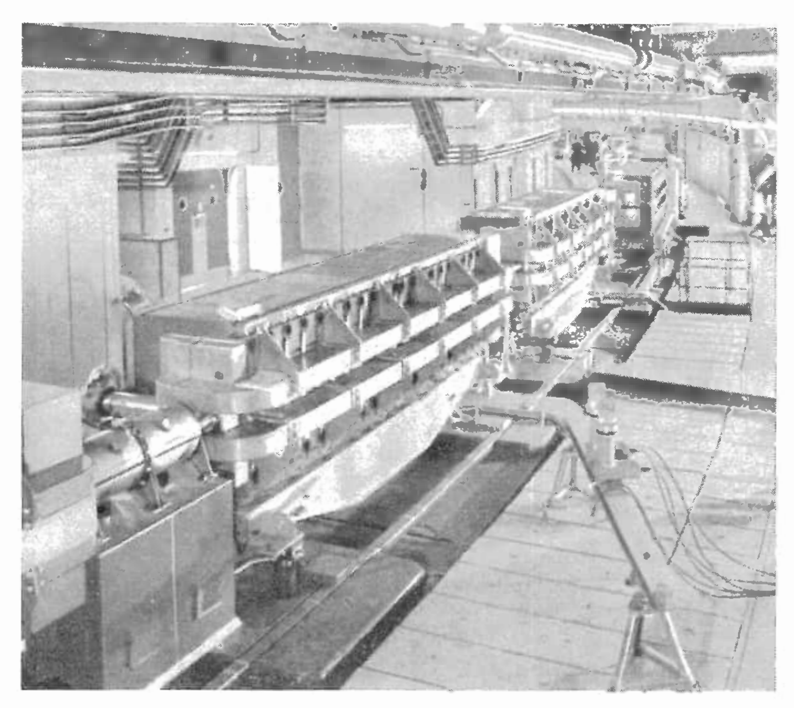


Abb. 115: Magneteinheiten im Ringtunnel

Alle diese Vorsichtsmaßnahmen sind notwendig, um die großen Anforderungen an die Genauigkeit für die Justierung der Magneteinheiten zu erfüllen, die mit einer Toleranz von $\pm$ 0,3 mm aufgestellt sein müssen. Das

relativ geringe Gesamtgewicht der Magneten dieses Maschinentyps gegenüber dem schwach fokussierenden Synchrotron (CERN 3600 t), Synchrophasotron Moskau 24 000 t) muß mit einem höheren Aufwand bei der Justierung erkauft werden (vgl. Ziffer 54). Zur genauen Aufstellung und Überwachung der Magneteinheiten reichte die Genauigkeit der besten Theodoliten für Winkelmessungen und genügend gealterter Invardrähte für Längenmessungen gerade aus. In der Mitte des Ringes wurde ein zentraler Vermessungsplatz errichtet, von dem strahlenförmig acht Tunnel ausgehen und in den Ringtunnel einmünden (vgl. Abb. 114). Von den an diesen Stellen aufgebauten Meßplätzen kann nun die Aufstellung der Magneteinheiten mit der erforderlichen Genauigkeit durch Winkel- und Längenmessungen kontrolliert werden.

69. Hochfrequenzsystem und Injektion beim CPS [1])

Die hauptsächliche Schwierigkeit, die bei der Konstruktion des HF-Systems eines AG-Protonen-Synchrotrons auftritt, ist durch die geforderte genaue Anpassung der Frequenz und Amplitude der beschleunigenden Wechselspannung an den momentanen Wert des Magnetfeldes bedingt, um die Teilchen auf dem Sollradius zu halten. Die relativen Frequenzabweichungen, durch die sich eine radiale Verschiebung des Sollkreises von 1 cm ergibt, sind für verschiedene Energien des CPS in der folgenden Tabelle aufgeschrieben.

Tabelle 18

Energie der beschleunigten Protonen	Relative Frequenzabweichung $\Delta f/f$ für 1 cm radiale Abweichung
50 MeV	$3{,}5 \cdot 10^{-3}$
1 GeV	$8{,}3 \cdot 10^{-4}$
2 „	$2{,}7 \cdot 10^{-4}$
3 „	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$
4 „	$4{,}5 \cdot 10^{-4}$
5 „ kritische Energie	0 (ca. 10^{-7})
10 „	$7 \cdot 10^{-5}$
25 „	$7{,}5 \cdot 10^{-5}$

Man erkennt, daß insbesondere bei Überschreiten der kritischen Energie ("transition-energy") eine extrem gute Anpassung erforderlich ist. Wie bereits

1) Vgl. [214, 215, 219].

in Ziffer 55 beschrieben, verlagert sich bei dieser Energie der phasenstabile Bereich vom ansteigenden Ast der HF-Spannung auf die abfallende Flanke. Bei der kritischen Energie ist kein phasenstabiler Bereich vorhanden. Infolgedessen muß beim Überschreiten der kritischen Energie die Beschleunigungsfrequenz genau an die Umlaufsfrequenz angepaßt sein. Dabei muß die Sollphase der Teilchen möglichst schnell auf die abfallende Flanke der HF-Spannung verlagert werden. Da die Phasenfokussierung nach Überschreiten der kritischen Energie schwächer ist als im Anfang der Beschleunigung, wird die zulässige, relative Frequenzabweichung entsprechend geringer.

Für die anfängliche Synchronisierung der Beschleunigungsfrequenz wird das Magnetfeld mittels einer Hallsonde gemessen. Die Hallspannung wird in einen Analogrechner gegeben, so daß die Frequenz in der geforderten Weise (5,VII) gesteuert wird (vgl. Ziffer 48). Hallgeneratoren und Analogrechner erreichen jedoch nur eine Genauigkeit von 0,1 %. Aus diesem Grund wird etwa ab 100 MeV (wenn die Teilchen bereits zu Paketen gebündelt sind) der Strahl selbst zusätzlich zur Synchronisation benutzt. Dabei wird durch Influenz in den sogenannten Pick-up-Elektroden (Ziffer 65) die Phasenlage der Teilchenpakete relativ zur Phase der Beschleunigungsfrequenz gemessen. Durch eine automatische Regelung der Beschleunigungsfrequenz wird eine vorgegebene Phasendifferenz eingehalten. Zusätzlich werden durch weitere Paare von „Pick-up-Elektroden" radiale Abweichungen von der Soll-Bahn festgestellt und durch eine Regelung ausgeglichen. So ist es möglich, den erforderlichen Phasensprung beim Überschreiten der kritischen Energie in der benötigten Weise zu realisieren, wie Abb. 116 zeigt.

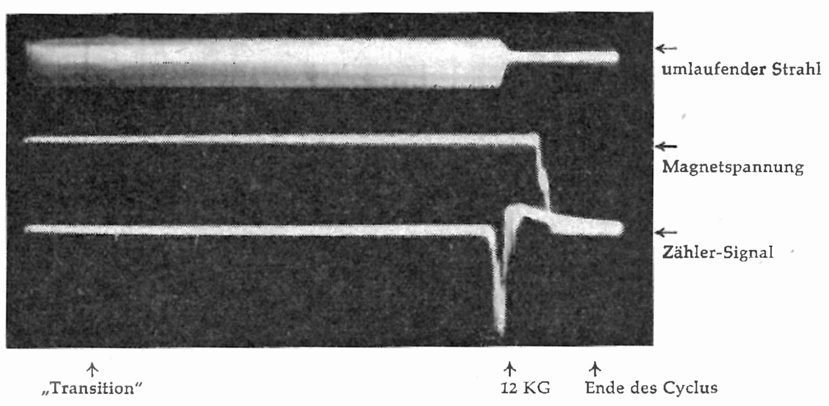


Abb. 116: Beschleunigung des Strahls auf 24 GeV ohne Teilchenverlust

Tabelle 19

	CERN	Brookhaven	Oakridge	Leningrad
Fokussierungsanordnung [1])	½F O ½F ½D O ½D	½F O ½F ½D O ½D	½O F D O D F ½O	F O D O
Feldindex	288,4	357	270	410
mittlerer Radius in m	100	128,5	65	167
Zahl der Magneteinheiten	100	240	32	120
Induktion der Injektion in Vs/m^2	0,0147	0,0121	0,12	0,009
maximale Induktion in VS/m^2	1,4	1,3	1,0	1,2
Eisen in t	3600	4000	1200	24 000
Speicherungssystem für die magnetische Energie	Schwungrad	Schwungrad	Kondensator/Drossel	Schwungrad
Öffnung des nutzbaren Luftspaltes				
Breite in cm	14,5	15	13	20
Höhe in cm	7	7	4	12

Tabelle 19 (Fortsetzung)

Injektionsmaschine	LB	LB	AVF—Cyclotron	LB
Injektionsenergie in MeV	50	50	850	100
Beschleunigungsfrequenz in MHz	2,9—9,6	1,4—4,5	98—115	2,6—6,1
Zahl der Beschleunigungs-resonatoren	16	12	16	
mittlerer Energiegewinn pro Umlauf in keV	54	80	3000	100
Endenergie in GeV	28	30	12	50
Zahl der Teilchen pro Impuls	$2 \cdot 10^{11}$	10^{10}	$(2 \cdot 10^{12})$	
Impulsfolge je Minute	20	20	3600	6
Jahr der Fertigstellung	1959	1960		

[1]) F: Fokussierender Sektor
D: Defokussierender Sektor
O: Feldfreies Stück

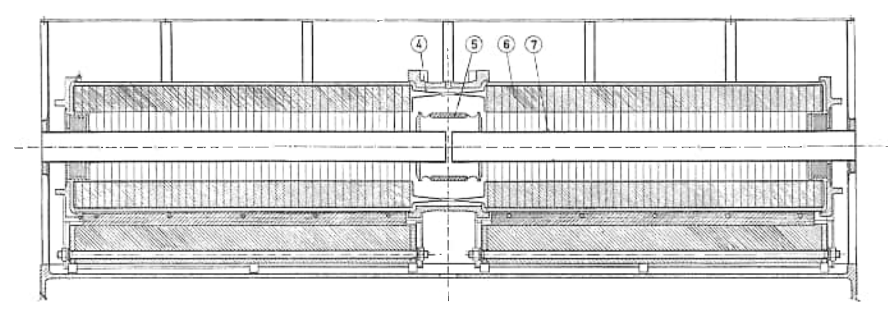


Abb. 117a: Längsschnitt durch einen Beschleunigungsresonator
1 = Kühlwasserleitungen; 2 = Erregerspulen für das Hilfsfeld; 3 = Hilfsfeld-Magnetjoch; 4 = Koppelschleife; 5 = Isolierende Hochvakuumdichtung; 6 = Ferrit-Hohlzylinder; 7 = Innenleiter

Das Beschleunigungssystem besteht aus 16 Einheiten, die auf den Ringumfang verteilt sind. Jede Einheit ist aus einem Resonator mit dem Beschleunigungsspalt, einer Vorrichtung zur Abstimmung des Resonators und einem Leistungsverstärker aufgebaut. Der Resonator besteht im wesentlichen aus zwei $\lambda/4$-Koaxialleitungen. Die Protonen werden in dem Spalt zwischen den beiden Innenleitern beschleunigt (Abb. 117).

Im Resonator sind Ferrit-Hohlzylinder angebracht. Dadurch wird einerseits der Resonator so verkleinert, daß er zwischen den Magneteinheiten angebracht werden kann, andererseits kann mittels des Erregerstroms eines Hilfsmagneten, dessen Feldlinien das Ferrit durchsetzen, das Beschleunigungssystem automatisch abgestimmt werden (vgl. Ziffer 48). Die beiden Teile der Resonatoren werden gegenphasig erregt. In dem einen wird die HF-Leistung direkt von der Anode der Endröhre eingespeist, während der andere über eine „Achterschleife" angekoppelt ist. Die Ferrithohlzylinder und die Leistungsverstärkerröhren werden mit Wasser gekühlt. Die 16 Beschleunigungseinheiten werden von einem zentralen Verstärker, der in der Mitte der Maschine untergebracht ist, über elektrisch gleich lange Koaxialleitungen gesteuert.

Als Injektionsmaschine für die Protonen wird ein Linearbeschleuniger vom Alvareztyp verwendet (Kap. XII). Die Protonen werden in einer Ionenquelle erzeugt, in einem Cockroft-Walton-Generator auf 500 keV beschleunigt und in den Linearbeschleuniger eingeschossen. Die Fokussierung der Protonen erfolgt durch magnetische Quadrupollinsen (vgl. Ziffer 75). Die Protonen verlassen den Linearbeschleuniger mit einer Energie von 50 MeV und werden über ein Ablenksystem in den Synchrotronring eingeschleust, in dem etwa 25 % der Teilchen für den Beschleunigungszyklus eingefangen werden.

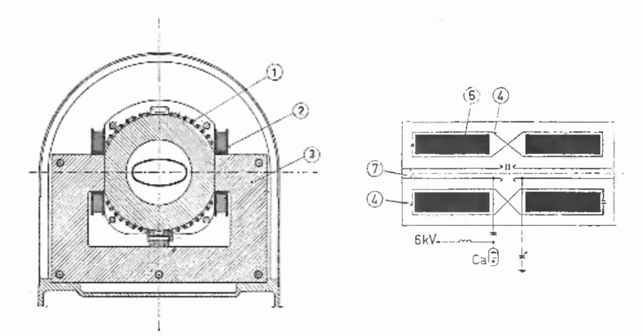


Abb. 117b: Querschnitt durch einen Beschleunigungsresonator (Erklärung vgl. Abb. 117a)

70. Übersicht über einige Maschinen

Weitere große AG-Protonensynchrotrons werden z. Z. in Brookhaven (USA), Oakridge (USA) und Leningrad (UdSSR) gebaut. In Tabelle 19 sind die wesentlichen Daten dieser Maschinen zusammen mit den Daten des CPS eingetragen.

Kapitel XII

Linearbeschleuniger

(K. Johnsen)

71. Vorbereitung und grundsätzliche Betrachtungen

Zu einer vollständigen Übersicht über das Gebiet der Teilchenbeschleuniger gehören die Linearbeschleuniger (LB), wenn sie auch ihrem ganzen Aufbau und Betrieb nach ebensogut in einem Buch über UKW-Technik ihren Platz finden könnten. Sie stehen in ausgesprochener Analogie zu den sogenannten Wanderfeldröhren, die als Verstärker für sehr kurze elektromagnetische Wellen dienen. In beiden Fällen läuft ein gebündelter Strahl geladener Teilchen mit der Welle in gleicher Richtung und steht mit ihr in energetischer Wechselwirkung. In der Wanderfeldröhre geben Elektronen einen Teil ihrer Bewegungsenergie an die Welle ab und werden dabei gebremst; in den Beschleunigern entnehmen die Elektronen (allgemein: die geladenen Teilchen) Energie aus der Welle und werden dabei beschleunigt. Bei der kurzen Beschreibung des LB in Ziffer 2 wurde bereits erwähnt, daß die ursprüngliche Anordnung nach *Wideröe* (Abb. 4) bei Verwendung mittlerer (damals üblicher) Frequenzen bald zu sehr großen Dimensionen führt. Vor dem zweiten Weltkrieg war die Verwendung wesentlich höherer Frequenzen, also wesentlich kürzerer Wellen, praktisch nicht möglich, da keine genügend leistungsstarken Generatoren für den Dezimeterwellenbereich bekannt waren. Diese Sachlage änderte sich grundlegend durch die Entwicklung der Radartechnik im und nach dem Kriege. Für den Meterwellenbereich wurden konventionelle Röhrentypen wie Trioden entwickelt, die Leistungen bis zu mehreren MW im Impulsbetrieb aufwiesen, für höhere Frequenzen wurden Magnetrons mit mehreren MW Leistungen und Klystrons für noch höhere Impulsleistungen (einige 10^7 W) gebaut [231]. Es lag daher nahe, das Problem des LB unter Anwendung der Impulstechnik erneut aufzunehmen. Auf diesem Wege sind neben den bisher beschriebenen Kreisbeschleunigern sehr arbeitsfähige und technisch gut durchgebildete Geräte entstanden. Für Protonen wurden mehrere Beschleuniger für Endenergien von 10 bis 70 MeV gebaut. Für Elektronen gibt es zur Zeit LB, die einerseits im Gebiet relativ kleiner Energien (Größenordnung 10 MeV) als Röntgen- und Elektronentherapiegeräte, sowie für technologische Zwecke (Kunststoffherstellung) dem Betatron und Mikrotron weit überlegen sind, andererseits als Groß-

beschleuniger (z. Z. etwa 900 MeV) einen Vergleich mit den Kreisbeschleunigern hinsichtlich Kosten und erreichbarer Energie wohl aushalten[1]), ganz abgesehen davon, daß der Kreisbeschleunigung von Elektronen auf sehr große Energien durch die Strahlungsdämpfung Grenzen gesetzt sind (vgl. Ziffer 20). Beide Beschleunigertypen haben ihre Vorteile und werden sich wahrscheinlich auch in Zukunft nebeneinander halten. In der jüngsten Zeit sind LB als Einschußmaschinen für die großen Kreisbeschleuniger unentbehrlich geworden.

Zur Einführung in die Theorie der LB wollen wir das Prinzip des von *Alvarez* und Mitarbeitern gebauten Protonen-LB näher betrachten. Dieser Beschleuniger besteht aus einem langen zylindrischen Topfkreis, der in seiner TM_{010}-Eigenschwingung angeregt wird. Dabei ist die Richtung des elektrischen Feldes parallel bzw. antiparallel zur Zylinderachse und damit zur Bewegungsrichtung der Teilchen, die axial eingeschossen werden. Ein solches Feld kann nur zur Beschleunigung benutzt werden, wenn die Teilchen während der Zeit, in der die beschleunigende Kraft der Teilchenbewegung entgegengerichtet ist, in geeigneter Weise abgeschirmt, d. h. der Bremswirkung des Feldes entzogen sind. Diese Abschirmung kann man erreichen, indem man längs der Achse sogenannte Driftröhren anordnet, wie in Abb. 118 gezeigt wird.

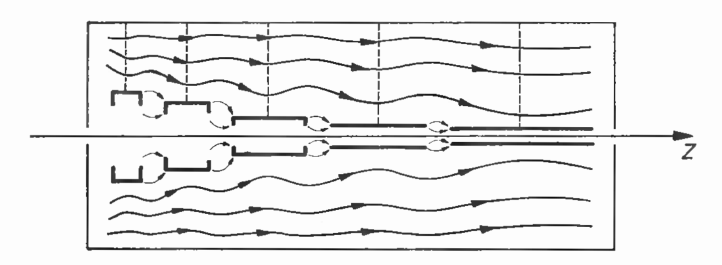


Abb. 118: Prinzip eines Hohlraumresonators zur Protonenbeschleunigung (vgl. Text) (Zylindersymmetrie um *z*)

Der Abstand zwischen den Mittelpunkten zweier benachbarter Röhren muß $\beta\lambda_0$, und die Länge jeder Röhre größer als $\beta\lambda_0/2$ sein. Dabei ist λ_0 die Vakuumwellenlänge des Hochfrequenzfeldes und β – wie üblich – die Teilchengeschwindigkeit dividiert durch die Lichtgeschwindigkeit. Die Teilchen werden in den aufeinanderfolgenden Spalten beschleunigt, ganz so, wie in den ursprünglichen Beschleunigern von *Wideröe* und von *Sloan* und *Lawrence*.

---

[1]) Übersichtsdarstellung für LB geben: *Fry* [236]; *Fry* und *Walkinshaw* [237]; *Ginzton, Hansen* und *Kennedy* [238]; *Slater* [255, 256].

Wir könnten jetzt fortfahren, diesen speziellen Beschleunigertyp im einzelnen zu diskutieren. Wir möchten statt dessen unsere Betrachtung in der Weise durchführen, daß wir eine allgemeinere Behandlung, insbesondere der Strahldynamik, erhalten, die nicht nur die des speziellen Alvarez-Typs umfaßt, sondern für alle LB-Typen gilt.

Die Änderung der Länge der Driftröhren längs der Beschleunigerachse wurde in Abb. 118 stark übertrieben, tatsächlich kann die geometrische Struktur als fast periodisch behandelt werden. Wie bekannt, läßt sich das Wellenfeld innerhalb einer periodischen Struktur zerlegen in eine unendliche Zahl fortschreitender Wellen gleicher Frequenz, aber verschiedener Wellenlängen, und darum auch verschiedener Phasengeschwindigkeiten (siehe z. B. [256]). Wenn eine dieser Wellen die Wellenlänge $\beta \lambda_0$ hat, so ist ihre Phasengeschwindigkeit gleich der Teilchengeschwindigkeit, wogegen die anderen Partialwellen davon abweichende Geschwindigkeiten besitzen. Sie wirken nur als schnell wechselnde Kräfte auf die Teilchen, und ihre Wirkung auf die Teilchenbewegung kann vernachlässigt werden. Infolgedessen beeinflußt nur die Partialwelle mit einer Phasengeschwindigkeit nahe der Teilchengeschwindigkeit die Teilchenbewegung. Von solch einer Welle sagt man, daß sie in Resonanz mit den Teilchen steht.

Zwei wichtige Punkte sind nun zu beachten:

Erstens ist durch den Feldverlauf auf der Achse schon das ganze Feld in der Umgebung bestimmt. Die Feldkomponenten der beschleunigenden Welle sind in Achsennähe allein durch die Maxwellschen Gleichungen gegeben und nicht durch die Geometrie der Struktur, wenn diese einen achsennahen Bereich für den Strahlungsdurchgang enthält, der frei von Ladungen und induzierten Strömen ist. Die Teilchendynamik kann also ohne Berücksichtigung der speziellen Struktur des Beschleunigers analysiert werden.

Zweitens ist der wesentliche Zweck der HF-Beschleunigungsstruktur die Erzeugung der gewünschten fortschreitenden Welle mit gutem Wirkungsgrad. Die anderen Wellen sind gewöhnlich unerwünschte Nebenprodukte. Eine Möglichkeit zur Erzeugung dieser Welle ist die bereits erwähnte Alvarez-Struktur; andere Methoden werden später beschrieben.

Wir wollen im folgenden die beiden Probleme getrennt behandeln: In den Ziffern 72—75 werden Teilchendynamik und Stabilität, in den Ziffern 76 und 77 verschiedene Anordnungen zur Erzeugung des gewünschten Feldes besprochen.

Wie eben erwähnt, ist nur die Welle von Interesse, die sich in Resonanz mit dem Teilchen befindet. Für Zylindersymmetrie und einen ladungs- und

stromfreien, achsennahen Bereich erhält man die Feldkomponenten dieser Welle aus den Maxwellschen Gleichungen:

$$\mathcal{E}_r = -\frac{k}{\gamma}\,\mathcal{E} J_1(\gamma r)\sin(\omega t - \int k\,dz) \qquad \text{(1a,XII)}$$

$$\mathcal{E}_\Theta = -\frac{k_0}{k}\,Z_0 H_r \qquad \text{(1b,XII)}$$

$$\mathcal{E}_z = \mathcal{E} J_0(\gamma r)\cos(\omega t - \int k\,dz) \qquad \text{(1c,XII)}$$

$$H_r = \frac{k}{\gamma}\,H J_1(\gamma r)\cos(\omega t - \int k\,dz + h) \qquad \text{(1d,XII)}$$

$$H_\Theta = \frac{k_0}{k}\,\frac{\mathcal{E}_r}{Z_0} \qquad \text{(1e,XII)}$$

$$H_z = H J_0(\gamma r)\sin(\omega t - \int k\,dz + h) \qquad \text{(1f,XII)}$$

wobei $\mathcal{E}$ und H die elektrischen und magnetischen Feldstärken auf der Achse sind;

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,;\ \gamma^2 = k^2 - k_0^2; \quad k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\,;$$

h ist eine Phasenkonstante, und J_0 und J_1 sind modifizierte Besselfunktionen. Die obigen Gleichungen sind nur exakt, wenn k, $\mathcal{E}$ und H sich nicht mit z verändern. Falls diese Größen Funktionen von z sind, geben die Gleichungen (1a, XII) bis (1f,XII) immer noch eine gute Näherung, wenn die relative Änderung pro Wellenlänge klein ist. Diese Bedingung ist in LB immer gut erfüllt.

Die Beziehungen zwischen $\mathcal{E}$ und H können nur aus den Randbedingungen ermittelt werden. Oft lassen sich die Randbedingungen mit $H = 0$ erfüllen; dann verbleiben nur drei der Gleichungen. Aber auch in den Fällen, in denen $H \neq 0$ sein muß, z. B. in einer Wendel, wird die Teilchendynamik nur in sehr geringem Maße durch die Feldkomponenten, die H enthalten, beeinflußt. Deswegen werden wir im folgenden $H = 0$ voraussetzen, d. h. $\mathcal{E}_\Theta = 0$, $H_r = H_z = 0$, so daß nur die drei Feldkomponenten $\mathcal{E}_r$, $\mathcal{E}_z$ und H_Θ auf die Teilchenbewegung einwirken.

Des weiteren vernachlässigen wir in den Reihenentwicklungen für J_0 und J_1 alle Glieder außer dem ersten:

$$J_0(\gamma r) \simeq 1, \qquad \text{(2a,XII)}$$

$$J_1(\gamma r) \simeq \frac{\gamma r}{2} \qquad \text{(2b,XII)}$$

Diese Näherung ist für fast alle in der Praxis verwendeten Protonen- und Elektronenbeschleuniger gerechtfertigt; aber man sollte nicht vergessen, daß sie an dieser Stelle benutzt wurde.

72. Axialbewegung

a) Phasenstabilität

Die Axialbewegung eines Teilchens wird nur durch $\mathcal{E}_z$ beeinflußt. Abb. 119 zeigt ein Momentanbild dieser Welle. (Man beachte, daß die Achsenkoordinate z oder der Phasenwinkel φ als Abzisse benutzt werden.)

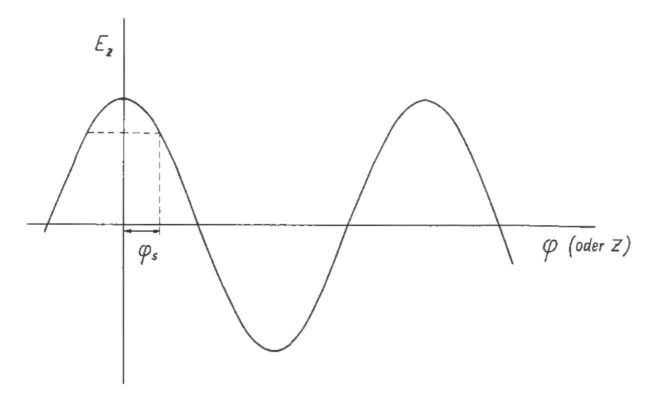


Abb. 119: Definition des Phasenwinkels im Momentanbild von $\mathcal{E}_z$

Wir werden später sehen, daß die Phasenkonstante dieser Welle von den Parametern des Systems abhängt, das zur Erzeugung der Welle benutzt wird. Diese Parameter werden so gewählt, daß ein bestimmtes Teilchen, das sogenannte Sollteilchen, während des Beschleunigungsvorganges in einer festen Phasenbeziehung zur Welle bleibt. In der bereits beschriebenen Alvarez-Anordnung wird dies z. B. durch eine der zunehmenden Teilchengeschwindigkeit entsprechende Verlängerung der Driftröhren gewährleistet. Wir bezeichnen den Phasenwinkel des Sollteilchens mit φ_s und definieren ihn als den Winkelabstand des Teilchens vom Wellenberg, positive Werte nach rechts[1]). Es ist leicht einzusehen, daß die Teilchen nur dann beschleunigt werden, wenn $-\pi/2 < \varphi_s < +\pi/2$ ist. Wir wollen zunächst den Fall $0 < \varphi_s < \pi/2$ betrachten.

Aus Abb. 119 erkennt man (Abzisse z!), daß ein Teilchen, das etwas hinter dem Sollteilchen **örtlich** zurückbleibt, eine größere Beschleunigung erfährt als das Sollteilchen, denn es gerät in ein Gebiet größerer Feldstärke, wogegen es weniger stark beschleunigt wird, wenn es sich etwas vor dem Sollteilchen befindet. Ein Teilchen in der Nachbarschaft des Sollteilchens erfährt

---

[1]) Diese Wahl von Nullpunkt und Vorzeichen stimmt mit dem größten Teil der LB-Literatur überein.

infolgedessen dauernd eine zusätzliche „Kraft" in Richtung auf das Sollteilchen. Gerade diese Bedingung muß aber erfüllt sein, damit stabile Schwingungen um das Sollteilchen herum zustandekommen können.

In gleicher Weise läßt sich aus der Abb. 119 ersehen, daß keine Stabilität um φ_s herrschen kann, wenn φ_s negativ ist. Es folgt, daß Beschleunigung und Phasenstabilität dann und nur dann gleichzeitig vorhanden sind, wenn

$$0 < \varphi_s < \pi/2$$ [1]).

b) Einfangbereich

Die Frage nach der max. zulässigen Abweichung der Phase eines Teilchens von der des Sollteilchens ist etwas schwieriger zu beantworten. Ein Teilchen mit gleicher Geschwindigkeit wie das Sollteilchen, das sich ebenso weit links vom Maximum, wie das Sollteilchen rechts vom Maximum befindet, ist im labilen Gleichgewicht. Dies ist die Grenze des stabilen Phasenbereichs nach einer Seite. Die Grenze zur anderen Seite hin zu finden, ist komplizierter. Wir werden dazu die Phasenbewegung mathematisch formulieren:

Die Axialkraft auf ein Teilchen ist nach (1c,XII) unter Berücksichtigung von (2a,XII):

$$F = e\,\mathcal{E}\cos\left(\omega t - \int k\,dz\right). \qquad \text{(3a,XII)}$$

Nach Einführung des stationären Phasenpunktes φ_s können wir die Kraft schreiben als

$$F = e\,\mathcal{E}\cos\left(\varphi_s + \Delta\varphi\right), \qquad \text{(3b,XII)}$$

wobei $\Delta\varphi$ die Phasenabweichung des Teilchens vom Sollteilchen bedeutet.

---

[1]) Die oben erwähnte zusätzliche „Kraft" bewirkt stabile Schwingungen um das Sollteilchen aus folgendem Grund: Die Geschwindigkeit der Teilchen wächst (im NR-Gebiet) mit der Energie, wobei die Teilchenweglänge im LB — im Gegensatz zum El.-Synchrotron — unabhängig von der Energie ist (es sei denn, der LB ist absichtlich gekrümmt [254]). Im ER-Gebiet verschwinden die Phasenschwingungen, da die Teilchengeschwindigkeit praktisch konstant gleich c wird. Wie in Ziffer 16 gezeigt wurde, liegt der phasenstabile Punkt beim gewöhnlichen Elektronen-Synchrotron im Gegensatz zum LB auf der **zeitlich** abfallenden Flanke der HF-Wechselspannung, die die Massenzunahme der Teilchen mit wachsender Energie zu einer Wegverlängerung führt, so daß die Winkelgeschwindigkeit abnimmt. Im Kapitel VIII (Theorie der AG-Maschinen) wurde gefunden, daß sich in diesem Beschleuniger der phasenstabile Bereich beim Überschreiten der kritischen Energie (transition energy) von der ansteigenden Flanke der HF-Wechselspannung auf die abfallende Flanke verlagert. Vergleichen wir dieses Verhalten mit der Lage des phasenstabilen Bereiches im LB, so läßt sich sagen: Unterhalb der kritischen Energie besitzt das AG-Synchrotron die Phasenstabilität des LB-Typs, oberhalb die des Synchrotrontyps; die Übergangsenergie im LB liegt bei ∞, während sie im gewöhnlichen Synchrotron unterhalb der Teilchenruheenergie liegt.

Wenn wir mit Δp die Abweichung des axialen Impulses vor dem des Sollteilchens bezeichnen, erhalten wir die Bewegungsgleichung

$$\frac{d\,\Delta p}{d\,t} = e\,\mathcal{E}\,[\cos(\varphi_s + \Delta\varphi) - \cos\varphi_s]\,. \tag{4,XII}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung kann man aus einem fiktiven Potential ableiten:

$$\begin{aligned} \Phi &= -\int e\,\mathcal{E}\,[\cos(\varphi_s + \Delta\varphi) - \cos\varphi_s]\,d\,\Delta\varphi \\ &= -\,e\,\mathcal{E}\,[\sin(\varphi_s + \Delta\varphi) + \sin\varphi_s - (2\,\varphi_s + \Delta\varphi)\cos\dot{\varphi}_s]. \end{aligned} \tag{5,XII}$$

Dabei wurde die Integrationskonstante so gewählt, daß für $\Delta\varphi = -2\,\varphi_s$ $\Phi = 0$ wird. In diesem Punkt nimmt gleichzeitig Φ ein Maximum an, so daß die Ableitung verschwindet und dort die Stabilität nach der einen Seite hin begrenzt wird. Dies ist die gleiche Grenze, die wir oben schon genannt haben. Der andere Grenzpunkt kann erhalten werden, indem man den anderen Wert von $\Delta\varphi$ sucht, der (5,XII) verschwinden läßt. Die Gleichung kann numerisch gelöst werden. Das Ergebnis von *Twiss* und *Frank* [258] ist in Abb. 120 dargestellt.

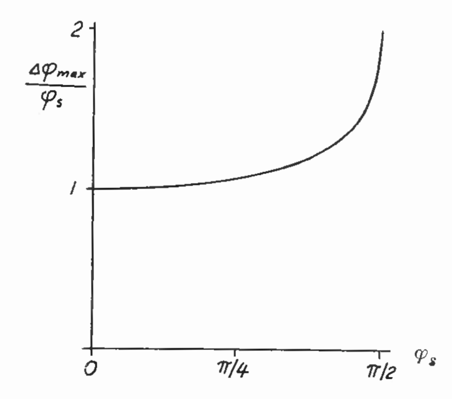


Abb. 120: Näherungslösung der Gl. (5, XII) für $\Phi = 0$ nach *Twiss* und *Frank*

Für kleinere Werte von φ_s findet man als Näherungslösung

$$\Delta\varphi_{\max} = \varphi_s \tag{6,XII}$$

Wie man aus Abb. 120 ersehen kann, gilt diese Näherung bis etwa $\varphi_s = \pi/4$, d. h. im ganzen für LB interessierenden Bereich. Der Stabilitätsbereich hat dabei eine Phasenbreite von $3\,\varphi_s$.

Die Breite des Stabilitätsbereiches ist von Interesse bei der Abschätzung des Einfangwirkungsgrades eines LB. Wenn wir einen nahezu monoenergetischen kontinuierlichen Strahl passender Energie in einen LB einschießen,

wird nur ein Teil des Strahles eingefangen und beschleunigt. Er besteht aus solchen Teilchen, die sich beim Eintritt innerhalb des stabilen Phasenbereiches befinden. Man nennt diesen Bereich deswegen auch Phaseneinfangbereich. Der Einfangwirkungsgrad ist, unter Berücksichtigung der Näherung (6,XII) $3\varphi_s/2\pi$.

Mit dem für LB charakteristischen Wert $\varphi_s \simeq 30^\circ$ erhält man einen Einfangwirkungsgrad von 25 %. Wenn der maximale Einfangwirkungsgrad das einzige Ziel bei der Wahl von φ_s wäre, sollte man φ_s so groß wie möglich wählen. Andere Erfordernisse, wie z. B. transversale Fokussierung der Teilchen, sprechen für kleineres φ_s. Übliche Kompromisse sind für Protonenbeschleuniger $\varphi_s = 20^\circ$ bis 30° und für Elektronenbeschleuniger $\varphi_s = 30^\circ$ bis 50° am Einschußende, mit Verminderung auf 20° bis 30° für höhere Energien und weiter herunter auf 0° für ER-Elektronen.

Man kann den Einfangwirkungsgrad auch durch Benutzung von speziellen Phasenbündelungsröhren ("bunchers") vergrößern, aber wir werden auf die diesbezügliche allgemeine Theorie der Vorbündelung nicht eingehen.

c) Dämpfung der Phasenschwingungen und Phasenbündelung

Wir kehren nun zur Bewegungsgleichung (4,XII) zurück, um die Schwingungen der Teilchen zu diskutieren. Die Kraft ist zwar in hohem Grade nicht-linear; wir können uns aber ein gutes qualitatives Bild machen, wenn wir uns auf die Betrachtung linearer Schwingungen — gleichbedeutend mit Schwingungen kleiner Amplitude — beschränken. Für kleine Amplituden kann (4,XII) geschrieben werden

$$\frac{d\Delta p}{dt} = -e\mathcal{E}\sin\varphi_s \cdot \Delta\varphi. \tag{7,XII}$$

Für kleine Impulsamplituden finden wir

$$\Delta p = m_0 (1-\beta_s^2)^{-3/2}\,\Delta\dot{z}. \tag{8,XII}$$

Außerdem ist

$$\Delta\varphi = k\Delta z = \frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot\frac{\Delta z}{\beta_s}. \tag{9,XII}$$

Es folgt

$$\Delta p = \frac{\lambda_0 m_0}{2\pi}(1-\beta_s^2)^{-3/2}\frac{d}{dt}(\beta_s\Delta\varphi), \tag{10,XII}$$

und die Bewegungsgleichung wird

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\lambda_0 m_0}{2\pi}(1-\beta_s^2)^{-3/2}\frac{d}{dt}(\beta_s\Delta\varphi)\right] + \frac{e\mathcal{E}}{\beta_s}\sin\varphi_s(\beta_s\Delta\varphi) = 0. \tag{11,XII}$$

In dieser Gleichung ist β_s veränderlich, und im allgemeinen können auch $\mathcal{E}$ und φ_s längs des Beschleunigers variieren. Es ist deswegen unmöglich, eine

exakte Lösung von (11,XII) zu erhalten, aber die Parameter β_s, $\mathcal{E}$, φ_s verändern sich oft so langsam, daß die adiabatische Lösung von (11,XII) eine recht befriedigende Näherung ergibt. Diese adiabatische Näherung kann geschrieben werden:

$$\Delta\varphi = \frac{A}{\beta_s}\sqrt[4]{2\pi(1-\beta_s^2)^{3/2}\beta_s/(m_0\lambda_0 e\mathcal{E}\sin\varphi_s)}\sin\int\omega_\varphi\,dt \qquad (12,\mathrm{XII})$$

wobei A eine Konstante ist und

$$\omega_\varphi = \sqrt{\frac{2\pi e\mathcal{E}\sin\varphi_s}{\lambda_0 m_0}\frac{(1-\beta_s^2)^{3/2}}{\beta_s}} \qquad (13,\mathrm{XII})$$

Wie aus (12,XII) ersichtlich ist, sind die Amplituden der Phasenschwingungen gedämpft. Wenn $\mathcal{E}$ und φ_s konstant sind, folgt diese Dämpfung dem Gesetz $[(1-\beta_s^2)^{1/2}/\beta_s]^{3/4}$. Wegen dieser Dämpfung bleiben die beim Einschuß in den phasenstabilen Bereich aufgenommenen Teilchen auch während des ganzen Beschleunigungsvorganges darin gefangen, wenn sie nicht durch allzustarke Irregularitäten hinausgeworfen werden; darüber hinaus zieht sich das ganze Teilchenpaket zusammen.

Als Beispiel für die Wichtigkeit dieser Dämpfungsbündelung können wir einen Protonenbeschleuniger für 0,5 bis 50 MeV betrachten, ähnlich der Einschußmaschine für das 25 GeV-CERN-Synchrotron. Für diesen Fall folgt aus der obigen Gleichung, daß die Amplitude der linearen Phasenschwingungen auf etwa $^1/_6$ reduziert wird.

Bei Anwendung von (12,XII) auf Elektronen-LB muß man vorsichtig sein. Die adiabatische Lösung ist ja nur gültig, wenn die relative Amplitudenänderung von $\beta_s\Delta\varphi$ in der Zeit ω_φ^{-1} klein gegen 1 ist. Bei Protonenbeschleunigern ist diese Bedingung immer erfüllt. Für Elektronenbeschleuniger dagegen gibt es eine untere und eine obere Grenze der Gültigkeit. Die untere Grenze liegt bei etwa 10 keV (oder etwas höher) für übliche Beschleunigerparameter. Dieser Grenze kommt wenig Bedeutung zu, da man immer mit höheren Energien einschießt. Wichtiger ist die obere Grenze. Sie ist in geringem Maße abhängig von den Beschleunigerparametern und liegt bei etwa 0,5 MeV. Oberhalb dieser Energie müssen andere Lösungen von (11,XII) gefunden werden. Die Phasenbündelungswirkung ist jedoch im Bereich unterhalb von etwa 0,5 MeV am stärksten, und deswegen kann sie auch für Elektronen-LB mittels der adiabatischen Lösung untersucht werden. Als Beispiel wollen wir einen Beschleunigerabschnitt betrachten, der Elektronen von 60 keV auf 400 keV mit konstantem $\mathcal{E}$ und φ_s beschleunigt. In diesem Abschnitt werden die Phasenschwingungen mit dem Faktor 0,46 oder auf knapp die Hälfte ihrer ursprünglichen Amplituden gedämpft. Auf Kosten des Beschleunigungswirkungsgrades kann dies etwas verbessert werden, indem man $\mathcal{E}_z$ und φ_s längs der Achse veränderlich macht. Um die Phasenbündelung zu verstärken, müssen $\mathcal{E}_z$ und φ_s mit zunehmender

Energie anwachsen. Ein Anwachsen von φ_s längs des Beschleunigers führt jedoch zu einem ziemlich kleinen Einfangbereich beim Einschuß und ist daher nicht zu empfehlen. Tatsächlich verfolgt man in der Praxis den entgegengesetzten Weg und reduziert φ_s während der Beschleunigung, um maximalen Einfangwirkungsgrad zu erzielen. Es bleibt daher nur die Möglichkeit, $\mathcal{E}_z$ zu erhöhen. Wächst z. B. $\mathcal{E}_z$ während der Beschleunigung von 60 keV auf 400 keV um den Faktor 2 an, so liegt die Verbesserung der Phasenbündelung etwas unterhalb 20 %. Die 4. Wurzel in (12,XII) läßt nur eine ziemlich kleine Verbesserung mittels dieser Methode zu. Auch oberhalb 400 keV werden die Phasenschwingungen noch gedämpft. Die Dämpfung bleibt jedoch insgesamt klein. Deshalb ist der kleine Phasenbündelungswirkungsgrad im Elektronen-LB ein Problem.

Bei den meisten in England gebauten Geräten hält man $\mathcal{E}_z$ und φ_s auch im Phasenbündelungsbereich nahezu konstant [259], wohingegen der Stanford-Beschleuniger im Bündelungsbereich ein starkes Anwachsen von $\mathcal{E}_z$ und Abnehmen von φ_s mit zunehmender Energie aufweist.

Die adiabatische Phasenbündelung auf Grund von (12,XII) kann, wie bereits oben erwähnt, durch eine nichtadiabatische Vorbündelung ergänzt werden. Eine solche Vorbündelung wird sehr oft, insbesondere bei Protonenbeschleunigers, mittels einer kurzen Beschleunigungsstrecke und eines darauffolgenden Laufraumes, ähnlich wie im Klystron durchgeführt.

d) Energieschwingungen

Wie man aus der Diskussion in a) entnehmen kann, sind die Energieschwingungen mit den Phasenschwingungen gekoppelt. Sie können fast in gleicher Weise wie die Phasenschwingungen behandelt werden. Die Ergebnisse lassen sich jedoch auch unmittelbar aus der Tatsache entnehmen, daß das Produkt aus Phasenschwingungsamplitude und Energieschwingungsamplitude eine adiabatische Invariante darstellt, was aus den Hauptsätzen der Mechanik bewiesen wird (Liouville's Satz über die Volumenkonstanz im Phasenraum). Es folgt, daß sich die Energieschwingungen reziprok zu den Phasenschwingungen verändern. Für kleine Amplituden, bei denen die lineare Näherung gilt, lautet die adiabatische Lösung für die Energieschwingungen

$$e \Delta u = e \Delta \beta_s c \sqrt[4]{m_0 \lambda_0 e \mathcal{E} \sin \varphi_s / [2 \pi (1 - \beta_s^2)^{3/2} \beta_s)]} \cos \int \omega_\varphi \, dt. \qquad (14,XII)$$

Obwohl danach die Energieschwingungen während der Beschleunigung angefacht werden, bleiben die *relativen* Energieschwingungsamplituden $\Delta u/u_s$ gedämpft. Die relative Energiebreite des Strahles ist also am Ausgang des LB kleiner als am Eingang, wenn die Bedingungen so gewählt werden, daß die adiabatische Lösung gültig ist. Bei Elektronenbeschleunigern, für die diese Bedingung nicht erfüllt ist, ist die Situation komplizierter.

Wir wollen als Beispiel wieder einen Protonenbeschleuniger für 0,5 → 50 MeV betrachten. Die Energieschwingungen werden etwa auf das sechsfache der Anfangsamplituden angefacht, die *relativen* Energieschwingungsamplituden $\Delta u/u_s$ werden auf $^1/_{15}$ verringert. Es sei hinzugefügt, daß die Energiebreite am Ausgang des CERN-LB, der etwa diesen Energiebereich hat, auf ungefähr ± 300 keV berechnet wurde.

Leider ist es sehr schwierig, solche Energieverteilungen zu messen, und es gibt nur wenige zuverlässige Messungen an den vorhandenen Protonen-LB. Die beste scheint von der Minnesota-Gruppe durchgeführt worden zu sein. Die Verfasser fanden eine Gesamtenergiebreite von 700 keV hinter dem zweiten Beschleunigungshohlraum bei 40 MeV [235]. Dies ist etwas mehr, als man nach der oben beschriebenen adiabatischen Dämpfung erwarten sollte.

73. Radialbewegung

Die elektrischen Feldlinien in einem Beschleunigungsspalt, wie sie im Alvarez-Beschleunigertyp verwendet werden, verlaufen im wesentlichen so wie in Abb. 121 dargestellt. Ein Teilchen erfährt deswegen bei Eintreten

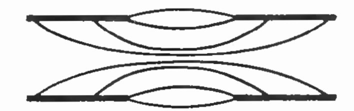


Abb. 121: Feldlinien in einem Beschleunigungsspalt (z-Richtung horizontal)

in den Spalt, im Gebiet links von der Spaltmittelebene, eine zur Achse hin gerichtete fokussierende Kraft und im Gebiet rechts davon, beim Verlassen des Spaltes, eine von der Achse weg gerichtete, defokussierende Kraft. In Anmerkung 1 auf S. 273 haben wir gesehen, daß nur auf der ansteigenden Flanke der elektrischen Welle (als Funktion der Zeit) Phasenstabilität vorhanden ist, d. h. aber: während der Zeit, in der ein phasenstabiles Teilchen den Spalt durchquert, wächst die Feldstärke an. Die defokussierende Kraft ist also stärker als die fokussierende Kraft, woraus insgesamt eine radiale Defokussierung resultiert.

Dies war ein spezielles Beispiel und man könnte fragen, ob nicht andere Beschleunigungsstrukturen ein anderes Ergebnis liefern. Leider ergibt sich, daß bei Abwesenheit von Ladungen oder Strömen im achsennahen, vom Strahl eingenommenen Bereich in erster Näherung die mittlere Radialkraft keine Fokussierung bewirken kann, wenn die mittlere longitudinale Kraft Phasenstabilität hervorruft [248]. Dies ist ein Spezialfall des Theorems von *Earnshaw* und folgt daraus, daß in einem mit dem phasenstabilen Teilchen mitbewegten Koordinatensystem div $\mathfrak{E} = 0$ ist.

Die früher diskutierte Tatsache, daß nur die mit einem Teilchen in Resonanz befindliche Partialwelle seine Bewegung beeinflußt, soll nun benutzt werden, um die Frage der radialen Stabilität etwas eingehender zu behandeln. die Radialkraft kann aus (1a,XII) und (1e,XII) gefunden werden. Wenn außerdem (2b,XII) berücksichtigt wird, kann man sie schreiben als

$$F_r = \frac{e\mathcal{E}}{2} k_0 r \beta^{-1} (1 - \beta^2) \sin(\varphi_s + \Delta\varphi), \qquad (15,XII)$$

wobei φ_s und $\Delta\varphi$ die gleiche Bedeutung wie früher haben. Auch dies läßt erkennen, daß ein HF-Feld nicht gleichzeitig Phasenstabilität und radiale Stabilität erzeugen kann. Es wird sich weiter unten zeigen, daß dies bei Protonenbeschleunigern eine ernsthafte Schwierigkeit darstellt. Dagegen ist es nicht schwierig, der durch (15,XII) gegebenen Kraft in Elektronenbeschleunigern entgegenzuwirken.

74. Fokussierung im Elektronen-LB

Es ist bekannt, daß ein axiales magnetisches Feld auf einen Strahl geladener Teilchen radiale Fokussierungskräfte ausübt. Um die in (15,XII) angegebene Kraft auf ein Sollteilchen zu kompensieren, ist folgende Kraftflußdichte erforderlich:

$$B_0^2 = 2 \frac{m}{e} k_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \sin\varphi_s . \qquad (16,XII)$$

Tatsächlich muß man diese Kraft überkompensieren, so daß eine zur Achse hin gerichtete Kraft resultiert, damit die Teilchen stabile radiale Schwingungen mit nicht zu großen Amplituden ausführen. Wir können das dazu erforderliche Feld schreiben als

$$B = K B_0 = \sqrt{2 K^2 \frac{m}{e} k_0 \frac{(1-\beta^2)^{1/2}}{\beta} \sin\varphi_s} . \qquad (17,XII)$$

Ein vernünftiger Wert für K ist 1,5. Mit den Zahlenwerten für Elektronenmasse und -ladung erhalten wir dann

$$B \cong 12{,}7 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{\lambda_0} \frac{(1-\beta^2)^{1/2} \sin\varphi_s}{\beta}} \text{ in } \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} . \qquad (18,XII)$$

Setzen wir $\mathcal{E} = 5$ MV/m, $\lambda_0 = 0{,}1$ m, $\varphi_s = 45°$, $\beta = 0{,}5$ (Einschußspannung $\simeq$ 80 kV), so wird

$$B \approx 0{,}1 \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}$$

Wie man aus (18,XII) ersieht, fällt die benötigte Kraftflußdichte mit wachsender Teilchenenergie sehr schnell ab. Tatsächlich benötigt man das magnetische Feld überhaupt nur im Anfangsbereich des Elektronen-LB, in dem die Phasenbündelung stattfindet. Die erforderliche Kraftflußdichte läßt sich in der Praxis leicht erreichen. Normalerweise wird daher die Fokussierung mittels magnetischen Längsfeldes in allen Elektronen-LB benutzt.

Bei ER-Geschwindigkeiten ist, wie bereits erwähnt, keine Fokussierung erforderlich. Mit wachsender Geschwindigkeit wirkt nämlich der Fokussierungseffekt der H_Θ-Komponente mehr und mehr der elektrischen Radialkraft entgegen und kompensiert sie völlig im Grenzfall $v = c$ [1]). Während der axiale Impuls ungefähr proportional z weiterhin anwächst, nimmt der radiale Impuls nicht mehr zu. Wir können deswegen für die Bewegung in diesem Bereich schreiben

$$\frac{d}{dt}(m\,v_r) = 0, \quad m\,v_r = const, \tag{19,XII}$$

$$m\,v_r \sim z\,v_r = z\,\frac{dr}{dt} = c\,z\,\frac{dr}{dz} = const \rightarrow r = C\,ln\,\frac{z}{z_0} \tag{20,XII}$$

Daraus folgt, daß selbst bei einer ursprünglich vorhandenen Richtungsdivergenz des Elektronenstrahls der Strahldurchmesser im ER-Gebiet nur noch sehr langsam anwächst [2]). Oberhalb 5 bis 10 MeV wird keine zusätzliche Fokussierung benötigt.

75. Fokussierung im Ionen-LB

Bei der Beschleunigung von Protonen oder schwereren Teilchen ist das Fokussierungsproblem entschieden schwerer zu lösen [3]). Dies ist sehr leicht einzusehen, wenn man zur Berechnung des erforderlichen magnetischen Längsfeldes die Zahlenwerte für Protonenmasse und -ladung in (17,XII) einsetzt. Mit $K = 1{,}5$ erhält man

$$B \cong 545 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{\lambda_0}\,\frac{(1-\beta^2)^{1/2}}{\beta}}\,\sin\varphi_s \quad \text{in} \quad \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$$

---

[1]) Auch die Coulombschen Abstoßkräfte werden bei $v \cong c$ durch die magnetischen Anziehungskräfte kompensiert.

[2]) Man kann das auch so ausdrücken: Einem mit dem Elektron bewegten Beobachter erscheint infolge der Lorentz-Kontraktion der Beschleuniger stark verkürzt, in solchem Maße, daß sich der ursprüngliche radiale Impuls so auswirkt wie oben angegeben.

[3]) Der Einfachheit halber werden wir im folgenden nur von Protonen sprechen. Für schwerere Teilchen sind die Ergebnisse sehr ähnlich, obwohl natürlich die Zahlenwerte nicht direkt übertragen werden können.

Der Faktor vor der Wurzel ist jetzt ungefähr 40 mal so groß wie der in der entsprechenden Gleichung für Elektronen. Sicherlich wird dies z. T. dadurch aufgehoben, daß für Protonen ein größeres λ_0 benutzt wird, aber dem Einfluß des größeren λ_0 wirkt der Faktor, der β enthält, entgegen. β ist ja bei gleicher kinetischer Energie für Elektronen wesentlich größer als für Protonen. Wir wollen wieder ein Beispiel betrachten: $\mathcal{E} = 2\,\mathrm{MV/m}$, $\lambda_0 = 1{,}5\,\mathrm{m}$, $\varphi_s = 30°$, $\beta = 0{,}03$ (Einschußspannung 500 kV). Das ergibt

$$B \simeq 2{,}6 \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}$$

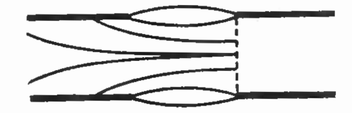
und ist wesentlich mehr, als sich praktisch verwirklichen läßt. Man kann also diese Fokussierungsmethode als ungeeignet für Protonenbeschleuniger bezeichnen[1]).

Während der letzten 10 Jahre wurden mehrere Fokussierungsmethoden für Protonen vorgeschlagen. Nur zwei Methoden werden praktisch angewandt, nämlich die Gitterfokussierungsmethode, die zuerst am 32 MeV-LB in Berkeley [225] benutzt wurde, und die AG-Fokussierung, die zuerst von *Blewett* [227] für LB vorgeschlagen wurde. Wir beschränken unsere Abhandlung auf diese beiden Methoden.

a) Gitterfokussierung

In Abb. 121 wurden die Feldlinien in einem Spalt des Alvarez-Beschleunigertyps dargestellt. Es wurde gefolgert, daß das Teilchen ein fokussierendes Feld durchläuft, wenn es eine Driftröhre verläßt, und ein defokussierendes Feld, wenn es in die folgende Driftröhre eintritt. Das defokussierende Feld ist stärker, weil die Feldstärke währenddessen zunimmt. Wenn wir jedoch vor der Eintrittsöffnung der Driftröhre eine leitende Folie anbringen, dann wird die Feldlinienverteilung etwa so verändert, wie in Abb. 122 gezeigt, und die defokussierende Feldkomponente verschwindet. Ein solcher Spalt sollte also insgesamt eine Fokussierung hervorrufen. Unglücklicherweise werden aber die Folien durch elektrostatische Kräfte oder Funken [7] beschädigt, wenn sie genügend dünn sind, um die Teilchenbewegung nicht wesentlich zu stören.

Abb. 122: Elektrisches Feld in einem Spalt mit fokussierendem Gitter



[1]) Hinsichtlich dieser Schlußfolgerung sollte man jedoch einen Vorbehalt machen: Wenn der LB mit niedrigem Tastverhältnis — z. B. als Einschußgerät für ein großes Synchrotron — betrieben wird, ist es möglich, gepulste Felder ausreichender Stärke zu erzeugen (*Hereward* [243]). Trotzdem wurde diese Methode zugunsten anderer aufgegeben.

Man erhält eine praktisch benutzbare Anordnung, indem man die Folie durch ein Drahtgitter ersetzt.

Im ersten Augenblick scheint es, als ob die fokussierende Wirkung eines Gitters dem früher erhaltenen allgemeinen Ergebnis widerspräche, daß ein HF-Beschleunigungsfeld immer defokussierend wirke. Es sollte indessen bedacht werden, daß wir früher die entscheidende Voraussetzung machten, daß der Bereich, durch den der Strahl hindurchgeht, frei von Ladungen und Strömen sein müsse. Gerade diese Bedingung wird durch das Gitter verletzt, da es Ladungen und induzierte Ströme in den Strahlbereich einführt.

Die fokussierende Wirkung von Gittern wurde sehr eingehend von *Panofsky* [252] und *Bell* [226] analysiert. Zwecks näherer Angaben verweisen wir auf diese beiden Veröffentlichungen.

Die Gitterfokussierung hat den großen Vorteil, außerordentlich einfach und ziemlich unempfindlich gegen Dejustierungen zu sein. Sie hat ihre Wirksamkeit bei Beschleunigern, die schon viele Jahre in Betrieb sind, bewiesen. Als Nachteil sei erwähnt, daß die durch Gitter erhaltene Fokussierung verhältnismäßig schwach ist. Demzufolge beeinflussen Phasenschwingungen, welche nach (15,XII) die Fokussierungskraft ändern, die resultierende Fokussierung erheblich. Dadurch kann ein ernstlicher Intensitätsverlust oder mindestens eine unerwünschte Zunahme des Strahldurchmessers [244] verursacht werden. Es wäre deswegen erwünscht, eine beträchtlich stärkere Fokussierung und eine flexiblere Fokussierungseinrichtung zu besitzen. Ein weiterer Nachteil der Gitter besteht darin, daß eine beträchtliche Anzahl von Teilchen durch Zusammenstoß mit den Gitterdrähten verlorengeht. Wir müssen bedenken, daß viele Driftröhren erforderlich sein können: In einem Beschleuniger von 0,5 MeV benötigt man rund 100 Driftröhren. Wenn das einzelne Gitter 98 % der Strahlintensität ungestört hindurchläßt, ist die Intensität am Ende auf etwa 10 % abgefallen. In der Praxis wurde festgestellt, daß man die Gitter so weit

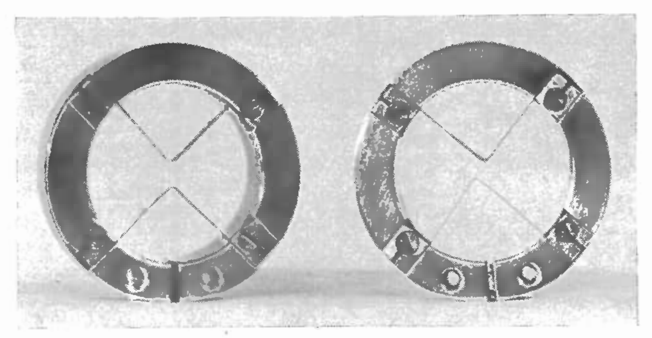


Abb. 123: Auf zwei gebogene Drähte reduzierte „Gitter"

reduzieren kann, daß sie sehr „offen" sind und nur noch aus zwei gebogenen Drähten bestehen, wie in Abb. 123 gezeigt.

Jedoch ist ein solches Gitter im Endeffekt nicht wesentlich besser als eines mit mehreren Drähten, wahrscheinlich weil die größere Durchlässigkeit weitgehend durch eine Abnahme der Fokussierungswirkung kompensiert wird.

Es ist leicht einzusehen, daß die Gitterverluste die maximale Länge eines Protonen-LB — und damit die Maximalenergie — ernstlich beschränken, falls man ausschließlich an die Gitterfokussierung gebunden ist. Dies war während vieler Jahre der Hauptgrund für den relativ langsamen Fortschritt in der Entwicklung von Protonen-LB.

b) AG-Fokussierung

Bereits gleichzeitig mit der ersten Veröffentlichung über AG-Fokussierung im Synchrotron [228] erschien eine Arbeit von *Blewett* mit dem Vorschlag, diese Fokussierungsmethode auch im LB anzuwenden [227]. Dadurch erwachte erneut das Interesse am Protonen-LB.

Das Fokussierungsprinzip ist das gleiche, wie Ziffer 53 erklärt. Eine entsprechende fokussierende Wirkung läßt sich beim Protonen LB durch elektrostatische Linsen mit vier Elektroden (Abb. 124) oder durch magnetische Linsen mit vier Polschuhen (Abb. 125) bewirken (Quadrupollinsen), deren Polarität sich periodisch längs der Beschleunigerachse ändert. Die erstere hat den Vorteil, keine Leistung zu verbrauchen; es sind aber sehr starke Felder, insbesondere bei kleinen Protonenenergien, erforderlich. Mit den Parametern der Berkeley-Maschine (vgl. Tabelle 21, S. 305) würde man Spannungen von 40 bis 50 kV zwischen den Elektroden benötigen, um am Eingang (4 MeV) des Beschleunigers eine ausreichende Fokussierung zu erhalten. Bei einer Maschine wie in Genf (CERN) mit einer Einschußenergie unterhalb 1 MeV ist die Situation noch schlechter, und man hätte mit erheblichen Isolationsschwierigkeiten zu rechnen.

*Permanent*magnet-Quadrupole würden den gleichen Vorteil wie elektrostatische Quadrupole haben, da sie keine Leistung verbrauchen. Sie haben zusätzlich den Vorteil, überschlagsfrei zu sein. Eine ausgedehnte Untersuchung dieser Linsen wurde in Brookhaven durchgeführt [228]. Es zeigte sich, daß man beim jetzigen Stand der Technik die notwendigen Feldgradienten nicht erreichen kann. Außerdem besteht noch die Schwierigkeit, bei der Magnetisierung die genaue Sollfeldstärke zu erreichen.

Elektromagnete scheinen deswegen im Augenblick die einzigen Quadrupole von praktischem Interesse zu sein. Sie haben indessen zwei Hauptnachteile, nämlich die Erwärmung der Driftröhren durch die von den Spulen ab-

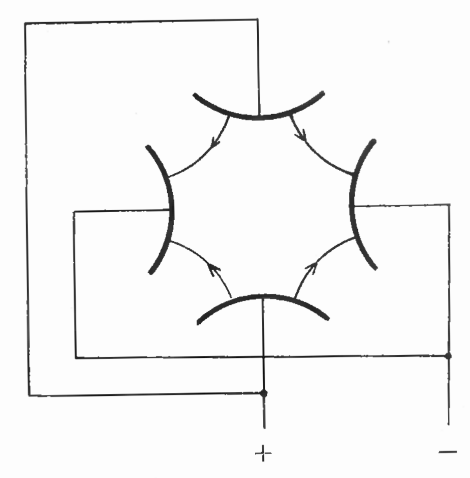


Abb. 124: Elektrostatische Quadrupollinse

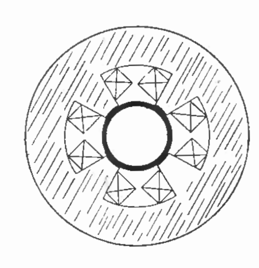


Abb. 125: Magnetische Quadrupollinse

gegebene Joulesche Wärme[1]) und die Sättigung der Polschuhspitzen wegen der hohen erforderlichen Feldgradienten am Eingang des LB und bei niedrigen Energien.

Der Raumbedarf für die notwendige Wasserkühlung der Quadrupollinsen, die in die Driftröhren eingebaut werden müssen, wird bei normalen Beschleunigungsfeldstärken unterhalb einiger MeV mit abnehmender Teilchenenergie sehr groß. Dies ist der Hauptgrund, warum man sich in Harwell (wo ein 50 MeV Protonen-LB gebaut wurde) entschlossen hat, die AG-Fokussierung nicht weiter herunter als bis 10 MeV zu treiben. Unterhalb dieser Energie werden Gitter benutzt.

Wenn der LB für Einschußzwecke benutzt wird, ist das Tastverhältnis normalerweise sehr niedrig. Dies ermöglicht den Impulsbetrieb der Quadrupollinsen und verringert die Erwärmung beträchtlich. Bei CERN werden die Quadrupollinsen im ersten 10 MeV-Abschnitt der Protonen-LB, der zum Einschießen in das große Synchrotron benutzt wird, mit Stromimpulsen betrieben, oberhalb 10 MeV mit Gleichstrom wie in Harwell. In der Einschußmaschine in Brookhaven benutzt man den Impulsbetrieb durchgehend bis 50 MeV. In Harwell ist das Tastverhältnis zu hoch für einen Impulsbetrieb der Linsen.

Auch für das zweite Problem, das der Sättigung, bietet der Impulsbetrieb Vorteile. Bei niedrigen Impulsfolgefrequenzen wird die Erwärmung so weit

---

[1]) Wir setzen in diesem Abschnitt nur Beschleunigerstrukturen mit Driftröhren voraus, da diese in der Praxis benutzt werden. Ähnliche Betrachtungen würden auch für andere Anordnungen gelten.

verringert, daß der magnetische Wirkungsgrad der Linsen unwichtig ist. Man kann sie dann weit in das Sättigungsgebiet hinein betreiben. Dennoch ergibt dies eine der Grenzen, bis zu der man in Protonenbeschleunigern mit der Energie heruntergehen kann. CERN hat am Beschleunigereingang (Einschußenergie 500 keV) Schwierigkeiten. Hauptsächlich aus diesem Grunde entschloß man sich in Brookhaven, mit 750 keV einzuschießen.

Die oben erwähnten Energiegrenzen sollten nur als Richtwerte angesehen werden, sie hängen noch von den Parametern des Beschleunigers ab; sie werden herabgesetzt, wenn die Energiezunahme pro Längeneinheit oder die Frequenz oder beide reduziert werden. Bisher wurden mindestens drei LB mit Fokussierung durch Quadrupollinsen und einer maximalen Energie von 50 MeV in Betrieb genommen.

Einige typische Daten werden zur Erläuterung von Interesse sein. Man kann in einer Driftröhrenmaschine die Linsen so lang machen, daß jede ungefähr die Hälfte des Abstandes zwischen zwei Spaltmitten einnimmt. Sie haben dann einen „Füllfaktor" von 0,5.

In den drei bisher gebauten Maschinen läßt man die Polarität der Quadrupollinsen nur bei jeder zweiten wechseln, d. h. eine Fokussierungsperiode enthält 4 HF-Perioden. Bei dieser Wahl und einem Füllfaktor von 0,5 muß der Feldgradient in der Quadrupollinse ungefähr 6 kG/cm bei einer Energie von 500 keV betragen, wenn die Frequenz 200 MHz, die Energiezunahme pro Längeneinheit 1,7 MeV/m und $\varphi_s = 30^\circ$ sind. Das läßt sich im Impulsbetrieb bei ziemlich niedrigem Tastverhältnis noch erreichen. Bei 1 MeV ist der benötigte Feldgradient bereits auf etwa 4 kG/cm abgefallen, und bei 10 MeV beträgt er nur noch 0,8 kG/cm[1]).

76. Beschleunigungsstrukturen

In Ziffer 71 wurde gezeigt, daß sich die Theorie der LB in zwei Hauptgebiete einteilen läßt: Strahldynamik und Struktur der HF-Leitung zur Erzeugung des gewünschten Feldes. Bisher haben wir uns im wesentlichen mit der Strahldynamik auseinandergesetzt. In den folgenden Kapiteln wenden wir uns dem Problem der Erzeugung des benötigten Beschleunigungsfeldes zu und betrachten die praktische Ausführung bei den in Betrieb befindlichen Beschleunigern.

Zum Vergleich verschiedener Beschleunigungsanordnungen und als Maß für die jeweilige „Güte" einer bestimmten Struktur benutzt man mehrere quan-

---

[1]) Diese Zahlen haben zur Voraussetzung, daß die effektive Fokussierungskraft der Magneten doppelt so groß sein muß, wie die Defokussierungskraft des HF-Wechselfeldes [244]. Ein ähnlicher Grundgedanke wurde bei der Diskussion der elektrostatischen Quadrupollinsen und der Solenoide benutzt.

titative Größen. Die wichtigsten dieser Größen sind: Die Shuntimpedanz (equivalent-shunt-impedance = Parallelverlustwiderstand) und die Dämpfungslänge (attenuation length, Kehrwert der Dämpfungskonstanten α).

Die Shuntimpedanz ist definiert als

$$\eta = \frac{\mathcal{E}^2}{p}. \tag{21,XII}$$

Dabei hat $\mathcal{E}$ die frühere Bedeutung (elektrische Längsfeldstärke in der Achse), und p ist der HF-Leistungsverlust pro Längeneinheit der Beschleunigungsanordnung[1]). Die Shuntimpedanz soll möglichst groß sein. Die Verlustleistung pro Längeneinheit p ist frequenzunabhängig: Werden die geometrischen Abmessungen proportional der Vakuumwellenlänge variiert, so ist p proportional der Wurzel aus der Wellenlänge. Unter sonst gleichen Bedingungen sollte eine möglichst große Frequenz benutzt werden. Eine obere Frequenzgrenze ist jedoch durch andere Überlegungen gegeben, z. B. durch den für den Strahl benötigten freien Raum, durch die Änderung von $\mathcal{E}_z$ mit $J_0\,(\gamma r)$ (Seite 271), durch Fokussierungsschwierigkeiten, die mit steigender Frequenz zunehmen, und durch die verfügbaren Mikrowellenröhren zur Erzeugung der erforderlichen Leistung. *Alvarez* und seine Mitarbeiter wählten eine Frequenz von 200 MHz, was sich später als guter Kompromiß herausstellte und für die meisten anderen gebauten und im Bau befindlichen Protonenmaschinen übernommen wurde. Bei Elektronen sind der erste und der letzte Punkt am wichtigsten, und fast alle Konstrukteure haben daher ungefähr 3000 MHz für Elektronenbeschleuniger gewählt. Wenn gute HF-Quellen für 1000 bis 1500 MHz im Handel wären, gäbe es genügend Gründe für die Wahl der Betriebsfrequenz in diesem Bereich, obwohl sich dabei eine etwas kleinere Shuntimpedanz ergeben würde.

Wir können bereits jetzt aus (21,XII) einige Folgerungen für die Festlegung der Länge eines Beschleunigers ziehen. Der Einfachheit halber nehmen wir an, $\mathcal{E}$ und p seien längs des Beschleunigers konstant. Wir erhalten dann für den Energiegewinn

$$e\,U = e\,(\eta\,L\,P)^{1/2}\cos\varphi_s,$$

wobei L die Länge des Beschleunigers ist, und $P = p\,L$ der gesamte HF-Verlust in der Leitung. Dies zeigt, daß die mit einem vorgegebenen HF-Generator erreichbare Endenergie mit der Quadratwurzel aus der Länge anwächst oder umgekehrt: die für eine vorgegebene Teilchenenergie erforderliche HF-Leistung ist umgekehrt proportional der Länge. Es kann also vorteilhaft sein, eine größere Beschleunigerlänge zu wählen als durch die HF-Überschlagsgefahr in der Leitung gegeben ist. Die Beschleunigerlänge

---

[1]) Manchmal findet man auch eine 2 im Nenner. Beim Vergleich zitierter Zahlen sollte man sich deswegen über die Definition im Klaren sein.

ist jedoch hinsichtlich Konstruktion, Abschirmung und Bau ziemlich kostspielig. Da es außerdem mit zunehmender Länge immer schwieriger wird, längs der Leitung den richtigen Schwingungstyp (mode) aufrecht zu erhalten [225], haben die meisten Konstrukteure die kleinstmögliche Länge gewählt, die sich aus der Begrenzung durch die Überschlagsgefahr ergibt. Normalerweise hält man 20 MV pro Meter für den Scheitelwert des HF-Feldes in den Beschleunigungsspalten für die obere Grenze bei 200 MHz. Für höhere Frequenzen kann dieser Wert etwas heraufgesetzt werden.

Ein anderer nützlicher Parameter bei der Planung einer Beschleunigungsleitung ist die Dämpfungslänge l_0, wie üblich definiert als die Entfernung, in der der Leistungsfluß auf den e-ten Teil seines ursprünglichen Wertes abgefallen ist. Die Beziehung zwischen dem Leistungsfluß S und dem Leistungsverlust pro Längeneinheit ist

$$\frac{dS}{dz} = -p = -\frac{p}{S} \cdot S,$$

und weil (p/S) unabhängig von S ist, wird die Dämpfungslänge

$$l_0 = \frac{S}{p}. \qquad (22,\text{XII})$$

Bevor wir mit der Beschreibung spezieller Anordnungen beginnen, wollen wir überlegen, welche Phasengeschwindigkeitsbereiche für uns von Interesse sind. Für *Elektronen* sind wir hauptsächlich an Phasengeschwindigkeiten interessiert, die ungefähr gleich c sind. Andererseits haben Protonen bei 500 keV eine Geschwindigkeit von etwa 0,03 c und selbst bei 50 MeV erst etwa 0,3 c. Wir werden deshalb die nun folgende Betrachtung in zwei Abschnitten durchführen. In Abschnitt a) werden wir Strukturen beschreiben, die für Phasengeschwindigkeiten $v_{ph} > 0{,}5$ c geeignet sind; im Abschnitt b) solche für wesentlich kleinere Phasengeschwindigkeiten.

a) Beschleunigungsleitungen für Elektronen

α) Der mit einem Dielektrikum ausgelegte Hohlleiter

Die TM-Wellen in zylindrischen Hohlleitern haben longitudinale elektrische Felder. Wenn das Innere eines zylindrischen metallischen Hohleiters leer ist, haben alle Wellentypen Phasengeschwindigkeiten größer als c, können also nicht zur Beschleunigung von Teilchen Verwendung finden.

Der natürlichste Weg, einen solchen Hohlleiter derart zu verändern, daß er Wellen mit Phasengeschwindigkeiten kleiner als c fortleiten kann, ist, ihn so mit einem Dielektrikum auszulegen, wie in Abb. 126 gezeigt. Durch geeignete Wahl der Parameter ist es dabei möglich, die gewünschte Phasengeschwindigkeit zu erhalten.

Der Wirkungsgrad eines solchen Systems ist jedoch nicht groß. Die Felder neigen dazu, sich lieber im Dielektrikum als in der Bohrung zu konzentrieren, und das ist gerade das Gegenteil von dem, was man erreichen will. Es bedeutet außerdem, daß nun nicht nur zusätzliche dielektrische Verluste auftreten, sondern daß auch die Kupferverluste in der Außenwand anwachsen. Die Shuntimpedanz einer solchen Struktur ist niedriger als die, welche man mittels anderer Methoden erhalten kann.

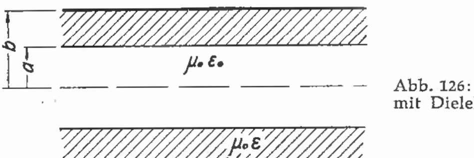


Abb. 126: Hohlleiter mit Dielektrikum ausgelegt

β) Der mit dielektrischen Lochscheiben belastete Hohlleiter

Harvie hat eine Abänderung des in Abb. 126 dargestellten Hohlleiters vorgeschlagen [239]. Sie besteht darin, das Dielektrikum so zu lamellieren wie in Abb. 127 angedeutet. Wenn die Periode dieser Struktur klein gegen die Wellenlänge ist, kann das System so behandelt werden, als ob es aus einem Hohlleiter wie in Abb. 126 besteht. Das Dielektrikum ist jedoch jetzt anisotrop.

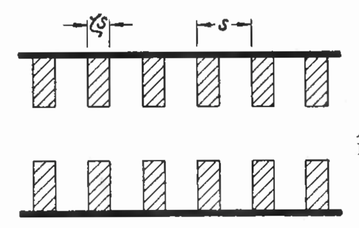


Abb. 127: Mit dielektrischen Lochscheiben belasteter Hohlleiter

Die Lamellierung reduziert die Kupferverluste und die dielektrischen Verluste und erlaubt, sehr hohe Shuntimpedanzen zu erreichen. Trotzdem hat sich diese Anordnung bisher nicht als Erfolg erwiesen. Das erste, von *Harvie* und Mitarbeitern ausgeführte Experiment an einem Hohlleiter, der mit Bariumtitanatscheiben belastet war, ergab ziemlich hohe Verluste wegen multipactoring [251]. Später hat niemand ähnliche Experimente durchgeführt, um festzustellen, ob diese Schwierigkeiten behoben werden können.

γ) Der periodisch mit metallischen Lochscheiben belastete Hohlleiter (Runzelröhre)

Der am häufigsten benutzte Typ einer Beschleunigerleitung im LB ist der lochscheibenbelastete, zylindrische Hohlleiter, bei dem Wände und Scheiben aus Metall größtmöglicher Leitfähigkeit hergestellt sind, die sogenannte Runzelröhre[1]). Die Lochscheiben sind periodisch angeordnet. Jeder Wellentyp innerhalb des Hohlleiters besteht aus einer unendlichen Zahl von Partialwellen mit verschiedenen Phasengeschwindigkeiten; einige von ihnen $\geq c$, einige $< c$. Dies kann aus dem Theorem von Floquet gefolgert werden, welches besagt [257]: Wenn wir längs der Struktur um eine Periode weitergehen, werden die Wellenfunktionen mit einer bestimmten Konstanten multipliziert. Der allgemeinste Ausdruck für die Welle $f(r, \Theta, z)$ lautet also

$$f(r, \Theta, z) = F(r, \Theta, z)\, e^{j(\omega t - k z)}. \tag{23,XII}$$

F ist eine periodische Funktion von z; k ist eine komplexe Konstante. Als periodische Funktion kann F in Fourier-Komponenten zerlegt werden, und mit der räumlichen Periode D ergibt sich $f(r, \Theta, z)$ als Überlagerung von Partialwellen der Form

$$e^{j(\omega t - (k + 2\pi n/D) z)}.$$

Wir können gewöhnlich die Dämpfung in dem System vernachlässigen, wenn wir die Feldverteilung finden wollen. Dann ist k entweder rein imaginär oder reell. Im ersten Fall erhalten wir abklingende, im zweiten Fall fortschreitende Wellen, die für uns von größtem Interesse sind. Die n-te Partialwelle hat die Ausbreitungskonstante

$$k_n = k + \frac{2\pi n}{D}, \tag{24,XII}$$

und zu jeder Ausbreitungskonstanten existiert eine entsprechende Phasengeschwindigkeit

$$v_n = \frac{\omega}{k_n} \tag{25,XII}$$

Durch geeignete Wahl von D kann die gewünschte Geschwindigkeit für eine der Partialwellen erhalten werden. Wir müssen aber gleichzeitig dafür sorgen, daß die Partialwelle mit der richtigen Phasengeschwindigkeit auch die größtmögliche Amplitude hat, wohingegen die anderen Wellen, die beim Beschleunigungsprozeß keine Rolle spielen, kleinstmögliche Amplituden haben sollen, um die Verluste auf das geringste Maß zu beschränken.

Die einleuchtendste Methode, die Feldgleichung in einem solchen System zu finden, wäre, zunächst die exakten Feldgleichungen für die beiden

---

[1]) Zuerst von *Cutler* [234] untersucht.

Bereiche $r < a$ und $a < r < b$ aufzustellen und sie dann durch Fourierentwicklung an der Grenzfläche $r = a$ einander anzupassen (Abb. 128). Dies ist jedoch mit beträchtlichen Schwierigkeiten verbunden. Die Dispersionsgleichung, welche die Beziehung zwischen Frequenz und Ausbreitungskonstante beschreibt, besteht aus einer unendlichen Determinante, die verschwinden muß. Die Elemente dieser Determinante sind komplizierte Ausdrücke. Zur Lösung muß man deshalb Näherungsmethoden benutzen. Am besten geeignet erscheint eine Methode von *Schwinger*, die gleichzeitig Fehlerquellen liefert, so daß man jederzeit die Güte der Näherung erkennen

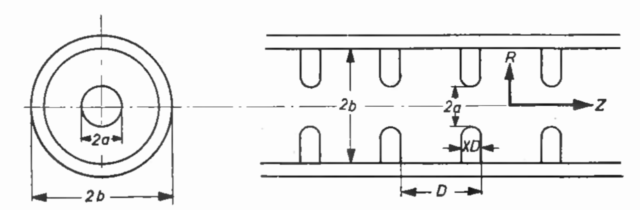


Abb. 128: Querschnitt und Längsschnitt durch eine Runzelröhre mit wesentlichen Maßen

kann [234]. Weitere Näherungsmethoden wurden von *Chu* und *Hansen* [233], *Slater* [255], *Brillouin* [229], *Walkinshaw* [259, 261], *Motz* [250] und anderen angegeben.

Auf diese Weise wird *eine* Beziehung zwischen den vier Hohlleiterparametern und der Wellenlänge gefunden (siehe Abb. 128). Unter Einhaltung dieser Beziehung werden die Parameter am besten so gewählt, daß sich sowohl die größtmögliche Shuntimpedanz als auch eine annehmbare Dämpfungslänge ergibt. Außerdem darf die Anordnung hinsichtlich der Konstruktion und der Betriebsbedingungen nicht zu empfindlich sein. Betrachten wir z. B. die Shuntimpedanz, so würden wir erwarten, daß die Verluste um so kleiner werden, je größer die räumliche Periode D ist. Für $D \geq \lambda/2$ aber kommen wir von einem Durchlaßbereich in einen Sperrbereich, und die Gruppengeschwindigkeit wird Null [259, 256, 257]. Wenn der Beschleuniger als Wanderfeldsystem gebaut werden soll, muß also $D < \lambda/2$ gewählt werden. In Stanford ist $D = \lambda/4$, die meisten englischen Beschleuniger wurden mit $D = \lambda/5$ gebaut.

Die Shuntimpedanz kann auch durch Verkleinerung des Durchmessers der Öffnungen in den Lochscheiben erhöht werden. Dabei nimmt jedoch die Dämpfungslänge stark ab. Diese Abnahme kann für die Wahl des Durchmessers ein entscheidenderer Faktor sein als der Verlustwiderstand.

Hieraus ersieht man, daß die Art der Energiezuführung eine erhebliche Rolle bei der Wahl der Blendenöffnung spielt. Wenn jeder einzelne Resonator

phasenrichtig mit HF-Energie gespeist würde, könnte man auf die Wellenleitereigenschaften der Röhre verzichten. Die Öffnungen in den Lochscheiben brauchten dann nur so groß sein, daß der Elektronenstrahl gerade noch ungehindert passieren kann. Man kann aber den Beschleuniger auch aus Teilröhren zusammensetzen, die einzeln durch je eine Zuleitung mit HF-Energie gespeist werden. Die Wellenleitereigenschaft der Teilröhren muß dann so gut sein, daß sich die HF-Energie auf alle zugehörigen Resonatoren innerhalb eines Zeitraumes verteilt, der klein gegen die Impulsdauer ist, da sonst das Beschleunigungsfeld nicht vollständig aufgebaut wird. Alle heutzutage gebauten Elektronen-LB gehören zu diesem Typ. Es ist also wichtig, eine genügend große Dämpfungslänge zu haben, um der Struktur gute Wellenleitereigenschaften zu geben.

Die verschiedenen Überlegungen führen normalerweise zu einem Kompromiß in der Wahl der Parameter. Für Wanderfeldstrukturen geben die folgenden Zahlen ein Beispiel:

$$a = 0{,}2\,\lambda_0, \quad b = 0{,}4\,\lambda_0, \quad D = 0{,}2\,\lambda_0\,.$$

Sie gelten unter der Voraussetzung, daß die Phasengeschwindigkeit praktisch gleich der Lichtgeschwindigkeit ist.

Die Wahl von λ_0 haben wir schon in der Einführung zu diesem Kapitel kurz diskutiert. Im allgemeinen wird man λ_0 so klein wie möglich wählen, da die Verluste mit abnehmender Wellenlänge geringer werden. Die untere Grenze wird durch die Forderung bestimmt, daß die Lochscheibenöffnung groß genug sein muß, um den Elektronenstrahl hindurchzulassen. Andererseits soll das System gegenüber Herstellungsfehlern, Temperaturänderungen usw. nicht so empfindlich sein. Die Wahl ist fast überall auf $\lambda_0 \approx 10$ cm gefallen wegen der für Radarzwecke entwickelten und nach dem zweiten Weltkrieg vorhandenen Röhren.

Ein anderer, bisher noch nicht betrachteter Parameter ist die Dicke χD der Blenden. Sie ist nicht allzu wichtig. Die Blenden müssen mechanisch stabil sein, und ihre Kanten sind an den Öffnungen gut abzurunden, damit die Feldstärke an der Oberfläche herabgesetzt wird und Überschläge vermieden werden. Dicke Blenden vergrößern unnötig die Gesamtlänge des Beschleunigers. In der Praxis wählt man die Blendendicke zu etwa 10 bis 20 % des Blendenabstandes.

Will man mit vorgegebener HF-Leistung — bei festen Werten der Gesamtlänge und der Blendenöffnung a — in einem LB maximale Beschleunigung der Elektronen erzielen, so ist es bei größeren Gesamtlängen günstiger, ihn aus Teilröhren aufzubauen. Für die Teilröhrenlänge gibt es einen optimalen Wert. Die Größe der Dämpfungslänge l_0 ist für den Abfall des Energieflusses in z-Richtung maßgebend. Die beschleunigende Feldstärke ist pro-

portional der Wurzel aus der HF-Energie, nimmt also ebenfalls in z-Richtung ab[1]).

Die optimale Rohrlänge liegt bei 2 bis 2,5 l_0. Am Ende der Teilröhre verbleibt ein ungenutzter Rest von HF-Energie, der reflektiert oder abgeführt und in einem Wellensumpf in Wärme umgewandelt wird, falls keine äußere Rückführung der HF-Energie stattfindet (vgl. Ziffer 77). In einem System mit Energierückführung muß die Länge jedes Abschnittes so gewählt werden, daß ungefähr die Hälfte der HF-Eingangsleistung noch am Ausgang ankommt, d. h. jeder Abschnitt sollte 0,7 l_0 sein.

Abb. 129 zeigt eine teilweise aufgeschnittene Runzelröhre. Man erkennt, daß jeder Resonator aus einem Stück hergestellt ist. Die einzelnen Resonatoren werden dann entweder zusammengeklammert oder verlötet (England). In Stanford (USA) wurden Lochscheiben in einen zylindrischen Hohlleiter eingeschrumpft. Beide Methoden ergaben befriedigende Resultate.

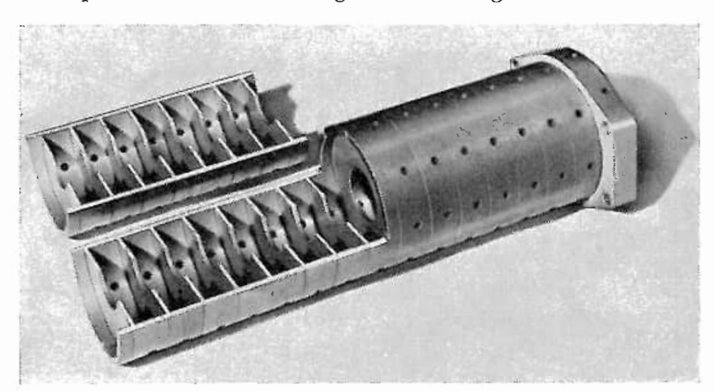


Abb. 129: Teil einer Runzelröhre, halb aufgeschnitten

b) Beschleunigungsstrukturen für Protonen

α) Zylindrischer Resonator mit Driftröhren (Alvarez-Struktur)

Wir haben bereits in Ziffer 71 die Grundprinzipien der Beschleunigungsstruktur beschrieben, die von *Alvarez* und seinen Mitarbeitern beim ersten

[1]) Dies muß nicht notwendigerweise so sein. Es ist möglich, die Hohlleiterparameter kontinuierlich derart zu verändern, daß die HF-Energie, welche am Eingangsende vorwiegend in der Umgebung der äußeren Röhrenwand vorhanden ist, längs des Hohlleiters radial nach innen in den zentralen Bereich verlagert wird, um dadurch — trotz des insgesamt abnehmenden Leistungsflusses — das Beschleunigungsfeld über größere Beschleunigerlängen praktisch konstant zu halten. Ein einfacher Weg dazu wäre, die Größe der Lochscheibenöffnungen längs des Beschleunigers zu verkleinern. Eine andere Möglichkeit läge darin, einen freien Raum zwischen der Außenwand und der Struktur, die die Welle verzögert (Lochscheiben, Dielektrikum), einzufügen und die Abmessungen dieses Raumes längs des Beschleunigers zu verändern.

Protonen-LB benutzt wurde und in allen seither gebauten Protonenbeschleunigern verwendet wird. Diese Struktur besteht aus einem zylindrischen Topfkreis, der in seiner TM_{010}-Eigenschwingung erregt wird und Driftröhren im Abstand $\beta \lambda_0$ enthält (Abb. 119). Die einfache Theorie der TM_{010}-Eigenschwingung liefert keine genügend guten Resultate für eine eingehende Analyse des Systems. Wir wollen deshalb das System in anderer Weise betrachten.

Wir stellen uns vor, daß der gesamte Hohlraumresonator aus kleinen Resonatoren der Form, wie in Abb. 130 gezeigt, besteht. Sie sollen alle den gleichen äußeren Durchmesser haben. Die Länge jedes Resonators muß $\beta \lambda_0$ sein, und die geometrischen Parameter müssen so gewählt werden, daß alle Resonatoren die gleiche Resonanzfrequenz besitzen. Wenn diese Resonatoren aneinandergereiht und gleichphasig gespeist werden, wird das Herausnehmen der Trennwände keinen Einfluß haben, und wir sind auf diese Weise zum ursprünglichen System der Abb. 118 zurückgekommen.

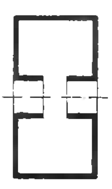


Abb. 130: Einzelresonator

Das Problem wird dadurch auf die Analyse des viel einfacheren Resonators der Abb. 130 zurückgeführt. Diese Analyse kann in verschiedener Weise durchgeführt werden. *Alvarez* und Mitarbeiter versuchen es mit Kombinationen von Theorie und Experiment, und ihre Ergebnisse sind in [225] veröffentlicht.

Später hat *Christofilos* eine Rechenmethode angegeben, mit der man optimale Driftröhrenformen finden kann [232]. Theoretisch sollte man so eine höhere Shuntimpedanz erreichen können, als beim ursprünglichen Alvarez-System, aber die Verbesserung ist nicht bedeutend. Immerhin haben die erhaltenen Formen den Vorteil, mehr Platz für die Quadrupolfokussierungsmagneten zu lassen.

Die Protonengeschwindigkeit unterhalb 50 MeV ist erheblich kleiner als c. Dies ist wichtig bei der Frequenzwahl. Der Abstand der Driftröhren beträgt $\beta \lambda_0$, ein System im Zentimeterwellengebiet ist daher ungeeignet. *Alvarez* und Mitarbeiter wählten aus praktischen Gründen etwa 200 MHz. Die später gebauten Protonenbeschleuniger wurden für die gleiche Frequenz vorgesehen. Die Shuntimpedanz beträgt 35 MΩ/m für $0{,}03 < \beta < 0{,}3$. Wegen der größeren Shuntimpedanz wäre eine höhere Frequenz günstiger. Bei Benutzung niedrigerer Frequenzen wäre dagegen z. B. das Fokussierungsproblem leichter lösbar, weil die Defokussierungskraft schwächer

würde und außerdem mehr Platz für die Quadrupollinsen zur Verfügung stünde.

Ohne Driftröhren wäre der Durchmesser des Topfkreises gleich 0,766 λ_0. Die Driftröhren belasten den Hohlraum derart, daß der Durchmesser z. B. bei der 32 MeV-Alvarez-Maschine nur noch 0,66 λ_0 beträgt. (Er ist außerdem in geringem Maße von der geometrischen Form der Driftröhren abhängig.) Der Topfkreisdurchmesser der vorhandenen Protonen-LB liegt also bei etwa 1 m. (Außen herum kommt dann die Vakuumkammer, wodurch der Gesamtdurchmesser auf etwa 1,5 m anwächst.)

In der Praxis ist es möglich geworden, Protonen in einem solchen System mit 1,5 bis 2 MeV/m zu beschleunigen[1]). Dies bestimmt die Länge, welche für eine gewünschte Endenergie erforderlich ist. Für die Länge eines jeden Topfkreises gibt es praktische Grenzen, und der Beschleuniger muß gegebenenfalls in mehrere Abschnitte aufgeteilt werden. Eine Schwierigkeit liegt in der Trennung der Eigenschwingungen, da sich die Frequenzen der verschiedenen Eigenschwingungen mit zunehmender Länge des Beschleunigers einander annähern [225]. Eine andere Schwierigkeit ist die mechanische Stabilität. Die 32 MeV-Maschine in Berkeley wurde aus einem einzigen Topfkreis gebaut, ebenso die 10 MeV-Bevatron-Einschußmaschine.

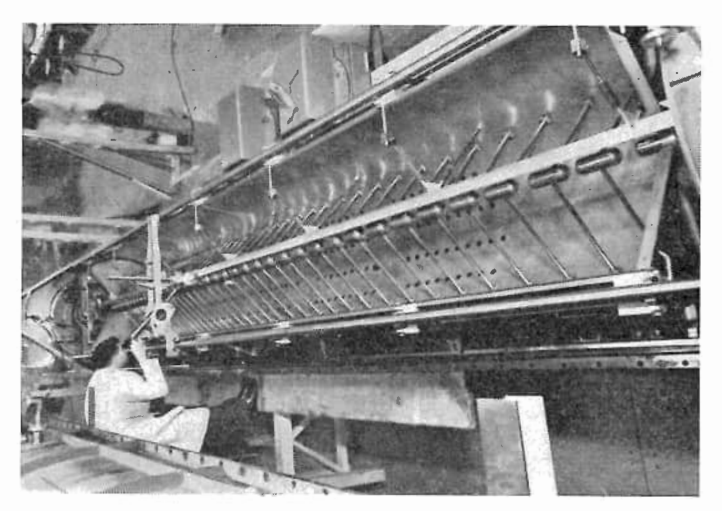


Abb. 131: Innere Ansicht des CERN-LB

[1]) Wie bereits gesagt, müssen die Driftröhren mehr als die Hälfte des Raumes längs der Achse einnehmen. Gewöhnlich beträgt die Spaltlänge ca. 0,25 $\beta\,\lambda_0$. Bei einer Beschleunigung mit 2 MeV/m ist die mittlere Feldamplitude im Spalt nahezu 10 MV/m, was als praktische obere Grenze bereits erwähnt wurde.

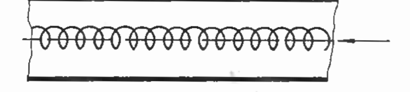
Die 68 MeV-Einschußmaschine der Universität Minnesota und die 50 MeV-Geräte, die in Harwell und in Genf gebaut wurden, sind jeweils in drei getrennte Topfkreise aufgeteilt. Die 50 MeV-Maschine in Brookhaven besteht wiederum aus einem einzigen Topfkreis. Sie unterscheidet sich von den anderen auch dadurch, daß Vakuumkammer und HF-Topfkreis identisch sind. Der Topfkreis besteht aus verkupfertem Stahl und ist vakuumdicht.

Abb. 131 zeigt als Beispiel für eine Alvarez-Struktur das Innere des 10 MeV-Beschleunigungshohlraums des CERN-LB. In seiner Ausführung ist er dem Bevatroninjektor, dem 10 MeV-Abschnitt der Minnesota- und der Harwell-Maschine ähnlich.

β) Wendel („Helix")

Ein anderer Vorschlag für eine Struktur zur Beschleunigung von Protonen wurde von *Walkinshaw* und *Wyllie* [260] und unabhängig davon von *Johnsen* [245] gemacht. Ausgangspunkt ist die Form der Wanderfeldröhre, bei der ein Elektronenstrahl axial in einer Wendel („Helix") läuft, welche die HF-Welle führt (Abb. 132). Eine solche Wendel erzeugt eine weitgehend einheitliche Welle. Unerwünschte Partialwellen sind kaum vorhanden. Die Wendel hat einige andere charakteristische Merkmale. Bei optimaler Shuntimpedanz sind Wendeldurchmesser und infolgedessen die radialen Abmessungen der gesamten Struktur klein. Dadurch wird die Feldenergie dort konzentriert, wo das Feld erwünscht ist. Das System besitzt eine Shuntimpedanz, die vergleichbar ist mit der einer Alvarez-Struktur, obwohl die Güte ein oder zwei Größenordnungen kleiner ist. Außerdem hat das niedrige Q den Vorteil einer sehr kurzen Einschwingzeit, so daß es möglich ist, den HF-Generator besser auszunutzen.

Abb. 132: „Helix"



Ein Nachteil der Wendel besteht darin, daß die Shuntimpedanz bei einer bestimmten Phasengeschwindigkeit ein Maximum aufweist, das mit wachsender Phasengeschwindigkeit ziemlich schnell abfällt. Ferner verringert eine kleine Abweichung in den geometrischen Parametern die Shuntimpedanz erheblich. Wenn wir weiterhin die unvermeidlichen Verluste in den dielektrischen Wendelhalterungen in Betracht ziehen [246], dann fällt der Vergleich der effektiven Shuntimpedanz eines Helixbeschleunigers mit der des Alvareztyps bei Endenergien oberhalb 20 bis 30 MeV für den ersteren ungünstig aus. Bei niedrigeren Energien sollte es jedoch möglich sein, durch Benutzung einer Wendel das wirksamere System zu erhalten. Bisher wurde noch kein Wendel-LB gebaut. Nähere theoretische Unter-

suchungen einer solchen Struktur können in den Arbeiten [247] und [246] gefunden werden.

Andere Strukturen für Protonen-LB wurden in Harwell und Brookhaven ausgiebig untersucht. Einige davon wurden in einer Veröffentlichung von *Blewett* [228] beschrieben. Unterhalb 50 MeV zeigen sie keinen merklichen Vorteil gegenüber der Alvarez-Struktur, für wesentlich höhere Energien sind einige einer näheren Betrachtung wert. Der Wirkungsgrad der Alvarez-Struktur fällt nämlich oberhalb 50 MeV schnell ab, dagegen sind manche der untersuchten Systeme in diesem Energiegebiet besser.

77. Vergleich zwischen Wanderfeld- und Stehwellensystemen

In den vorangegangenen Kapiteln haben wir noch nicht diskutiert, ob die betrachteten Systeme als Resonantoren oder als Wanderfeldröhren betrieben werden sollen. Die meisten Strukturen können so oder so verwendet werden mit Ausnahme der Alvarez-Struktur, die ihrer Art nach ein Resonanzsystem ist.

In einem Wanderfeldsystem wird die HF-Energie am Eingang durch einen angepaßten Übergang eingespeist, und der Ausgang ist an eine Ohmsche Last angepaßt. (Beispiele von solchen angepaßten Übergängen sind in Abb. 133 gezeigt.)

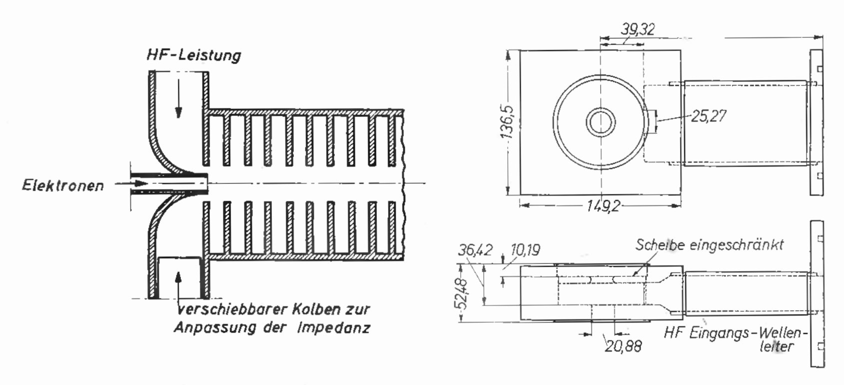


Abb. 133: Beispiele für die Zuführung der HF-Energie, links: „Türklinke", rechts: „Kupplung"

In diesem Fall wird immer Leistung verschwendet. Wenn die Hohlleiterlänge groß gegen die Dämpfungslänge l_0 ist, sind diese Verluste klein, im umgekehrten Fall werden die Verluste am Ende groß. Die optimale Länge eines solchen Beschleunigers ist 2,0 bis 2,5 l_0 [9].

Wenn man den Hohlleiter in einen Resonator verwandelt, kann ein Teil dieser Leistung wieder benutzt werden (vgl. weiter unten „Rückführung"). Das Problem ist allerdings komplizierter. Insbesondere Klystrons und Magnetrons läßt man im Impulsbetrieb nicht direkt auf eine Last mit hohem Q arbeiten. Ungefähr 50 % der HF-Leistung werden in einem Anpaßwiderstand verbraucht, der zusätzlich eingeschaltet werden muß, um stabilen Betrieb zu ermöglichen. Außerdem ist ein Resonanzsystem gegenüber Änderungen der Betriebsbedingungen empfindlicher als ein Wanderfeldsystem. Es hat sich ergeben, daß für Elektronen die Wanderfeldsysteme vorzuziehen sind, während für Protonen-LB infolge der Resonanzstruktur des Alvareztyps Stehwellensysteme verwendet werden. Die Beschleunigungsspannung für Protonen kann nämlich wegen der größeren Wellenlänge mit Trioden erzeugt werden.

Harvie und *Mullet* [241] haben 1949 einen abgeänderten Typ des Wanderfeldsystems vorgeschlagen. Statt die am Ende des Beschleunigers noch nicht verbrauchte HF-Leistung in einem Wellensumpf zu vernichten, haben sie eine äußere Rückführung hinzugefügt. In einer besonderen Brücke wird diese HF-Leistung zusammen mit der des HF-Generators am Beschleunigereingang erneut eingespeist. Das Prinzip ist in Abb. 134 angegeben. Ein Hohlleiter ist an den Ausgang der Beschleunigungsleitung angepaßt und über einen Phasenschieber an eine Brücke angeschlossen. Die Brücke addiert — wie bereits erwähnt — die vom Ende der Beschleunigungsleitung zurückgeführte Leistung zur HF-Generatorleistung und stellt außerdem eine ideale Anpassung für den HF-Generator her, und zwar nicht nur im stationären Zustand, sondern auch während der gesamten Einschwingzeit. Dies wird durch einen Wellensumpf im vierten Brückenzweig erreicht, und die Brücke wird so abgeglichen, daß nur während der Einschwingzeit in diesem Wellensumpf Leistung vernichtet wird.

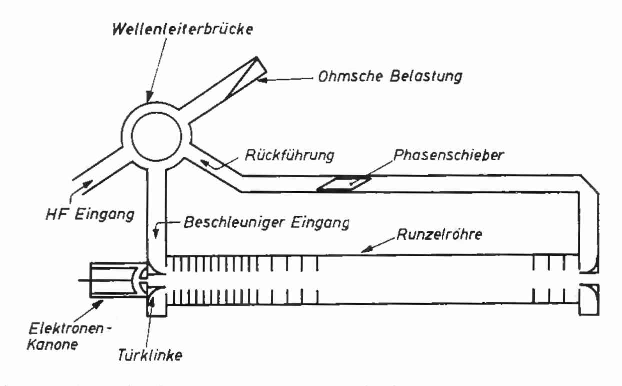


Abb. 134: Linearbeschleuniger mit Energierückführung über eine Wellenbrücke

Mit einem solchen Rückführungssystem versehen, vereinigt der Wanderfeldbeschleuniger die meisten Vorteile eines Resonanzsystems mit denen eines gewöhnlichen Wanderfeldsystems. In einem Stehwellensystem ist z. B. die Länge der Beschleunigungsleitung ziemlich kritisch; benutzt man dagegen eine äußere Rückführung, so kann die Phase in der Rückführungsleitung mittels des Phasenschiebers beliebig justiert werden, und die Länge ist darum nicht so kritisch.

Ein Nachteil der Rückführung ist, daß die zurückgeführte Leistung nicht zu sehr von der durch den HF-Generator gelieferten Leistung abweichen darf, weil es sonst schwierig ist, die Brücke zu konstruieren. Infolgedessen muß die Beschleunigerlänge so gewählt werden, daß sich ein vernünftiger Rückführungsfaktor ergibt, d. h. der Leistungsfluß vom Eingang bis zum Ausgang muß etwa auf $1/2$ abnehmen. In Elektronenbeschleunigern hängt der Rückführungsfaktor von der Strahlbelastung ab; darin liegt eine weitere Schwierigkeit bei der Benutzung der äußeren Rückführung. Die meisten in England gebauten Elektronen-LB mit Endenergien zwischen 4 und 30 MeV haben eine äußere Energierückführung.

78. Toleranzen

Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich auf den Idealfall, daß die berechneten Maße beim Bau exakt eingehalten werden können und daß die Frequenz völlig fest liegt. In der Praxis werden sich dagegen die berechneten Abmessungen nur innerhalb gewisser Grenzen einhalten lassen (Toleranzen), und auch die Frequenz wird — besonders bei Verwendung von Magnetrons — nur innerhalb gewisser Grenzen konstant sein. Es ist ferner zu berücksichtigen, daß durch Temperaturschwankungen Längenänderungen der einzelnen Teile der Beschleunigungsröhre auftreten und daß sich schließlich auch beim Zusammenbau kleine Fehler (Verschiebungen usw.) einstellen können. Es handelt sich im Prinzip um ähnliche Gesichtspunkte, wie sie bei den AG-Geräten genauer diskutiert worden sind.

Alle diese Abweichungen führen bei den LB letzten Endes zu einer vom Sollwert abweichenden Phasengeschwindigkeit und damit zu Änderungen der Phasenlage der Elektronen relativ zum Wellenkamm, woraus gegenüber dem Idealfall — Elektronen *auf* dem Wellenkamm — die erreichbare Endenergie stets verkleinert wird. Auch die Feldstärke wird durch solche Fehler verringert (Reflexion), was im gleichen Sinn wirkt.

Für eine 3 m lange Teilröhre des LB in Stanford ergibt sich z. B. bei einer Frequenzabweichung von nur $3 \cdot 10^{-6}$ eine Phasenabweichung von etwa 36° und damit ein Energieverlust gegenüber der maximal möglichen Energie[1]) von 5 %. Bei Verwendung von Magnetrons muß man mit noch

[1]) $\varphi_s = const = \pi/2$.

größeren Frequenzabweichungen rechnen, die dann die wirtschaftlich nutzbare Rohrlänge erheblich begrenzen können, worüber *Harvie* [242] genauere numerische Rechnungen durchgeführt hat. Ähnliche Wirkungen ergeben sich

a) wegen der Änderung der Raum- bzw. Kühlwassertemperaturen und

b) wegen der verschieden starken Erwärmung des Beschleunigers, die der Energieabsorption entsprechend längs jeder Teilröhre exponentiell abfällt.

Die langsamen Änderungen der Raumtemperatur (a) sind an sich schwererwiegend, lassen sich aber durch Frequenzänderung relativ leicht korrigieren. Die Auswirkung der unter b) genannten Temperaturänderungen wird dadurch etwas gemildert, daß bei der großen Wärmeleitfähigkeit der Röhrenwand (Kupfer mit Silber und Gold plattiert) ein Wärmeausgleich zwischen dem kühleren Ende der einen Teilröhre und dem höher temperierten Anfang der nächsten stattfindet. Um die Größenordnung der zu erwartenden Effekte klar zu machen: Der weiter oben angegebenen Frequenzänderung von $3 \cdot 10^{-6}$ entspricht eine Temperaturänderung von einigen Grad (etwa 3 °C). Man sieht daraus, wie empfindlich der LB gegen geringe Änderungen seiner Abmessungen ist.

Bei der Herstellung müssen also die zulässigen Toleranzen möglichst eingehalten werden, Fehler im Durchmesser und in der Länge der Beschleunigerröhren gehen in den Energieverlust quadratisch ein. So läßt sich auch die Genauigkeit verstehen, mit der die Abmessungen angegeben werden (einige Tausendstel mm!). Für die Herstellung der Einzelteile wurden aus diesem Grunde besondere Techniken entwickelt, in Stanford z. B. folgende: Die Lochscheiben werden zunächst auf einem Haltestab mit genauen Abstandsstücken montiert; dieser Haltestab wird dann mit den Scheiben in flüssigen Stickstoff getaucht, während das Außenrohr in einem Dampfbad erhitzt wird; schließlich wird der tiefgekühlte Haltestab in das Außenrohr (im Dampfbad) eingeschoben, so daß beim Erwärmen des Haltestabes die Lochscheiben fest eingeschränkt im Außenrohr sitzenbleiben, worauf der Haltestab mit den Abstandsstücken herausgezogen werden kann.

Diese Toleranzen mit den zugehörigen Phasenfehlern machen die Zusammensetzung eines langen Beschleunigers aus einzelnen Teilröhren schon von sich aus notwendig, unabhängig von der in Ziffer 76 betrachteten Dämpfungslänge. Für jede Teilröhre wird die Phase dann wieder durch einen Phasenschieber auf den richtigen Wert korrigiert, so daß sich die Phasenfehler nicht auf eine größere Beschleunigerlänge auswirken können. Ganz ähnliche Überlegungen gelten bei Beschleunigern für Protonen und schwerere Teilchen. Wegen der Notwendigkeit der Fokussierung entstehen dabei noch zusätzliche Komplikationen. Besonders enge Toleranzen verlangt die AG-Fokussierung, wo eine Genauigkeit der Größenordnung

0,1 mm bei der Zentrierung der Linsenachsen zur Beschleunigerachse nötig ist; ungefähr 1 bis 3 % Toleranz braucht man für den Feldgradienten, und die Winkeleinstellung der Linse muß besser als 1° sein. Diese Zahlen sind nur Hinweise auf die benötigten Toleranzen; sie ändern sich mit den Beschleunigerparametern und sind im allgemeinen am Beschleunigeranfang (kleine Energien!) nur sehr schwer zu erreichen.

79. Die Strahlleistung der LB

a) Elektronen

Der Durchmesser des beschleunigten Elektronenstrahls ist ziemlich klein; bei den LB der AERE (5 bis 15 MeV) wurden 3 bis 6 mm beobachtet. In Stanford fand man bei einigen 100 MeV 7 bis 8 mm, wenn der Strahl genau zentriert war (Abb. 135). Der Durchmesser ist im wesentlichen durch die Eigenschaften der Elektronenquelle und der Bündelungsröhre bestimmt. In Abb. 136 rührt der große schwache Schwärzungskreis von Röntgenstrahlen her, die von Elektronen unterwegs an den Lochscheibenrändern erzeugt sind; sein Durchmesser gibt die Größe der Blendenöffnung an (2a), die 2,08 cm beträgt. Der Durchmesser des starken Schwärzungsflecks (Elektronenstrahl) gibt nur die ungefähre Größe des Strahldurchmessers, da er mit zunehmender Belichtungszeit größer wird. Statt eines Films kann auch die Verfärbung von Glasplatten zur Bestimmung des Strahldurchmessers dienen oder ein nachleuchtender Leuchtschirm.

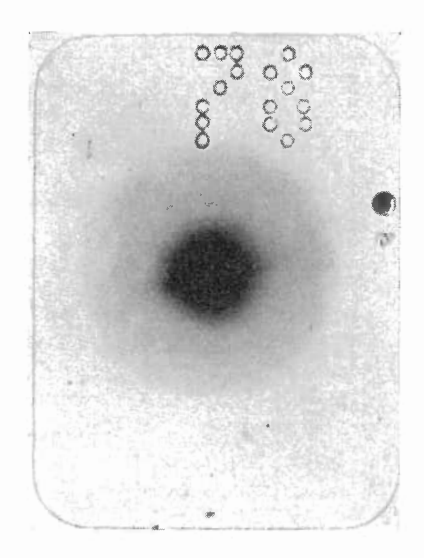


Abb. 135: Schwärzung eines Films durch Elektronen- und Röntgenstrahlen beim LB der Stanford University nach Beschleunigung der Elektronen auf einige 100 MeV (vgl. Text)

Ein Beispiel für die *spektrale Verteilung der Elektronenenergie* im beschleunigten Strahl wird in Abb. 136 für einen 8 MeV-Beschleuniger der Metrovic gezeigt. Die Halbwertsbreite beträgt bei guter Phasenbündelung nur einige Prozent, *ohne* Phasenbündelung ergibt sich etwa eine zehnfach größere Halbwertsbreite aus dem im Anfang von Ziffer 72c näher erörterten Gründen.

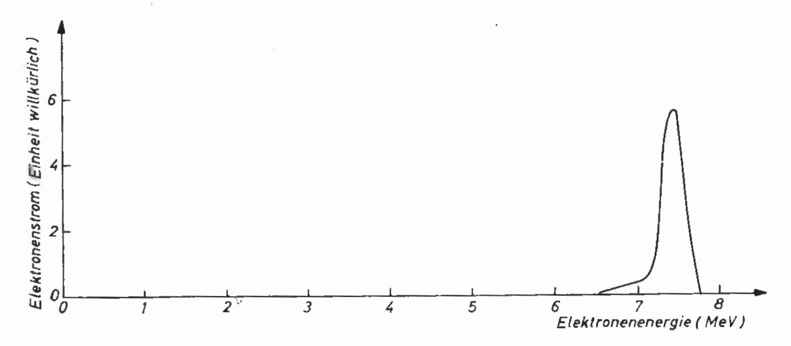


Abb. 136: Spektrale Energieverteilung der Elektronen aus dem 8 MeV-LB der Metrovic

Die *maximal erreichbare Elektronenzahl je Impuls* ist proportional der Wurzel aus der Leistung multipliziert mit der nutzbaren Impulszeit (Gesamtimpulsdauer abzüglich der Aufbauzeit des Feldes). Mit den Daten des Beschleunigers in Stanford ergibt sich eine maximale Elektronenzahl je Stoß von etwas mehr als 10^{12} Elektronen, was bei einer Wiederholungsfrequenz von 60 Hz etwa einer mittleren Stromstärke von 10 μA entspricht, während die Momentanstromstärke von der Größenordnung $^1/_2$ A wird.

Abb. 137a zeigt die Betriebsdaten, Abb. 137b die Röntgenleistung eines 15 MeV-LB-Therapiegeräts. Die Messung der aus den Beschleunigern heraustretenden Elektronenströme erfolgt nach verschiedenen Methoden: Ionisationskammer bei Atmosphärendruck, Bestimmung der künstlichen Radioaktivität (über die Erzeugung von β- und γ-Strahlen), direkte Ladungsmessung mit einer Art Faradaykäfig. Bei der Wandstärke des Faradaykäfigs ist nicht allein die Reichweite des Primärstrahls zu berücksichtigen, sondern auch die auftretende Paarbildung. Die Ladung der Paare kompensiert sich nicht völlig; wegen der kurzen Halbwertszeit der Positronen entsteht ein Überschuß an positiver Ladung; zusätzlich entkommen negative Ladungen durch Compton-Effekt in der Nähe der Oberfläche des Käfigs. Der Strom wird also nach dieser Methode allgemein zu niedrig gemessen werden. Eine vierte speziell für dieses Gebiet vorteilhafte Meßmethode besteht darin, den Elektronenstrahl eine Teilröhre gewöhnlicher Bauart durchlaufen zu lassen, der aber keine Schwingungsenergie zugeführt wird. Der durchgehende

Strahl regt in den Röhre Schwingungen an, deren Energie proportional dem Quadrat der Strahlstromstärke I ist. Der Proportionalitätsfaktor kann durch Eichung nach einer der anderen Methoden bestimmt werden. Die Methode ist wegen der Proportionalität mit I^2 empfindlich und erlaubt eine Dauerkontrolle ohne wesentliche Beeinflussung des Strahls.

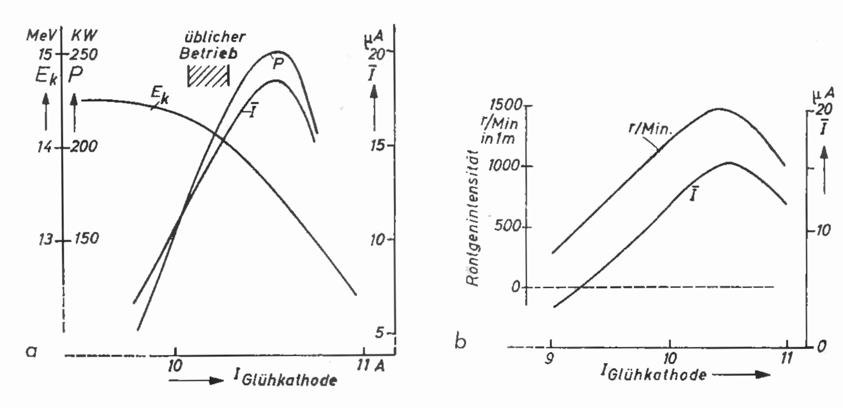


Abb. 137: Betriebsdaten und Röntgenleistung eines 15-MeV-Linearbeschleunigers

Die Umsetzung der Elektronenenergie in Röntgenstrahlung, gemessen mit einer Antikathode aus Gold, deren Dicke etwas größer als die Reichweite der Elektronen ist, ergibt Röntgenintensitäten je μA, die – jedenfalls bis zu 10 MeV – dem gleichen Gesetz gehorchen, wie es von *Buechner, van de Graaff* u. a. [230] mit Bandgeneratoren im Energiebereich zwischen 1 und 2,5 MeV gefunden wurde. Wegen der großen Stromstärken im LB ergeben sich erhebliche Röntgenintensitäten, wie Tabelle 20 zeigt.

Bei den Großbeschleunigern bereitet, ähnlich wie bei den großen Kreisbeschleunigern, die Abschirmung erheblichen Aufwand. Einige orientierende Zahlen mögen dies verdeutlichen: Bei 130 MeV Strahlenergie und 10^{10} Elektronen je Impuls beträgt die γ-Strahlung hinter $^2/_3$ m Beton längs des Beschleunigers und hinter 1 m Beton in der Umgebung der Antikathode in einem seitlichen Abstand von 2 m zwischen 10^{-2} und 1 r/min. Die Neutronenintensität beträgt in der Umgebung der Antikathode hinter 1 m Beton gerade die Toleranzdosis [100 langsame Neutronen/(cm$^2 \cdot$ s)], wenn der Beschleuniger 10^6 Elektronen je Impuls liefert; diese Zahlen erhöhen sich mit wachsender Energie und Elektronenzahl je Impuls. Im übrigen hängt längs des Beschleunigers die Intensität stark davon ab, wie gut der Strahl im Rohr ausgerichtet ist. Selbst bei nicht angestellter Kathode, aber eingeschalteter Hochfrequenz entsteht eine kräftige Röntgenstrahlung des

Tabelle 20: Elektronenlinearbeschleuniger

		Industriegeräte			Mark III	Stanford 2-mile-LB geplant
Endenergie	MeV	15	40	225	650	22 ... 40 · 10^3
mittl. Strahlstrom	µA	10	2500	100	8	30 ... 60
Strahlstrom je Impuls	mA	———	———	———	130	50 ... 100
mittl. Strahlleistung	kW	0,15	100	22	5,2	1,2 ... 2,4 · 10^3
Strahlleistung je Impuls	MW	0,25	———	———	85	2000
Dauer des Impulses	µs	———	———	———	1	2,5
Impulsfolgefrequenz	Hz	200	———	———	60	1 ... 360
Röntgenleistung in 1 m Entfernung vom Target	r/min	10^3	2 · 10^5	———	———	—————

nicht abgeschirmten Beschleunigers wegen der Beschleunigung von Feld- und Sekundärelektronen.

b) Protonen

Bisher wurden nur relativ wenige Protonen-LB gebaut. Man erhält die beste Übersicht über ihre Leistungen und relativen Vorzüge, indem man die charakteristischen Daten in Tabelle 21 vergleicht.

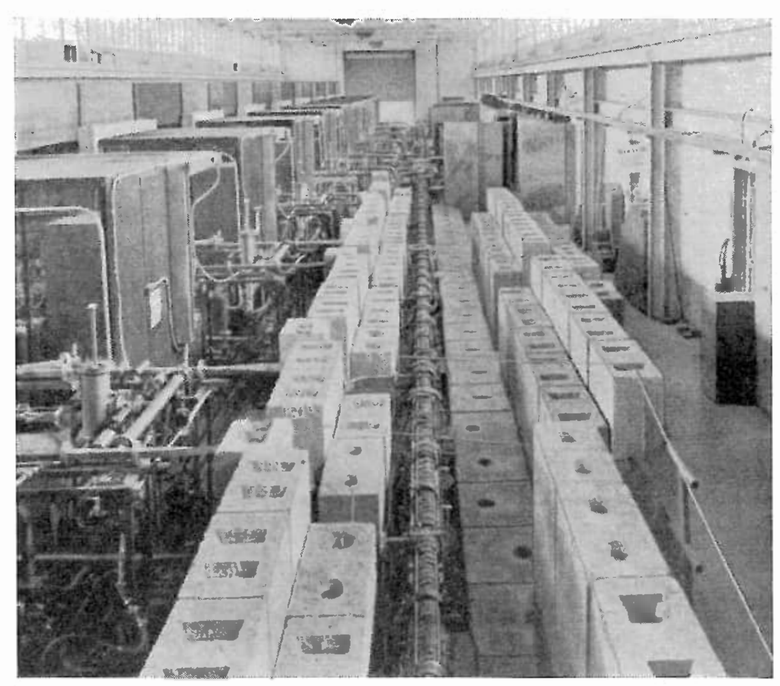


Abb. 138: Elektronen-Linearbeschleuniger der Stanford University

Dabei ist zu beachten, daß die Protonen-LB entsprechend dem Verwendungszweck in drei Gruppen eingeteilt werden können. Der 32 MeV-Berkeley-LB, der Minnesota-LB und der Harwell-LB sind für direkte kernphysikalische Experimente gebaut worden, wofür eine große mittlere Stromstärke sehr wichtig ist. Der Bevatron-Injektor sollte mit kleiner Wiederholungsfrequenz einen vergleichsweise langen und intensiven Impuls in ein Synchrotron einschießen. Dasselbe gilt für einen 10 MeV-LB in den USSR. Der CERN-LB und der Brookhaven-LB wurden so gebaut, daß sie — wiederum bei kleiner Wiederholungsfrequenz — kurze intensive Impulse für ein Synchrotron abgeben.

Tabelle 21: Protonenlinearbeschleuniger

		Berkeley 32 MeV	Bevatron-Injektor	Minnesota	Harwell	CERN Genf	Brookhaven
Einschußenergie	MeV	4	0,46	0,5	0,5	0,5	
Endenergie	MeV	35	9,9	68	50	50	50
Frequenz	MHz	202,5	202,5	202,5	202,5	202,5	200
Zahl der Topfkreise		1	1	3	3	3	1
Durchmesser der Topfkreise	m	0,98	1,08	1,08	1,08/0,8	1,08/0,8	0,9
Zahl der Driftröhren		46	42	105	110	110	124
Länge der Maschine	m	12	5,6	30	30	30	33
HF-Verlustleistung	MW	2,5	0,5	6	4,5	4,5	3
Dauer des Strahlimpulses	μs	600	500	200	200	10	10
Impulsfolgefrequenz	Hz	15	3	60	50	1	
Strahlstrom im Impuls	μA	60	225	3			
Fokussierungsmethode		Gitter	Gitter	Gitter	Gitter + AG	AG	AG
Vakuumpumpen		Öl	Hg	Öl	Öl	Hg	Getterpumpen

Zunächst waren die zur Verfügung stehenden Ionenquellen einer der begrenzenden Faktoren für die Strahlintensität beim Protonen-LB. Für niedrige Wiederholungsfrequenzen und kurze Impulse lassen sich jedoch bereits Ionenquellen bauen, die so große Stromdichten liefern, daß infolge der Raumladung im Strahl Fokussierungsschwierigkeiten auftreten (für 500 kV Einschießspannung bei ungefähr 10 A/cm²). Wollte man Beschleuniger mit größerer Protonenzahl je Impuls bauen, dann müßte man die Dimensionen des Systems vergrößern, d. h. aber, mit niedrigeren Frequenzen arbeiten.

Kapitel XIII

Ausblick auf die weitere Entwicklung

(R. Kollath und W. Rech)

Bei dem heutigen Stand der Entwicklung erhebt sich die Frage, ob es sich lohnt, Maschinen mit immer größerer Endenergie zu bauen. Grundsätzlich erscheint es wünschenswert, den gesamten Energiebereich bis zur Höhenstrahlung hin für Experimente zur Verfügung zu haben. Jedoch ist heute eine deutliche Tendenz vorhanden, Maschinen im Gebiet von 1 bis 50 GeV mit möglichst großer Stromstärke zu bauen, um die Statistik der Experimente durch eine größere Zahl von Ereignissen zu verbessern. Mit solchen Maschinen würde es sinnvoll werden, Teilchenstrahlen gegeneinander zu schießen, so daß die volle Energie für Stoßprozesse im Schwerpunktssystem zur Verfügung steht (vgl. weiter unten „Kernmühlen").

Zunächst seien noch einige Bemerkungen über die Weiterentwicklung der bisher beschriebenen Beschleuniger in Richtung auf größere Energien hin vorausgeschickt. In der Literatur [267] wurde die Möglichkeit diskutiert, ein AG-*Protonen*-Synchrotron für 300 GeV zu bauen. Diese Maschine müßte einen Radius von ca. 1 km haben. Als Injektor könnte man ein 10 GeV-AG-Protonen-Synchrotron nehmen, dessen Kreisbahn die der großen Maschine tangiert. Da der Strahl, der aus der 10 GeV-Maschine austritt, nur noch einen sehr kleinen Querschnitt hat, brauchte der nutzbare Querschnitt des großen Ringes nur wenige cm^2 zu betragen. So ist es zu erklären, daß die Kosten für eine solche Maschine nur auf etwas mehr als das Doppelte der Kosten des 28 GeV-Beschleunigers von CERN geschätzt werden. Als weitere Möglichkeit zum Bau von Protonen-Synchrotrons wurde die Verwendung tiefgekühlter Luftspulen für die Erzeugung des Magnetfeldes vorgeschlagen, wobei — infolge der geringen Verluste im Leiter — Magnetfelder von 50 bis 100 kG erreichbar scheinen. Der Bau von Linearbeschleunigern für Protonen größerer Energie als 100 MeV bietet keine Vorteile gegenüber Kreisbeschleunigern; jedenfalls wurde der bereits ausgearbeitete Plan für einen Protonen-LB von 600 MeV und 1 μA Strahlstromstärke nach der erfolgreichen Inbetriebnahme von AVF-Maschinen fallengelassen.

Für die Weiterentwicklung der bisher beschriebenen *Elektronen*beschleuniger über 10 GeV hinaus kommen wegen der Strahlungsdämpfung nur die Linearbeschleuniger in Frage. Auf Grund der Erfahrungen mit dem Stanford-LB für 900 MeV („Mark III") soll demnächst mit dem Bau der ersten

Stufe eines 45 GeV-Elektronenlinearbeschleunigers begonnen werden. Er soll etwa 80 m unter der Erdoberfläche in einem 3 m breiten Tunnel von einigen km Länge untergebracht werden.

Die Ausnutzung der Energie der erzeugten Teilchen für Kernprozesse wird mit wachsender Energie immer unökonomischer, wenn man mit ihnen ein feststehendes Target bombardiert. Aus Energie- und Impulssatz folgt, daß für Umsetzungen nur derjenige Teil der kinetischen Energie der Teilchen zur Verfügung steht, der als kinetische Energie im *Schwerpunktssystem* auftritt. Für den einfachsten Fall des zentralen Stoßes eines beschleunigten Protons auf ein im Laborsystem ruhendes Proton ergibt sich folgendes:

	Prot. (M, v)	Prot. (M_0, o)
Labor:	○——→	○
	Prot. (M', v')	Prot. $(M', -v')$
Schwerpunkt:	○——→	←——○

Hierbei hängt die Geschwindigkeit v des Teilchens im Laborsystem mit der Geschwindigkeit v' der Teilchen im Schwerpunktssystem über das Additionstheorem der Geschwindigkeiten zusammen:

$$v = \frac{2\,v'}{1 + (v'/c)^2} \qquad (1,\mathrm{XIII})$$

Die Schwerpunktsgeschwindigkeit v' der Teilchen läßt sich ausdrücken durch die für Umsetzungen verfügbare Energie $2\,eU'$ (2 gleiche Teilchen mit je eU') nach Gl. 5,I:

$$\frac{v'}{c} = \sqrt{\left(\frac{eU'}{E_0}\right)^2 + 2\,\frac{eU'}{E_0}} \Bigg/ \left(1 + \frac{E_0}{eU'}\right) \quad (E_0 = m_0\,c^2)$$

Ebenso läßt sich die Laborgeschwindigkeit v des stoßenden Teilchens ausdrücken durch die vom Teilchen im Laborsystem mitgebrachte Energie eU nach Gl. 5,I:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\left(\frac{eU}{E_0}\right)^2 + 2\,\frac{eU}{E_0}} \Bigg/ \left(1 + \frac{eU}{E_0}\right)$$

Eliminiert man mit Hilfe der beiden letzten Beziehungen v' und v aus Gl. 1,XIII, so erhält man die verfügbare Energie $2\,eU'$ als Funktion von eU:

$$2\,eU' = 2\,E_0\left(\sqrt{1 + \frac{eU}{2\,E_0}} - 1\right) \qquad (2,\mathrm{XIII})$$

Wenn die kinetische Energie klein ist gegen die Ruhenergie (NR-Gebiet), erhält man $2\,eU' = eU/2$, wie es beim klassischen Stoß sein muß. Ist aber

die kinetische Energie sehr groß gegen die Ruhenergie (ER-Gebiet), dann geht $2\,eU'$ gegen $\sqrt{2E_0 \cdot eU}$, d. h. die verfügbare Energie steigt im ER-Gebiet nur noch mit der Wurzel aus der „Laborenergie" an. In Abb. 139 ist der Zusammenhang zwischen $2\,eU'$ und eU für den Stoß Proton gegen Proton dargestellt; der logarithmische Maßstab wurde gewählt, um den Übergang vom NR-Gebiet ($U' \sim U$) ins ER-Gebiet ($U' \sim \sqrt{U}$) deutlich hervortreten zu lassen. Für den Fall des 30 GeV-Geräts in Genf ergibt sich, daß beim Stoß Proton gegen Proton von den insgesamt erreichten 30 GeV (Laborsystem) nur noch 5,8 GeV für Kernprozesse zur Verfügung stehen. Wenn die Masse des gestoßenen Teilchens (irgendein Atomkern) wesentlich größer ist als die Masse des stoßenden, scheinen die Verhältnisse zunächst wesentlich günstiger zu liegen. Tatsächlich sind aber bei so großen Energien die Bindungsenergien der Kernteilchen (Protonen und Neutronen) vernachlässigbar klein, so daß es sich letzten Endes doch nur um einen Stoßvorgang zwischen gleichartigen Teilchen handelt.

Man kann bei diesen Überlegungen auch von einer anderen Fragestellung ausgehen, wobei man natürlich zu dem gleichen Ergebnis kommt: Angenommen, wir hätten zwei Geräte, die jedes Protonen von 30 GeV Energie

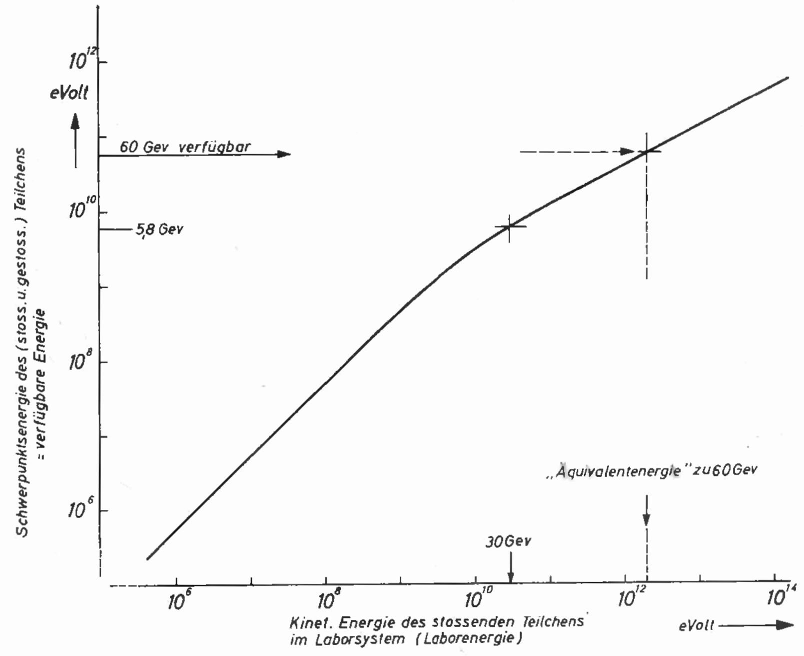


Abb. 139: Verfügbare Energie als Funktion der kinet. Energie des stoßenden Teilchens

liefern, und wir hätten die Möglichkeit, die Protonen aus beiden Geräten gegeneinander zu schießen, dann würde die *verfügbare* Energie bei solchen Stößen 60 GeV betragen. Man kann nun die Frage stellen, für wieviel GeV „Äquivalentenergie“ müßte ein Gerät gebaut werden, damit beim Stoß der in ihm beschleunigten Teilchen auf ein feststehendes Target 60 GeV als verfügbare Energie auftreten? Die Durchrechnung ergibt für die Äquivalentenergie eU'' den Ausdruck:

$$eU'' = 2\,eU\left(2 + \frac{eU}{E_0}\right) \qquad (3,\text{XIII})$$

Für unsere Zahlenbeispiele ($2\,eU = 60$ GeV) wird $eU'' \approx 2000$ GeV, in Übereinstimmung mit Abb. 139 (gestrichelte Linien). Die eben diskutierten Zusammenhänge zeigen, daß es große Vorteile bieten würde, wenn man Protonen gleicher Energie aus entgegengesetzter Richtung aufeinander schießen könnte.

Wenn man diesen Gedanken weiter verfolgen will, müssen folgende Forderungen erfüllt werden:

1. Bau von Maschinen mit möglichst großer Strahlstromstärke, damit die zu erwartende Zahl von Stoßereignissen einen vernünftigen Wert bekommt.
2. Erzeugung eines genügend guten Vakuums, um die Streuung der energiereichen Protonen an den Restgasmolekülen klein zu halten.
3. Eine Anordnung, bei der „Pakete“ energiereicher Teilchen aufeinander treffen, und zwar räumlich an einer bestimmten Stelle.

Forderung 1. kann nach den bisherigen Abschätzungen mit FFAG-Maschinen erfüllt werden, mit denen Teilchenzahlen von 10^{11} bis 10^{12} Teilchen je Impuls bei großer Impulsfolgefrequenz zu erwarten sind (vgl. [269]).

Für Forderung 2. liefert eine Abschätzung, daß bei einem Restdruck von 10^{-6} Torr N_2 die Zahl der Stöße zwischen hochenergetischen Protonen und Restgasmolekülen ca. 15 mal größer ist als zwischen den hochenergetischen Protonen untereinander. Der am Stoßort dabei entstehende „Untergrund“ kann jedoch weitgehend von der Meßapparatur ferngehalten werden, wenn man die Nachweisgeräte senkrecht zur Strahlrichtung aufstellt: Die Produkte von Stößen mit Restgasmolekülen bewegen sich hauptsächlich tangential zur Bahn, während die Produkte der Proton-Proton-Stöße unter großen Winkeln zu suchen sind. Aber auch eine Verbesserung des Vakuums auf Drucke von 10^{-7} bis 10^{-8} Torr ist mit heutigen Mitteln durchaus möglich.

Wideröe [283] schlug schon 1943 vor, positive und negative Teilchen aus je einem Beschleuniger in verschiedener Richtung eine gemeinsame Kreisbahn durchlaufen zu lassen, bzw. Teilchen gleicher Ladung, z. B. Protonen, eine Kreisbahn gemeinsam in beiden Richtungen ("Kernmühlen"). Dieser

Gedanke, der vor ca. 20 Jahren noch utopisch erschien, ist nach dem Bau von Maschinen im Bereich von 50 GeV so interessant geworden (vgl. Abb. 139), daß sich viele Arbeiten der letzten Jahre ernsthaft mit der Realisierung der *Forderung* 3. beschäftigt haben, und zwar nicht nur theoretisch, sondern auch durch den Bau einiger Modellmaschinen. Von den verschiedenen Möglichkeiten, die dabei betrachtet wurden, sollen hier einige kurz beschrieben werden.

Am einfachsten erscheint es, *zwei* FFAG-Beschleuniger zu benutzen, in denen die Teilchenpakete in entgegengesetzter Richtung umlaufen, um dann in einem beiden Maschinen gemeinsamen geraden Stück aufeinander zu treffen (Abb. 140). Dies ist aber eine recht aufwendige Anordnung, da zwei Großbeschleuniger aneinandergebaut werden müssen; außerdem dürfte die Ausführung des gemeinsamen Stücks wegen der gegenseitigen Störung der Bahnen durch die Streufelder beider Beschleuniger erhebliche Schwierigkeiten machen.

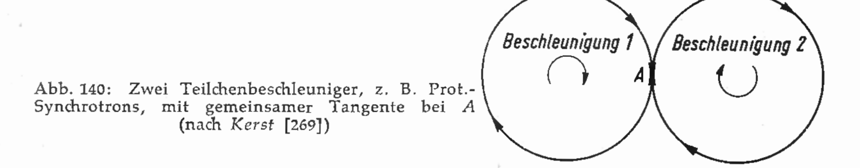


Abb. 140: Zwei Teilchenbeschleuniger, z. B. Prot.-Synchrotrons, mit gemeinsamer Tangente bei *A* (nach *Kerst* [269])

Ein zweiter Gedanke beschäftigt sich mit der Möglichkeit des Anbaus eines relativ billigen Ringsystems an einen schon vorhandenen Beschleuniger: Speicherring („storage ring"), vgl. Abb. 141. In die beiden Ringe 1 und 2 werden abwechselnd Teilchenimpulse eingeschossen, wobei durch die

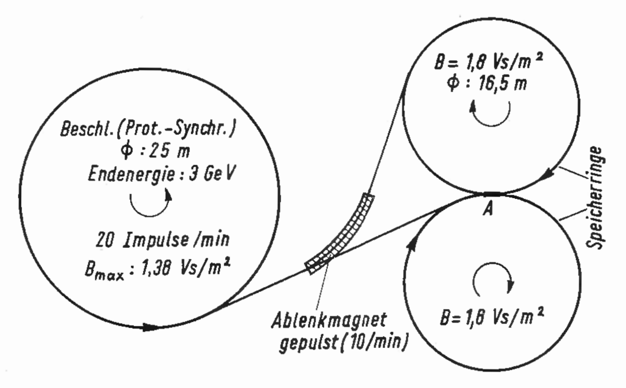


Abb. 141: Anbau von zwei Speicherringen an einen Beschleuniger (nach *O'Neill*, CERN Symp. 1959)

Speicherwirkung erhebliche Teilchenströme in den Ringen fließen. Dabei müssen Maßnahmen getroffen werden, um die Betatronschwingungen in den Speicherringen zu dämpfen. Von entscheidender Wichtigkeit ist ferner die Frage, wie die einzelnen eingeschossenen Teilchen-„Pakete“ zu *einem* Gesamtpaket mit großer Teilchendichte zusammengefaßt werden können („beamstacking“ [278]) und wie man es einrichten kann, daß die Pakete sich gerade im Punkt A treffen. Die wesentliche Verbilligung gegenüber Beschleunigern besteht darin, daß Speicherringe mit einem starken, *konstanten* Magnetfeld aufgebaut werden können.

Eine sehr elegante Lösung wurde von *Kolomenski* und *Okawa* [271, 272, 276] mit einer FFAG-Maschine vorgeschlagen, in der Teilchen gleicher Ladung in entgegengesetzter Richtung umlaufen und beschleunigt werden (Abb. 142). Der Beschleuniger besteht aus gleichen Magnetsektoren, bei

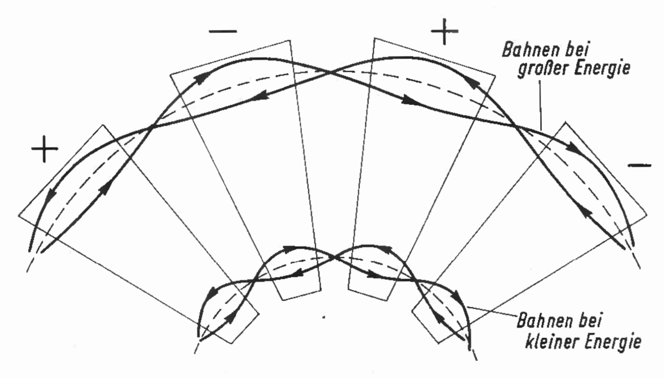


Abb. 142: Prinzip einer FFAG-Maschine, die Teilchen gleicher Ladung (z. B. Protonen) in beiden Richtungen gleichzeitig beschleunigt (vgl. Text)

denen die Feld*richtung* von Sektor zu Sektor wechselt; außerdem steigt das Feld in jedem Sektor nach außen hin stark an. Die Bahnen entgegengesetzt umlaufender Teilchen sind in Abb. 142 schematisch eingezeichnet. Diejenigen Sektoren, die die Bahn nach innen krümmen, werden im stärkeren Feld durchlaufen als diejenigen Sektoren, die die Bahn nach außen biegen. Hierdurch entsteht – summarisch über den ganzen Umfang betrachtet – eine für beide Flugrichtungen gleiche mittlere Bahnkrümmung, wie in Abb. 142 gestrichelt eingezeichnet. Mit zunehmender Energie wandert diese mittlere Bahn nach außen. Genauere theoretische Überlegungen haben gezeigt, daß in einer solchen Maschine gleichartige Teilchen in beiden Richtungen beschleunigt und nach Erreichen einer bestimmten, wählbaren Energie („stacking energy“) aufgestapelt werden können, d. h. über mehrere Beschleunigungsperioden in *einem* Paket großer Teilchendichte angesammelt werden. An der Stelle, wo sich diese Teilchenpakete treffen, ist die Wahr-

scheinlichkeit für das Auftreten der gewünschten Stoßereignisse besonders groß. Ein Elektronenmodell für die eben beschriebene Maschine wurde von der *Midwestern University Research Association* („MURA") aufgebaut [275].

Zum Schluß dieses Ausblicks seien noch einige Vorschläge zur Teilchenbeschleunigung erwähnt, die auf neuartigen Prinzipien beruhen. *Burstein, Veksler* und *Kolomenski* [265] untersuchten die Möglichkeit einer „stochastischen" Beschleunigung von Teilchen. Dabei wird statt einer frequenzmodulierten HF-Spannung ein Rauschspektrum z. B. auf die Dees oder die Beschleunigungshohlräume gegeben. Der Vorteil bei der Anwendung einer solchen Beschleunigungsart z. B. im Synchrocyclotron oder Synchrotron besteht darin, daß ein kontinuierlicher Strahl erhalten werden kann. Die Bewegung der Teilchen ähnelt hierbei der Diffusionsbewegung eines Moleküls in einem gasgefüllten Raum. Wie von *Keller* und *Schmitter* [270] gezeigt wurde, ist die Zeit, die ein Teilchen im Mittel benötigt, um auf eine vorgegebene Energie beschleunigt zu werden:

$$t = \frac{\Delta w}{5{,}61} \frac{B^2 \cdot R^4}{U_{Ra}^2}$$

wo Δw die Breite des Rauschspektrums, R und B der zur entsprechenden Teilchenenergie gehörende Radius und die magnetische Induktion sind, und U_{Ra} die Deespannung. Für die Stromstärke des beschleunigten Strahls ergibt sich:

$$i = const \frac{U_{Ra}^2}{\Delta w \cdot R} .$$

Sie ist also proportional zum Quadrat der Deespannung und nimmt mit $\frac{1}{R}$ ab. Im Hinblick auf eine Anwendung dieser Methode für den Einfangbereich des 600 MeV-Synchrocyclotrons wurde bei CERN ein Protonenmodell mit stochastischer Beschleunigung aufgebaut. Bei 4,4 MeV Endenergie liefert es einen Protonenstrom von ca. 1 μA [268]. Von *Budker* wurde vorgeschlagen, das Magnetfeld eines mit Ionen neutralisierten, stark konzentrierten relativistischen Elektronenstrahls großer Stromstärke als Führungsfeld für hochbeschleunigte Ionen zu verwenden. Eine Möglichkeit zur Herstellung solcher Elektronenströme besteht darin, einen Toroidring mit Plasma zu füllen, durch den pinch-Effekt auf einem dünnen Stromfaden zu konzentrieren und nach dem Betatronprinzip zu beschleunigen [263, 264, 274, 277, 282]. Zur Erweiterung des Energiebereichs von Linearbeschleunigern schlägt *Veksler* [281, 280] vor, die Wechselwirkung zwischen Plasma und elektromagnetischem Feld zur Teilchenbeschleunigung zu verwenden (z. B. unter Ausnutzung des Strahlungsdrucks, vgl. auch [266, 273]).

Kapitel XIV

Anwendungen der Teilchenbeschleuniger

(R. Kollath und H. Schopper)

Als Abschluß der Beschreibung der verschiedenen Teilchenbeschleuniger und ihrer Eigenschaften sind in Abb. 143 alle besprochenen Typen zusammengestellt. Die stark ausgezogenen Linien geben den Energiebereich an, in dem die betreffenden Geräte arbeiten oder für den sie vorgesehen sind. Die Linien laufen nach größeren Energien hin gegen eine obere Grenze gestrichelt aus, die verschiedene Ursachen haben kann (K = Kosten, St = Strahlungsdämpfung, M = Massenveränderlichkeit). Die schwach ausgezogenen Linien bezeichnen Energiebereiche, für die bisher keine Geräte gebaut oder geplant wurden, in denen aber einem Bau nichts Grundsätzliches im Wege steht. AG-Kernmühlen gibt es noch nicht.

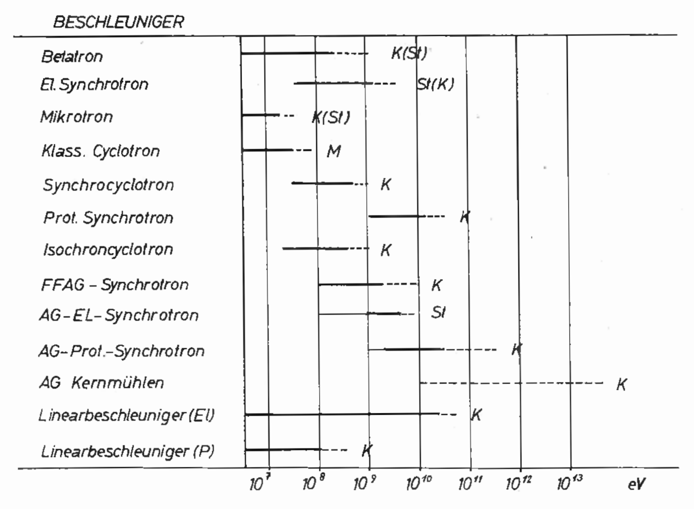


Abb. 143: Energiebereiche der verschiedenen Beschleunigertypen (vgl. Text)

Damit ist das eigentliche Thema des Buches abgeschlossen. Immerhin liegt eine Frage nahe, die bereits im Vorwort bzw. in der Einführung gestreift wurde: Wozu eigentlich dieser Aufwand an Physiker- und Ingenieurarbeit und an finanziellen Mitteln? Wenn diese Frage und ihre Beantwortung auch

nicht eigentlich zum Thema des vorliegenden Buches gehören, so soll doch wenigstens andeutungsweise etwas dazu gesagt werden. Auch bei den Teilchenbeschleunigern — wie meist in der wissenschaftlichen und speziell in der physikalischen Forschung — lag zunächst wohl nur der Wunsch vor, in ein Gebiet einzudringen, das verschlossen schien, wenn auch einzelne Forscher bereits frühzeitig mögliche Anwendungen im Auge gehabt haben[1]).

Die Haupttriebfeder der schnellen *Entwicklung nach großen Energien hin* ist aber zweifellos in der *Kernphysik* zu suchen (vgl. weiter unten). Immerhin liegt schon jetzt eine ganze Anzahl von Anwendungen der Teilchenbeschleuniger vor, die aus der heutigen wissenschaftlichen und technischen Forschung nicht mehr fortzudenken sind.

In der *zerstörungsfreien Werkstoffprüfung* werden die harten Röntgenstrahlen, die z. B. mit Elektronenbeschleunigern erzeugt werden, sicher ihren Platz endgültig behaupten. Bekanntlich steigt die Durchdringungsfähigkeit der Röntgenstrahlen zunächst mit steigender Energie (Quantenenergie) an. Diese Tendenz setzt sich aber nicht ad infinitum weiter fort wegen der Paarbildung, die oberhalb 1 MeV einsetzt und mit steigender Energie langsam zunimmt. Die mit der Energie abnehmende Wahrscheinlichkeit des Compton-Effekts und die mit der Energie zunehmende Wahrscheinlichkeit für Paarbildung bedingen, daß für jedes Material ein charakteristisches Maximum der Durchlässigkeit oberhalb 1 MeV auftritt, das sich mit abnehmender Ordnungszahl nach immer größeren Energien hin verschiebt (z. B. Blei 4 MeV, Aluminium 22 MeV). Als Beispiel ist in Abb. 144 die

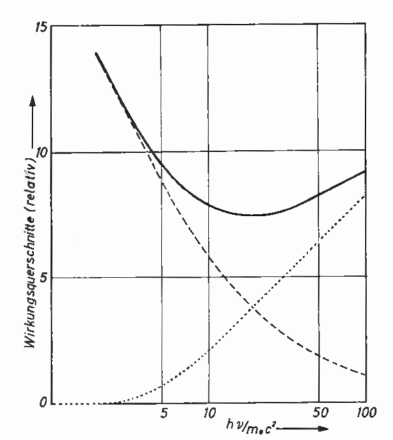


Abb. 144: Absorption von Röntgenstrahlen verschiedener Energie in Eisen
———— Gesamte Absorption
– – – – – – – Compton-Effekt
. . . . Paarbildung

[1]) Z. B. wurde auf die wichtigen Anwendungsmöglichkeiten sehr harter Röntgen- und Elektronenstrahlen in Technik und Medizin schon hingewiesen zu einer Zeit, als die Herstellung von Röntgenstrahlen von 20 bis 30 MeV noch weit außerhalb des Möglichen schien (*Glocker* [284]).

Absorption von Röntgenstrahlen verschiedener Energie in Eisen wiedergegeben. Zu beachten ist nun, daß die Röntgenbremsstrahlung ein kontinuierliches Spektrum bildet (Bremsspektrum), das bis zu einer der Elektronenenergie äquivalenten maximalen Energie hinaufreicht (vgl. Ziffer 10), und daß eine mittlere Absorption des gesamten Spektrums bei der Bestrahlung eines Werkstücks maßgebend ist. Die mittlere Durchdringungsfähigkeit der Röntgenbremsstrahlung gegenüber Eisen (reziproker Wert des Absorptionskoeffizienten) besitzt ein Maximum bei einer größeren Energie als dem Minimum in Abb. 144 entspricht, nämlich bei etwa 20 MeV Elektronenenergie. Die Werkstoffprüfung kann daher nicht an wesentlich größeren Energien interessiert sein. Bezüglich der hierbei besonders interessierenden Fragen des Kontrastes, der Fehlererkennbarkeit usw. muß auf die Literatur verwiesen werden (vgl. z. B. *Komers* [288]). Der Vorteil dieser harten Strahlung auf dem Gebiet der Werkstoffprüfung liegt vor allem in der großen Zeitersparnis gegenüber anderen Strahlenquellen, wie z. B. dem Radium oder künstlich radioaktiven Stoffen wie ^{60}Co. Die erheblich größeren Intensitäten, die die Teilchenbeschleuniger bei kleinem Antikathodenfleck liefern, haben erst eine Serienuntersuchung dicker Werkstücke ermöglicht. Die starke Durchdringungsfähigkeit erlaubt, noch Einzelheiten innerhalb eines dicken Werkstücks festzustellen, die bei gewöhnlicher Röntgenstrahlung nicht mehr erkennbar sind. Je nach der Dicke des zu bestrahlenden Körpers wird man die Endenergie des Beschleunigers so einstellen, daß bei vernünftiger Belichtungszeit Aufnahmen mit möglichst vielen Details erhalten werden.

Eine interessante Weiterentwicklung auf diesem Gebiet stellt das Zweistrahl-Betatron der BBC/Schweiz (vgl. Ziffer 12) dar, das mittels Stereoaufnahmen nicht nur das Vorhandensein eines Fehlers, sondern auch seine Tiefe im Werkstück festzustellen erlaubt. Abb. 145 gibt ein Photo dieses Geräts mit den Austrittsfenstern für die beiden Strahlen.

Die *Bestrahlungstherapie* mit harten Röntgen- oder Elektronenstrahlen ist ein wichtiges Anwendungsgebiet der Teilchenbeschleuniger in der Medizin. Wenn auch auf die Dauer gesehen eine wirksame Krebsbekämpfung sicherlich von der biologischen Seite ausgehen muß, d. h. von der Erforschung der Krebszelle und ihren Entstehungsbedingungen, so bietet doch z. Z. die Therapie mit harten Röntgenstrahlen eine der wichtigsten Möglichkeiten, bereits vorhandene Krebsherde zu bekämpfen[1]).

Sehr harte Röntgenstrahlung bietet in der Therapie einige wesentliche Vorteile gegenüber den bisher verwendeten Röntgenstrahlen bis zu einigen 100 keV: Das Maximum der Dosis, d. h. der je cm³ absorbierten Energie,

---

[1]) Die Möglichkeit der Krebsbekämpfung auf diesem Wege beruht darauf, daß die meisten Krebszellen gegenüber Röntgenbestrahlung empfindlicher sind als gesunde Zellen.

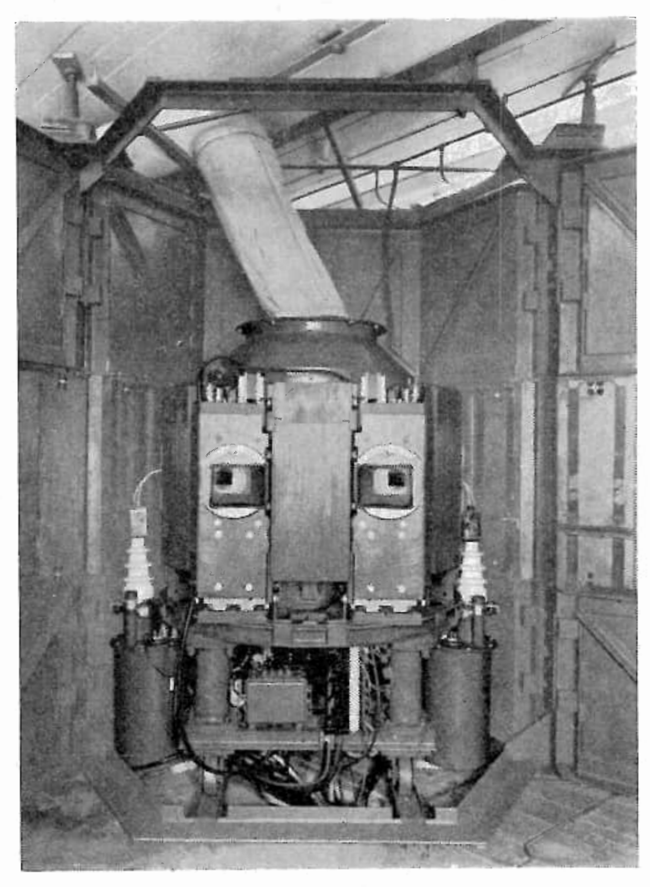


Abb. 145. Zweistrahl-Betatron der BBC

liegt, wie Abb. 146 zeigt, nicht mehr an der Eintrittsstelle in die Haut, sondern mit zunehmender Härte der Strahlung in immer größerer Tiefe, so daß die notwendige Dosis auf den Krankheitsherd in kürzerer Zeit und bei größerer Schonung der Gewebe vor dem Krankheitsherd verabreicht werden kann, besonders, da auch die Begrenzung des bestrahlten Volumens schärfer ist (Abb. 147). Bei diesen großen Röntgenenergien liegt das strahlengefährdete gesunde Gewebe auf der *Rück*seite, von der Strahlenquelle aus gesehen; auf jeden Fall ist aber die Oberflächendosis – die in diesem Fall an der *Aus*trittsstelle der Strahlung zu nehmen ist, kleiner als die Tiefendosis im Gegensatz zu den Therapiegeräten bei kleiner Energie.

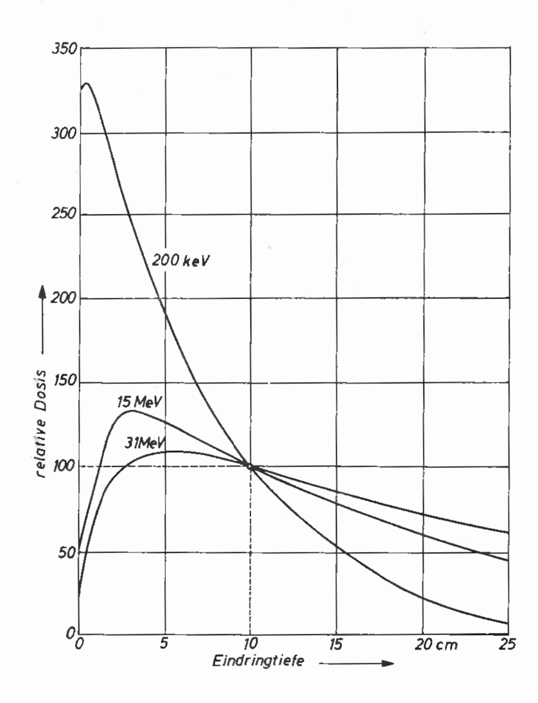


Abb. 146: Relative Dosis in verschiedener Tiefe für Röntgenstrahlen verschiedener Energie

Noch günstiger in dieser Beziehung sollte eigentlich die Bestrahlung mit Elektronen sein, die ja auch aus Betatron oder LB direkt herausgeführt werden können (Abb. 148 und 149). Die Elektronen dringen nur bis zu einer gewissen Tiefe (praktische Reichweite) in das Gewebe ein. Die Reichweite kann durch Wahl der Elektronenenergie so eingerichtet werden, daß die Elektronen eben noch das zu bestrahlende Objekt durchsetzen, womit eine Schädigung des hinter dem Krankheitsherd liegenden gesunden Gewebes vermieden wird (in Strahlrichtung gesehen). Leider spielt die Streuung der Elektronen — sie legen keine geraden Wege im Körper zurück wie die Röntgenstrahlen — eine so erhebliche Rolle, daß die Begrenzung des bestrahlten Volumens ziemlich undefiniert wird; über die endgültige Anwendbarkeit von Elektronenstrahlen bzw. Korpuskularstrahlen für die *Tiefen*therapie kann noch kein endgültiges Urteil abgegeben werden.

In der *Oberflächentherapie* mit Elektronenstrahlen bis zur Tiefe von 1 bis 2 cm wurden dagegen schon sehr bemerkenswerte Erfolge erzielt, die im wesentlichen den Pionierarbeiten von *Schubert* und Mitarbeitern in Zu-

sammenarbeit mit dem Göttinger Betatronkreis (*Gund, Kopfermann, Paul*) zu verdanken sind[1]).

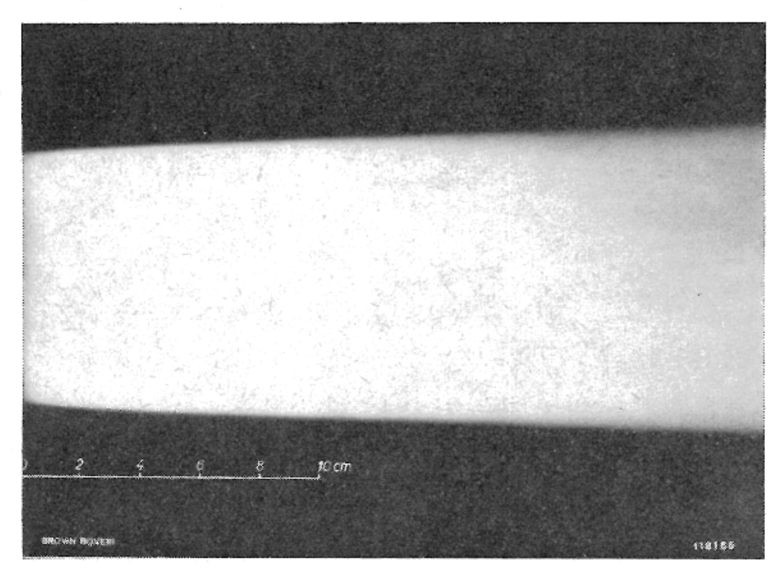


Abb. 147: Definition eines 30 MeV-Röntgenstrahls (beim Durchgang durch Resocel-Phantom)

Neben den bisher besprochenen Beschleunigern zur Erzeugung von Röntgen- und Elektronenstrahlen haben auch die Beschleuniger für schwere Teilchen (Protonen, Deuteronen und α-Teilchen) große Bedeutung für die Anwendungen gefunden, wenn auch auf einem indirekten Wege über die Erzeugung radioaktiver Substanzen. Viele technische Prozesse und eine große Zahl von chemischen und biologischen Vorgängen werden heutzutage mit Hilfe von radioaktiven Indikatoren untersucht. Die meisten dieser radioaktiven Substanzen werden in Kernreaktoren hergestellt. Allerdings können dabei nur Kerne mit Neutronenüberschuß, nicht dagegen solche mit Neutronenmangel erzeugt werden. Zu den letzteren gehören die meisten Positronenstrahler. Die Beschleuniger stellen daher eine wertvolle Ergänzung zu den Reaktoren dar, da man mit ihrer Hilfe auch Kerne mit Neutronenunterschuß herstellen kann, wie z. B. die Nukleide ^{11}C und ^{12}Na.

Ihre eigentliche Bedeutung erhalten die Beschleuniger jedoch erst dadurch, daß sie das Studium der Kernkräfte, des Aufbaues der Atomkerne und das

[1]) Ausführliche Literaturzusammenstellungen finden sich z. B. im Sonderheft „Elektronentherapie" der ZS. „Strahlentherapie" [291].

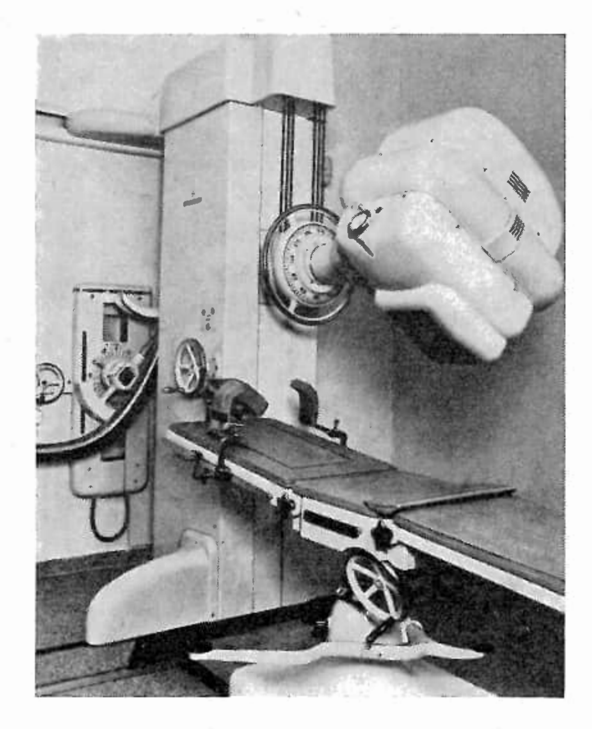


Abb. 148: 15 MeV-Betatron der Siemens-Reiniger-Werke

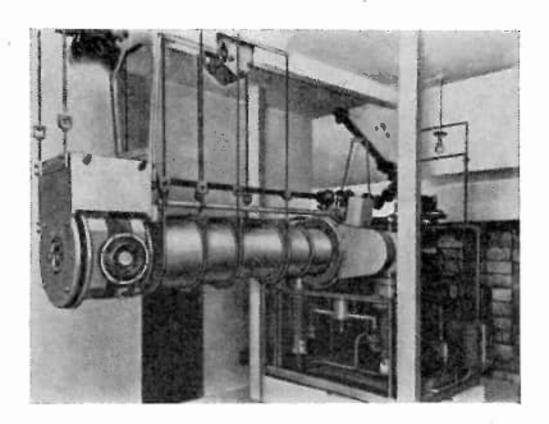


Abb. 149: MeV-Linearbeschleuniger der Metrovick im Hammersmith Hospital (ohne Schutzgehäuse)

Studium der Elementarteilchen ermöglichen. Auf diesen Gebieten wurden dadurch große Fortschritte erzielt. Die friedliche und auch die militärische Anwendung der Kernenergie erlangt immer größere Bedeutung, obgleich wir das Wesen der Kernkräfte, die Struktur der Materie und der Elementarteilchen noch bei weitem nicht verstehen. Dies ist letzten Endes der Anlaß, daß in der ganzen Welt eine Reihe weiterer z. T. recht kostspieliger Beschleunigerprojekte geplant sind oder sich bereits im Bau befinden.

Bis etwa zum Jahre 1950 dienten die Beschleuniger vor allem dazu, um mit Hilfe von Kernreaktionen die Termschemata und damit den Aufbau der Atomkerne genauer zu untersuchen. Der erste entscheidende Schritt zur Untersuchung der Elementarteilchen gelang im Jahre 1950, als zum ersten Male mit Hilfe des 184″-Synchrotrons in Berkeley π-Mesonen erzeugt werden konnten. Da diese Mesonen entsprechend den Ideen von Yukawa wesentlich mit der Existenz der Kernkräfte verknüpft sind, konnten in den folgenden Jahren ganz neue Erkenntnisse über diese Kräfte gewonnen werden. Das wichtigste Ergebnis war die Entdeckung einer Resonanz (sogenannte 3/2—3/2-Resonanz) bei der Streuung von π-Mesonen an Nukleonen. Immer wichtiger wurde daneben auch die Untersuchung der Streuung von Nukleonen an Nukleonen bei Energien zwischen 100 und 300 MeV. Auch diese Messungen liefern Aussagen über das Wesen der Kernkräfte und sind bis heute noch nicht abgeschlossen.

Ein weiterer wichtiger Erfolg war die Inbetriebnahme des Cosmotrons in Brookhaven im Jahre 1952. Mit den damit zur Verfügung stehenden Protonen mit einer Energie von etwa 3 GeV war es möglich, weitere neue Elementarteilchen zu erzeugen, deren Ruhemassen wesentlich größer sind als diejenigen der π-Mesonen. Es wurde zunächst eine so große Zahl von neuen Teilchen gefunden, daß es für einige Zeit hoffnungslos schien, für diese Vielzahl von Teilchen ein Ordnungsschema zu finden. Die Lage klärte sich, als man feststellte, daß es sich insgesamt nur um ein Teilchen handelt, das in drei verschiedenen Ladungszuständen auftritt (positive, negative Ladung und neutral), aber eine große Zahl von Zerfallsmöglichkeiten besitzt. Die verschiedenen Zerfälle wurden ursprünglich verschiedenen Elementarteilchen (V-, τ-, Θ-Teilchen usw.) zugeordnet. Man nennt diese drei neuen Teilchen K-Mesonen (K^+, K^- und K^0).

Als man mit Hilfe des Bevatrons in Berkeley eine Protonenenergie von etwa 6 GeV erreichte, war ein neuer Schritt getan. Auf Grund der Dirac-Theorie für Fermionen war zu erwarten, daß es zu den Protonen und Neutronen Antiteilchen gibt, in ähnlicher Weise wie Elektronen und Positronen solche Teilchen-Antiteilchen-Paare darstellen. Im Jahre 1958 gelang es tatsächlich, die Antiprotonen und etwas später auch Antineutronen nachzuweisen, und inzwischen ist die Verwendung von Antiprotonenstrahlen genau so selbstverständlich geworden wie diejenige von π- oder K-Mesonen.

Daneben wurden weitere Elementarteilchen entdeckt, deren Massen größer sind als diejenigen der Nukleonen. Man nennt sie daher Hyperonen (Λ-, Σ- und Ξ-Teilchen). In einer großen Zahl von Arbeiten wurden die Eigenschaften dieser Teilchen (Lebensdauer, Zerfallsart, Spin, Parität) untersucht, und sie sind heute im großen und ganzen bekannt.

Eine der größten theoretischen Erfolge des vergangenen Jahrzehnts besteht darin, daß es *Gell-Mann* und *Nishijima* gelang, für alle bisher bekannten Elementarteilchen ein empirisches Ordnungsschema aufzustellen. Wenn uns auch noch eine tiefere Einsicht in dieses Schema verwehrt ist, so stellt es doch einen ersten bedeutungsvollen Schritt für das Verständnis der Elementarteilchen dar. Eine der heute noch ungelösten Fragen ist das ungewöhnliche Verhalten der K-Mesonen und Hyperonen; man nennt sie daher „strange particles".

Seit Inbetriebnahme des Bevatrons ging der Fortschritt rasch weiter: es wurden Experimente mit einem 10 GeV-Beschleuniger in der USSR durchgeführt sowie mit dem 28 GeV-Gerät in Genf. Bei diesen Protonenenergien wurden bisher keine neuen Teilchen gefunden und auf Grund des Schemas von *Gell-Mann* und *Nishijima* sind auch bei noch höheren Energien kaum weitere zu erwarten. Diese Vermutung wird dadurch gestützt, daß auch in Photoemulsionen, die der kosmischen Höhenstrahlung ausgesetzt wurden, keine neuen Teilchen entdeckt wurden, obwohl die meisten der jetzt bekannten Elementarteilchen zunächst in Emulsionen gefunden wurden. Es erhebt sich die Frage, ob es gerechtfertigt ist, mit beträchtlichem Aufwand zu noch größeren Energien vorzustoßen. Es machen sich daher im Beschleunigerbau Tendenzen bemerkbar, die Energie nicht weiter zu steigern, aber eine Erhöhung der Intensitäten anzustreben. Dadurch würde es möglich, bisher kaum bekannte Prozesse genauer zu untersuchen.

Auch die Entwicklung der Elektronenbeschleuniger ist in den letzten Jahren rasch fortgeschritten. Dadurch wurde es möglich, mit Hilfe von elastischer Streuung von Elektronen an Nukleonen und an Kernen die Ladungsverteilung im Innern der Kerne zu untersuchen. Messungen in Stanford von *Hofstadter* und Mitarbeitern mit Hilfe eines 600 MeV-Linearbeschleunigers zeigten, daß das Proton und Neutron nicht punktförmig sind, sondern daß ihre Ladungsverteilung eine Ausdehnung von etwa $0{,}8 \cdot 10^{-13}$ cm besitzt. Genauere Experimente bei Energien von etwa 1,2 Gev sind zur Zeit im Gange (Cornell Univ.).

Eine Interpretation der Elektronenstreuexperimente ist nur dann möglich, wenn man die Gültigkeit der klassischen Elektrodynamik voraussetzt. Da man bei der Untersuchung der Nukleonen jedoch in Raumgebiete kommt, deren Abmessungen mit dem klassischen Elektronenradius vergleichbar sind, könnte es sehr wohl möglich sein, daß die klassische Elektrodynamik

modifiziert werden muß. Um dies zu prüfen, kann man z. B. Elektronen an Elektronen bei sehr großen Energien streuen. Solche und ähnliche Experimente sind zur Zeit in mehreren Laboratorien in Vorbereitung.

Es sei zum Schluß noch darauf hingewiesen, daß beim Experimentieren mit Beschleunigern der wesentliche Aufwand und die Hauptkosten nicht von der Maschine allein dargestellt werden. Zur Führung des äußeren Strahles (Magnetsysteme) und zur Analyse der Teilchen (magnetisches Spektrometer, Blasenkammern, Cerenkov-Zähler u. a.) und zur Herstellung geeigneter Targets (z. B. flüssiger Wasserstoff) sind Apparaturen notwendig, deren Herstellung einen Aufwand an Arbeitskräften, Zeit und finanziellen Mitteln erfordert, der in der Größenordnung desjenigen für den Beschleuniger selbst liegt.

Literaturverzeichnis

Zu Kapitel I

[1] *Bieri, R., Mattauch, J.:* Z. S. Naturf. 9a, 303 (1954).
[2] *Du Mond, J. W. M., Cohen, E. R.:* Rev. Mod. Phys. **25**, 691 (1953).

Zu Kapitel II

[3] *Almy, G. H., Kerst, D. W., Lanzl, L. H., Skaggs, L. S.:* Phys. Rev. **70**, 95 (1946).
[4] „Betatronheft" der BBC-Mitteilungen, Baden (Schweiz) (1951).
[5] *Bethe, H. A., Heitler, W.:* Proc. Roy. Soc. **146**, 83 (1934).
[6] *Bierman, A., Oele, H. A.:* Phil. Techn. Rundschau **11**, 69 (1949).
[7] *Curtis, C. D.:* Phys. Rev. **89**, 123 (1953).
[8] *Gund, K.:* Naturwiss. **34**, 343 (1947).
[9] *Gund, K., Berger, H.:* Strahlentherapie **92**, 489 (1953).
[10] *Gund, K., Reich, H.:* Z. S. Physik **126**, 383 (1949).
[11] *Heitler, W.:* The Quantum Theory of Radiation, Oxford Univ. Press (1950/53).
[12] *Iwanenko, D., Pomerantschuk, I.:* Phys. Rev. **65**, 343 (1944).
[13] *Kerst, D. W.:* Phys. Rev. **58**, 841 (1940).
[14] *Kerst, D. W.:* Phys. Rev. **68**, 233 (1945).
[15] *Kerst, D. W.:* Phys. Rev. **74**, 503 (1948), vgl. auch *Adams, B. D.:* Rev. Sci. Instr. **19**, 607 (1948).
[16] *Kerst, D. W., Serber, R.:* Phys. Rev. **60**, 53 (1941).
[17] *Kopfermann, H.:* Erg. Ex. Naturwiss. **22**, 13 (1948).
[18] *Kulenkampff, H.:* Unveröffentlicht 1944.
[19] *Powell, W. H., Hartsough, W., Hill, M.:* Phys. Rev. **81**, 213 (1951).
[20] *Slepian, J.:* USA-Patent Nr. 1 645 304 (1. 3. 1922).
[21] *Steenbeck, M.:* D.R.P. Nr. 698 867 (7. 3. 1935), vgl. auch Naturwiss. **31**, 234 (1943).
[22] *Walton, E. T. S.:* Proc. Cambr. Philos. Soc. **25**, 469 (1929).
[23] *Westendorp, W. F.:* Journ. Appl. Phys. **16**, 657 (1945).
[24] *Wideröe, R.:* Arch. Elektrotechn. **21**, 387 (1928).
[25] *Wideröe, E.:* Z. S. Angew. Phys. **5**, 187 (1953).
[26] *Wideröe, R.:* D.R.P. W 113 563 (17. 7. 1953).
[27] *Wideröe, R.:* Schweizer Archiv f. Angew. Wiss. u. Techn. **13**, 1 (1947).
[28] *Wideröe, R.:* D.R.P. W 113 740 (1. 9. 1947).
[29] *Wideröe, R.:* Stahl u. Eisen **73**, 706 (1953).

Zu Kapitel III

[30] *Blewett, J. P.:* Phys. Rev. **69**, 87 (1946).
[31] *Bohm, D., Foldy, L.:* Phys. Rev. **70**, 249 (1946).
[32] *Dennison, D. M.:* T.H. Berlin, Phys. Rev. **70**, 58 (1946).
[33] *Elder, F. R., Gutewitsch, A. M., Langmuir, R. V., Pollock, H. C.:* Phys. Rev. **71**, 829 (1947).

[34] *Elder, Langmuir, A. M., Pollock, H. C.:* Phys. Rev. **74**, 52 (1948).
[35] *Frank, N. H.:* Phys. Rev. **70**, 177 (1946).
[36] *Goward, F. K., Barnes, D. E.:* Nature **158**, 413 (1946).
[37] *Kerst, D. W., Adams, G. D., Koch, H. W., Robinson, C. S.:* Rev. Sci. Instr. **21**, 462 (1950).
[38] *Layne, D. A.:* Unveröffentlicht.
[39] *Livingston, M. S.:* Advances in Electronics **1**, 269 (1948).
[40] *McMillan, E. H.:* Phys. Rev. **68**, 143 (1945).
[41] *Pollock, H. C.:* Phys. Rev. **69**, 125 (1946).
[42] *Schwinger, J. S.:* Phys. Rev. **75**, 1912 (1949).
[43] *Thomas jr., J. E., Kraushaar, W. L., Halpern, J.:* Ann. Rev. Nucl. Sci. **1**, 175 (1952).
[44] *Veksler, V.:* Journ. Phys. USSR **9**, 153 (1945).
[45] *Wideröe, R.:* Norw. Pat. Anm. Nr. 84507 (31. 1. 1946).
[46] *Wideröe, R.:* Bull. SEV Nr. 10 (1948).

Zu Kapitel IV

[47] *Aitken, D. K.:* Proc. Royal Soc. **70** A, 550 (1957).
[48] *Aitken, D. K., Jennings, R. E.:* Nature **181**, 1726 (1958).
[49] *Bell, J. S.:* Proc. Royal Soc. **66** B, 802 (1953).
[50] *Brannen, E., Ferguson, H. I. S.:* Rev. Sci. Instr. **27**, 833 (1956).
[51] *Coleman:* Eng. Rep. Nr. 2, Elect. Eng. Res. Lab., University of Illinois, AF 18 (600)—23.
[52] *Corelli, A., Porreca, F.:* Nuovo Cim. **VI**, 729 (1957).
[53] *Gastell, S., Walsh, D.:* Brit. J. Appl. Phys. **10**, 53 (1959).
[54] *Henderson, C., Heymann, F. F., Jennings, R. E.:* Proc. Royal Soc. **66** B, 41 (1953).
[55] *Henderson, C., Heymann, F. F., Jennings, R. E.:* Proc. Royal Soc. **66** B, 654 (1953).
[56] *Henderson, W. J., le Caine, H., Montalbetti, R.:* Nature **162**, 699 (1948).
[57] *Heymann, F. F., Jennings, R. E.:* Proc. Royal Soc. **69**, 116 (1956).
[58] *Itoh, J., Kobayashi, D.:* Kagaku **17**, 34 (1947).
[59] *Itoh, J., Kobayashi, D.:* Sci. Papers Osaka University **12** (1949).
[60] *Kaiser, H. F.:* Phys. Rev. **87**, 183 (1952).
[61] *Kaiser, H. F.:* Bull. Amer. Phys. Soc. **27**, 7 (1952).
[62] *Kaiser, H. F.:* Phys. Rev. **91**, 456 (1953).
[63] *Kaiser, H. F.:* Journ. Frankl. Institute **257**, 89 (1954).
[64] *Kaiser, H. F.:* Phys. Rev. **94**, 768 (1954).
[65] *Kaiser, H. F.:* Phys. Rev. **95**, 667 (1954).
[66] *Kaiser, H. F.:* Rev. Sci. Instr. **25**, 1025 (1954).
[67] *Kaiser, H. F., Mayes, W. T., Willis, W. J.:* Phys. Rev. **98**, 1538 (1955).
[68] *Kaiser, H. F., Mayes, W. T.:* Rev. Sci. Instr. **26**, 565 (1955).
[69] *Kaiser, H. F.:* Journ. Frankl. Institute **259**, 25 (1955).
[70] *Kaiser, H. F.:* Unveröffentlicht.
[71] *Kaiser, H. F.:* Bull. Amer. Phys. Soc. (2), 1, 179 (1956).
[72] *Kaiser, H. F.:* Phys. Rev. **98**, 233 (1955).
[73] *Kaiser, H. F.:* Phys. Rev. **99**, (1955).
[74] *Kapitza, S. P., Bykow, W. P., Melechin, W. N.:* J.E.T.P. **39**, 997 (1960).
[75] *Kaufman, I.:* Progr. Rep. Elec. Eng. Rsch. Lab. Illinois Jan. 15, 22 (1953).
[76] *Kaufman, I., Coleman, P. D.:* Journ. Appl. Phys. **27**, 1250 (1956).
[77] *Kimura, K.:* Bull. Inst. Chem. Res. Kyoto Univ. **23**, 56 (1950).

[78] *Kisdi-Koszó, E.:* Acta Phys. Hung. Acad. Sci. **4**, 377 (1955).
[79] *Kisdi-Koszó, E., Turi, L.:* Nucl. Instr. **9**, 137 (1960).
[80] *Kolomenskij, A. A.:* Dissertation FIAN (1949).
[81] *Moroz, E. M.:* DANSSSR **106**, 986 (1956).
[82] *Moroz, E. M.:* DANSSSR **115**, 78 (1957).
[83] *Okhawa, T.:* Phys. Rev. **100**, 1246 (195) und Bull. Amer. Phys. Soc. **30**, No. 7, Nov. 25 (1955).
[84] *Paulin, A.*, Elektroreh. Vestnik (jug.) **25**, 341 (1957).
[85] *Porreca, F.:* Nuovo Cim. **XI**, Nr. 2, 283 (1959).
[86] *Redhead, P. A., le Caine, H., Henderson, W. J.:* Nucleonics **5**, 60 (1949).
[87] *Redhead, P. A., le Caine, H., Henderson, W. J.:* Can. Journ. of Research **28** A, 73 (1950).
[88] *Reich, H.:* Physik. Verh. **7**, 123 (1956).
[89] *Reich, H., Trier, J.:* Physik. Verh. **8**, 83 (1957).
[90] *Reich, H.:* Nuclear Instr. **3**, 97 (1958).
[91] *Reich, H.:* Z. S. f. Naturf. **13a**, 1003 (1958).
[92] *Reich, H.:* Z. S. f. Angew. Phys. **12**, 481 (1960).
[93] *Reich, H.:* Proc. I.R.E. **41**, 522 (1953).
[94] *Roberts, A.:* Annals of Physics **4**, 15 (1958).
[95] *Salow, H.:* Z. S. f. Naturf. **2a**, 808 (1952).
[96] *Schmelzer, Ch.:* CERN PS/CS 16.
[97] *Schmelzer, Ch.:* Z. S. f. Naturf. **7a**, 808 (1952).
[98] *Schwinger, J.* (in Schiff L. I.): Rev. Sci. Instr. **17**, 6 (1956).
[99] *Senkowski, E.:* Dissertation Mainz 1958.
[100] *Senkowski, E., Reichert, E.:* Physik. Verh. **11**, 89 (1960).
[101] *Slater, J. C.:* Microwave Electronics, van Nostrand, 1954.
[102] *Slater, J. C.:* Rev. Mod. Phys. **20**, 473 (1952).
[103] *Turi, L.:* Rep. Central Inst. Physics Budapest 7, 111 (1959).
[104] *Veksler, V. I.:* Comp. Rend. Akad. Sci. USSR (Doklady) **43**, 329 (1944).
[105] *Veksler, V. I.:* Journ. of Physics USSR **9**, 153 (1945).
[106] *Wernholm, O.:* Private Mitteilung.

Zu Kapitel V

[107] *Allwood, H. I. S.:* Thesis, Birmingham Univ. (1948).
[108] *Anderson, H. L., Marshall. J.:* 170 Synchrocyclotron Progress Rep. III Univ. Chicago.
[109] *Foss, M. H.:* Design of Cyclotron magnets, Carnegie Inst. Pittsbourgh, nach Gallop, J. W. [4].
[110] *Fremlin, J. H., Gooden, J. S.:* Rep. Prog. Phys. **13**, 295 (1950).
[111] *Gallop, J. W.:* Medical Research Council, Lib. No. 533, Cyclotron Sec. Hammersmith Hosp. London.
[112] *Gentner, W.:* Erg. Ex. Naturw. **19**, 143 (1940).
[113] *Kurie, F. N. D.:* Journ. App. Phys. **9**, 691 (1938).
[114] *Henderson, M. C., White, M. G.:* Rev. Sci. Instr. **9**, 19 (1938).
[115] *Lawrence, E. O., Edlefsen, N. E.:* Science **72**, 376 (1930).
[116] *Lawrence, E. O., Livingston, M. S.:* Phys. Rev. **37**, 1707 (1931).
[117] *Mann, W. B.:* The Cyclotron, Methues Monographs on Physical Subjects London (1948/3).
[118] *Rose, M. E.:* Phys. Rev. **53**, 392 (1938).
[119] *Walker, D., Fremlin, J. H.:* Nature **171**, 189 (1953).
[120] *Walker, D., Fremlin, J. H., Link, W. T.:* Stephens K. G., Brit. Journ. Appl. Phys. **5**, 157 (1954).
[121] *Wilson, R. R.:* Phys. Rev. **53**, 408 (1938); Journ. Appl. Phys. **11**, 781 (1940).

Zu Kapitel VI

[122] *Anderson, H. L., Fermi, E., Martin, R., Nagle, D. E.:* Phys. Rev. **91**, 155 (1953).
[123] *Bohm, D., Foldy, L. L.:* Phys. Rev. **72**, 649 (1947).
[124] *Bollée, B., Krienen, F.:* Philips' techn. Rdsch. **22**, 102 (1960/61).
[125] *le Couteuer, K. I.:* Proc. Roy. Soc. B **64**, 1073 (1951).
[126] *le Couteuer, K. I.:* Proc. Roy. Soc. B **66**, 25 (1953).
[127] *le Couteuer, K. I.:* Proc. Roy. Soc. A **232**, 236 (1955).
[128] *le Couteuer, K. I.:* Phil. Mag. **46**, 1265 (1955).
[129] *Crewe, A. V., Gregory, J. W. G.:* Proc. Roy. Soc. A **232**, 242 (1955).
[130] *van Duuren, K.:* CERN Symposium 1956, S. 427.
[131] *Fremlin, J. H., Gooden, J. S.:* Rep. Prog. Phys. **13**, 295 (1950).
[132] *Gentner, W.:* Philips' techn. Rdschau **22**, 82 (1960/61).
[133] *de Groot, J. W.:* Philips' techn. Rdschau **12**, 65 (1950/51).
[134] *Krienen, F.:* CERN Symposium 1956, S. 425.
[135] *Livingston, M. S.:* Advances in Electronics I, 269, New York (1948).
[136] *McKenzie, K. R.:* Phys. Rev. **74**, 104 (1948).
[137] *Mc Millan, E. H.:* Phys. Rev. **68**, 143 (1945).
[138] *Mints, A. L., Neviazhski, I. H., Poliakow, B. I.:* CERN Symposium 1956, S. 419.
[139] *Richardson, J. R., Mc Kenzie, K. R., Lofaren, E. J., Wright, B. T.:* Phys. Rev. **73**, 424 (1948) sowie Phys. Rev. **69**, 669 (1946).
[140] *Schmitter, K. H., Kortleven, S.:* Philips' techn. Rdschau **22**, 89 (1960/61).
[141] *Thornton, R. L.:* CERN Symposium 1956, S. 413.
[142] *Tug, I. L., Teng, L. C.:* Synchrocyclot. Rep. Univ. Chicago 1950.
[143] *Veksler, V.:* Journ. Phys. USSR **9**, 153 (1945).

Zu Kapitel VII

[144] *Blachmann, N. M., Courant, E. D.:* Phys. Rev. **74**, 140 (1948) und Rev. Sci. Instr. **20**, 546 (1949).
[145] *Blamey, J. W.:* CERN Symposium, S. 344.
[146] *Blewett, M. H., Green, G. K., Kassner, R. R., Moore, W. H., Smith, L. W., Synder, H. S.:* Rev. Sci. Instr. **24**, 861 (1953).
[147] *Brobeck, W. M.:* Rev. Sci. Instr. **19**, 545 (1948).
[148] *Budker, G. J., Naumow, A. A.:* Uspechi fiz. nauk. **61**, 103 (1957). Übersetzung in Fortschr. d. Physik **5**, 557 (1957).
[149] *Collins, G. B.:* CERN Symposium 1956, Bd. 1, 129.
[150] Rev. Sci. Instr. (Cosmotronheft); vgl. auch *Green, G. K., Courant, E. D.:* Hdbuch d. Physik **44**, 218 (1959).
[151] Cosmotron-Heft, Rev. Sci. Instr. **24**, (1953) No. 9 (redigiert von *Blewett, M. H.*).
[152] *Crosbie, E. A., Ferentz, M. I., Foss, W. H., Hamwemesh, M. H., Livingood, J. J., Martin, J. H., Teng, L. C.:* CERN Symposium, S. 42.
[153] *Danilkin, I. S., Zinoview, L. P., Petruhkow, V. A., Rabinovitch, M. S.:* CERN Symposium I., 513 (1956).
[154] *Fremlin, J. H., Gooden, J. S.:* Rep. Prog. Phys. **13**, 295 (1950).
[155] *Gooden, J. S., Jensen, H. H., Symonds, J. L.:* Proc. Phys. Soc. London **59**, 677 (1947).
[156] *Greenberg, J. M.:* Berlin T. H. Rev. Sci. Instr. **22**, 293 (1951).
[157] *Komar, E. G., Monoszon, N. A., Streltsov, N. S., Fedotov, G. M.:* CERN Symposium 1956, 382, Bd. 1.

[158] *Lofgren, E. J.*: CERN Symposium 1956, 496, Bd. 1; *Brobeck, M. W.*: UCRL 3912 (1957).
[159] *Mints, A. L., Rubshinski, S. M., Veisbein, M. M., Vodopianov, F. A., Vasilev, A. A.*: CERN Symposium 1956, 429, Bd. 1.
[160] *Moon, P. B.*: CERN Symposium 1956, 511, Bd. 1.
[161] *Oliphant, M. L., Gooden, J. S., Hide, G. S.*: Proc. Phys. Soc. **59**, 666 (1947).
[162] *Piccioni, O., Clark, D., Cool, R., Friedlander, G., Kassner, D.*: Rev. Sci. Instr. **26**, 232 (1955).
[163] *Rabinovich, M. S.*: Sov. Journ. Atomic Energy **2**, 529 (1957).
[164] *Rose, P. H.*: CERN Symposium 1956, 512, Bd. 1.
[165] *Rubchinski, S. M., Vasilev, A. A., Seldovich, M. P., Kuzmin, V. F., Kurochkin, S. S.*: CERN Symposium 1956, 404, Bd. 1.
[166] *Smith, L. B.*: CERN Symposium 1956, 493, Bd. 1.
[167] *Twiss, R. A., Frank, N. H.*: Rev. Sci. Instr. **20**, 1 (1949).
[168] *Westendorp, W. F.*: Journ. Appl. Phys. **16**, 657 (1945).
[169] *Winnistad, C. N.*: Electronics **28**, 164 (1955).
[170] *Wrigth, B. T.*: Rev. Sci. Instr. **25**, 429 (1954).
[171] Kurzer Bericht in Sov. Journ. Atomic Energy **2**, 810 (1957), und *Veksler, V. I.*: 2. Internationale Konferenz zur friedlichen Verwendung der Atomenergie, Genf 1958, S. 2229.

Zu Kapitel VIII

[172] *Barbier, M., Schoch, A.*: CERN 58-5 (Genf 1958).
[173] Conference on the Alternating-Gradient-Proton-Synchrotron, Genf, Oktober 1953 (redigiert von *M. H. Blewett*) (Lectures Notes).
[174] *Courant, E. D., Livingston, M. S., Snyder, H. S.*: Phys. Rev. **88**, 119 (1952).
[175] *Hagedorn, R.*: CERN 57-1 (Genf 1957).
[176] *Hagedorn, R., Schoch, A.*: CERN 57-14 (Genf 1957).
[177] *Johnsen, K.*: Genfer Conference, Lectures 2.
[178] *Livingston, M. S.*: Design Study for a 15 BeV Accelerator, Techn. Rep. Nr. 60 v. 30. 6. 1953, MIT Cambridge Mass.
[179] *Moser, J.*: Nachr. d. Akad. Wiss. Göttingen IIa Nr. 6, 87 (1955).
[180] *Schoch, A.*: CERN 57-21 (Genf 1957).
[181] *Sturrock, P. A.*: Annals of Physics **3**, 113 (1958).
[182] *Symon, K. R., Kerst, D. W., Jones, L. W., Laslett, L. J., Terwilliger, H. M.*: Phys. Rev. **103**, 1837 (1956).
[183] *Thomas, L. H.*: Phys. Rev. **54**, 580 (1938).
[184] *Wideröe, R.*: Deutsche Patentanmeldung v. 7. 9. 1943.

Zu Kapitel IX

[185] *Blosser, H. G., Worsham, R. E., Goodmann, C. D., Livingston, R. S., Mann, J. E., Mosley, H. M., Trammel, G. T., Welton, T. A.*: Rev. Sci. Instr. **29**, 819 (1958).
[186] *Danilov, V. I.*, et al.: Nucl. Instr. and Methods **5**, 335 (1959).
[187] *Heyn, F. A.*: Khoe Kong Tat, Rev. Sci. Instr. **29**, 7 (1958).
[188] *Heyn, F. A.*: Khoe Kong Tat, Rev. Sci. Instr. **29**, 622 (1958).
[189] *Heyn, F. A.*: Khoe Kong Tat, Nucl. Science Series No. 26, 29 (1959).
[190] *Kelly, E. L., Pyle, R. V., Thornton, R. L.*: Rev. Sci. Instr. **27**, 493 (1956).
[191] *Moroz, E. M., Rabinovich, M. S.*: Pribory i tekh. Eksper. **1**, 15 (1957).
[192] *Nemenov, L. M., Kalinin, S. P., Kondraskov, L. F., Mironov, E. S., Naumov, A. A., Panasyuk, V. S., Fedorov, N. D., Khaldin, N. N., Chudakov, A. A.*: Atomnaya Energiya **2**, 36 (1957).

[193] *Reiser, M.:* Vortrag Physikertagung 1960, Wiesbaden.
[194] *Reiser, M.:* Dissertation Mainz 1960.
[195] *Steimel, K., Lerbs, A.:* Die Atomwirtschaft, Heft 7-8, 345 (1959).
[196] *Thomas, L. H.:* Phys. Rev. **54**, 580 (1938).
[197] *Zavenyagin, J. A., Metschcherov, R. A., Mironov, E. S., Nemenov, L. M., Kholmovskij, J. A.:* CERN Symposium 1959, S. 225.

Zu Kapitel X

[198] *Bernardini, C.:* CERN Symposium 1956, S. 463.
[199] *Cristy, R. F.:* California Inst. of Technology, Pasadena.
[200] *Courant, E. D., Snyder, H. S.:* Annals of Physics **3**, 1 (1958).
[201] Deutsches Elektronen-Synchrotron, DESY A1. 6 (1959) (Beschreibung).
[202] *Diambrini-Palazzi, G.:* CERN Symposium 1956, S. 471.
[203] *Ghigo, G., Quercia, I. F.:* CERN Symposium 1956, S. 475.
[204] *Kolomenski, A. A., Lebedev, A. N.:* CERN Symposium 1956, S. 447.
[205] *Livingston, M. S.:* CERN Symposium 1956, S. 439.
[206] *Robinson, K. W.:* Cambridge Electron. Accelerator CEA-11 (1956).
[207] *Robinson, K. W.:* Phys. Rev. **111**, 373 (1958).
[208] *Salvini, G., Sanna, G.:* CERN Symposium 1956, S. 458.
[209] *Schoch, A.:* CERN 57-2 (1958).

Zu Kapitel XI

[210] *Citron, A.:* CERN Symposium 1956, S. 137.
[211] *Collins, G. B.:* CERN Symposium 1956, S. 129.
[212] *Crosbie, E. A., Ferentz, M. I., Foss, M. H., Hamermesh, M. H., Livingood, J. J., Martin, J. A., Teng, L. C.:* CERN Symposium 1956, S. 42.
[213] *Dunn, P. D., Mullett, L. B., Pickavange, T. G., Wilkinshaw, W., Wilkins, J. J.:* CERN Symposium 1956, S. 9.
[214] *Green, K. G.:* CERN Symposium 1956, 1, S. 103.
[215] *Johnsen, K., Schmelzer, C.:* CERN Symposium 1956, 1, S. 395.
[216] *Kerst, D. W., Symon, K. R., Laslett, L. J., Jones, L. W., Terwilliger, K. M.:* CERN Symposium 1956, S. 32.
[217] *Kerst, D. W.:* CERN Symposium 1956, S. 36.
[218] *Piccioni, O.,* et al.: Rev. Sci. Instr. **26**, 232 (1955).
[219] *Regenstreif, E.:* CERN Ber. 59/26, 59/29.
[220] *Vladimirski, V. V., Komar, E. G., Minto, A. L.:* CERN Symposium 1956, S. 118.
[221] *Vladimirski, V. V., Komar, E. G., Minto, A. L.:* CERN Symposium 1956, S. 122.
[222] *Vladimirski, V. V., Goldin, L. L., Daniltsev, E. N., Koshkarev, D. G., Meimann, N. N.:* CERN Symposium 1956, S. 133.
[223] *White, M. G., Shoemaker, F. C., O'Neill, G. K.:* CERN Symposium 1956, S. 525.
[224] *Wright, B. T.:* Rev. Sci. Instr. **25**, 429 (1954).

Zu Kapitel XII

[225] *Alvarez, L. W., Bradner, H., Frank, J. V., Gordon, H., Gow, J. D., Marshall, L. C., Oppenheim, F., Panofsky, W. K. H., Richman, C., Woodyard, J. R.:* Rev. Sci. Instr. **26**, 111 (1955).
[226] *Bell, J. S.:* A.E.R.E. Report T/M 95 (1954).

[227] *Blewett, J. P.:* Phys. Rev. **88**, 1190 (1952).
[228] *Blewett, J. P.:* Proc. CERN Symposium 1956, S. 159.
[229] *Brillouin, L.:* Journ. Appl. Phys. **19**, 1023 (1958).
[230] *Buechner, W. W., van de Graaff, R. J., Burrell, E. A., Sperduto, A.:* Phys. Rev. **74**, 1348 (1948).
[231] *Chodrorow, M., Ginzton, E. L., Hansen, W. M., Kyhl, R. L., Neal, R. B., Panofsky, W. K. H.:* Rev. Sci. Instr. **26**, 134 (1955).
[232] *Christofilos, N. C.:* Proc. CERN Symposium 1956, S. 176.
[233] *Chu, E. L., Hansen, W. W.:* Journ. Appl. Phys. **18**, 996 (1947).
[234] *Chu, E. L., Hansen, W. W.:* Journ. Appl. Phys. **20**, 280 (1949).
[235] *Day, E. A., Featherstone, R. P., Johnston, L. H., Lampi, E. E., Tucker, E. B., Williams, J. H.:* Rev. Sci. Instr. **29**, 457 (1958).
[236] *Fry, W. W.:* Philips' techn. Rdschau **14**, 193 (1953).
[237] *Fry, D. W., Walkinshaw, W.:* Rep. Prog. Phys. **12**, 102 (1948/49).
[238] *Ginzton, E. L., Hansen, W. W., Kennedy, W. R.:* Rev. Sci. Instr. **19**, 89 (1948).
[239] *Harvie, R. B. R.-S.:* Nature **162**, 890 (1948).
[240] *Harvie, R. B. R.-S.:* A.E.R.E. Report EL/R 402.
[241] *Harvie, R. B. R.-S., Mullett, L. B.:* Proc. Phys. Soc. **62**, 270 (1949).
[242] *Harvie, R. B. R.-S.:* Proc. Phys. Soc. **61**, 255 (1948).
[243] *Hereward, H. G.:* CERN-PS Report H.G.H. 2 (1954).
[244] *Hereward, H. G., Johnson, K.:* Proc. CERN Symposium 1956, S. 167.
[245] *Johnsen, K., Dahl, H.:* Chr. Michelsens Inst. Beretn. XIV, 4 (1951).
[246] *Johnsen, K.:* CERN Report PS/KJ 27 (1954).
[247] *Johnsen, K.:* On the Theory of the Linear Accelerator, Bergen (1954).
[248] *Mc Millan, E. M.:* Phys. Rev. **80**, 493 (1950).
[249] *Miller, C. W.:* Nature **171**, 297 (1953).
[250] *Motz, H.:* Electromagnetic Problems in Microwave Theory, Methuen (1951).
[251] *Mullett, L. M., Clay, R. E., Hadden, R. J. B.:* A.E.R.E. Report GP/R 1076 (1953).
[252] *Panofsky, W. K. H.:* Rad. Lab. Univ. of California Report UCRL 1095 (1951).
[253] *Petrauskas, A. A., van Atta, L. C., Myers, F. E.:* Phys. Rev. **63**, 389 (1943).
[254] *Sinelnikov, K. D., Fainberg, I. B., Zeidlitz, P. M.:* Proc. CERN Symposium 1956, S. 215.
[255] *Slater, J. C.:* M.I.T. Research Lab. of Electronics Technical Report No. 48 (1947).
[256] *Slater, J. C.:* Rev. Mod. Phys. **20**, 473 (1948).
[257] *Slater, J. C.:* Microwave Electronics, Van Nostrand 1950.
[258] *Twiss, R. Q., Frank, N. H.:* Rev. Sci. Instr. **20**, 1 (1949).
[259] *Walkinshaw, W.:* Proc. Phys. Soc. London, **61**, 246 (1948).
[260] *Walkinshaw, W., Wyllie, K.:* Maths. Memo./57/WW (TRE) (1948).
[261] *Walkinshaw, W.:* Journ. Appl. Phys. **20**, 634 (1949).

Zu Kapitel XIII

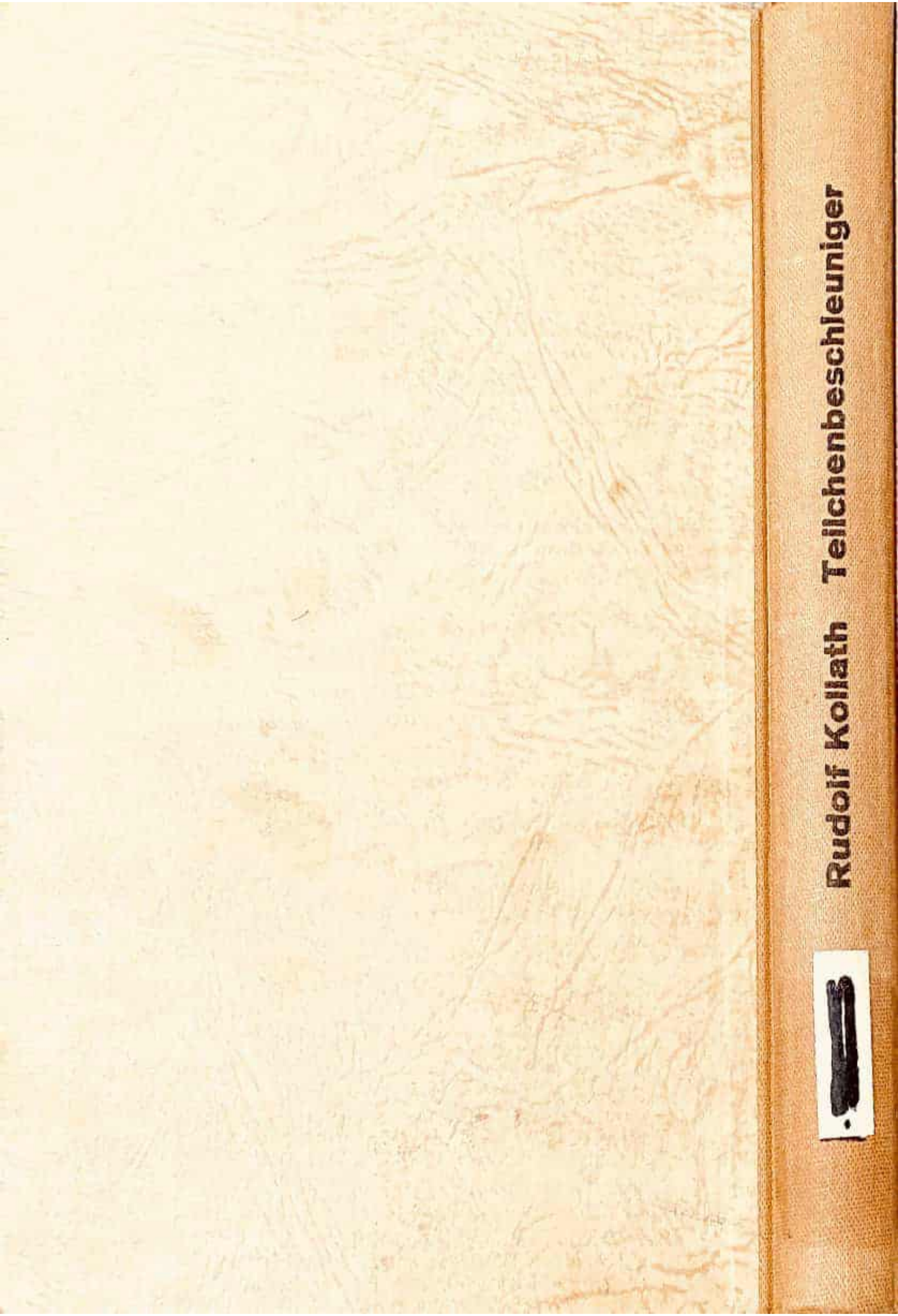
[262] *Bernardini, C., Corazza, G. F., Ghigo, G., Touschek, B.:* Nuovo Cimento **18**, 1293 (1960).
[263] *Budker, G. H.:* CERN Symp. 1956, S. 68—75.
[264] *Budker, G. J., Naumov, A.:* CERN Symp. 1956, S. 76—79.
[265] *Burshtein, E. L., Veksler, V. I., Kolomenskij, A.:* "Some problems in the theory of cylcic accelerators". Akad. of Sci., Moskau, USSR, 1955, S. 3—6.

[266] *Ishizuka, H.* u. a.: CERN Symp. 1959, S. 157—159.
[267] *Judd, D. L.*: CERN Symp. 1959, S. 6—11.
[268] *Keller, R.*: CERN Symp. 1959, S. 187—191.
[269] *Kerst, D. W.* u. a.: Phys. Rev. 102, S. 590 (1956).
[270] *Keller, R., Schmitter, K. H.*: CERN 58—13 (1958).
[271] *Kolomenskij, A.*: Zh. eksper. teor. Fiz., USSR, **33**, 298 (1957).
[272] Sovjet Physics, JETP, **6**, 231 (1958).
[273] *Kvartskhava, I. F.* u. a.: CERN Symp. 1959, S. 178—183.
[274] *Linhart, I. G.* u. a.: CERN Symp. 1959, S. 139—145.
[275] MURA staff: CERN Symp. 1959, S. 71—74.
[276] *Ohkawa, T.*: Rev. Sci. Inst., **29**, 108—117 (1958).
[277] *Rogers, K. C.* u. a.: CERN Symp. 1959, S. 145—151.
[278] *Symon, K. R., Sessler, A. M.*: CERN Symp. 1956, S. 44—58.
[279] *Veksler, V. I.*: Atomnaya Energiya, **2**, 427—430 (1957).
[280] *Veksler, V. I.*: CERN Symp. 1956, S. 80—83.
[281] *Veksler, V. I.: Tystovich, V. N.*: CERN Symp. 1959, S. 160—166.
[282] *Yoshikawa, M.* u. a.: CERN Symp. 1959, S. 152—156.
[283] *Wideröe, R.*: Deutsche Pat. Anm. v. 7. 9. 1943.

Zu Kapitel XIV

[284] *Glocker, R.*: Strahlentherapie **53**, 417 (1935).
[285] *Gund, K., Berger, H.*: Strahlentherapie **92**, 489 (1953).
[286] *Gund, K., Schittenhelm, R.*: Strahlentherapie **92**, 1953.
[287] *Gund, K.*: Stahl u. Eisen **73**, 710 (1953).
[288] *Komers, H.*: Stahl u. Eisen **73**, 714 (1953).
[289] *Miller, C. W.*: Institution of electrical engineers 1619 (1953).
[290] *Schinz, H. R., Wideröe, R.*: Acta Radiolog. **37**, 374 (1952).
[291] Strahlentherapie-Sonderheft 92 (1953).
[292] *Wideröe, R.*: Stahl u. Eisen **73**, 706 (1953).
[293] *Wideröe, R.*: 7. Intern. Radiol. Kongreß, Kop. Juli 1953.

Sachverzeichnis


Rudolf Kollath Teilchenbeschleuniger